

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

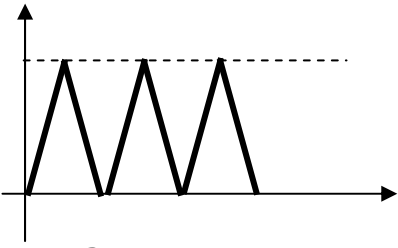
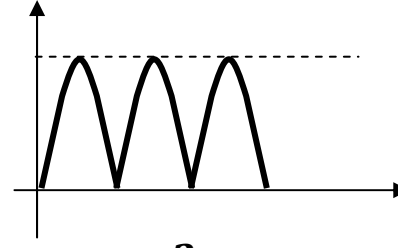
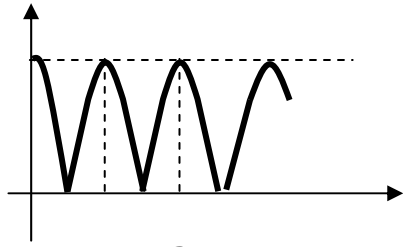
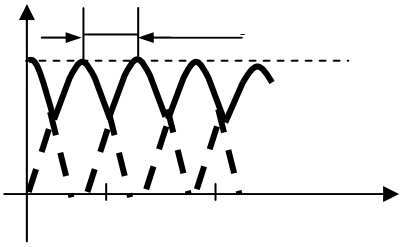
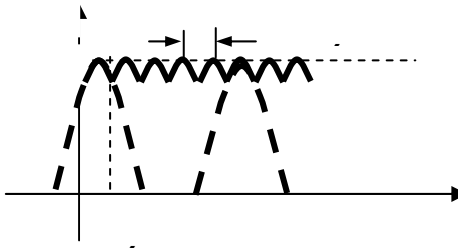
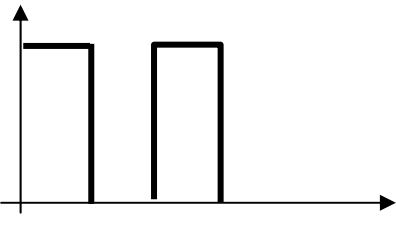
Перед решением этой задачи необходимо изучить материал курса, относящийся к расчету линейных цепей несинусоидального тока: [1], т. 1,

с. 299...304; [2], с. 179...184; [3], с. 400...414; [5], с. 155...171.

Алгоритм расчета линейной цепи, находящейся под воздействием периодического несинусоидального напряжения, заключается в следующем.

1. Путем разложения несинусоидального напряжения в ряд Фурье это напряжение представляем в виде суммы постоянной составляющей и гармоник частоты $k\omega$ ($k = 1, 2, 3, \dots$), где $\omega = 2\pi f$.

Таблица 4

№	График	Формула разложения в ряд Фурье
1.		$u = \frac{U_m}{2} - \frac{4U_m}{\pi} \left(\frac{\cos 1\omega t}{1^2} + \frac{\cos 3\omega t}{3^2} + \frac{\cos 5\omega t}{5^2} + \dots \right)$
2.		$u = \frac{2U_m}{2} - \frac{4U_m}{\pi} \left(\frac{\cos 2\omega t}{1 \cdot 3} + \frac{\cos 4\omega t}{3 \cdot 5} + \frac{\cos 6\omega t}{5 \cdot 7} + \dots \right)$
3.		$u = \frac{2U_m}{2} + \frac{4U_m}{\pi} \left(\frac{\cos 2\omega t}{1 \cdot 3} - \frac{\cos 4\omega t}{3 \cdot 5} + \frac{\cos 6\omega t}{5 \cdot 7} - \dots \right)$
4.		$u = \frac{3\sqrt{3}U_m}{2\pi} + \frac{\sqrt{3}U_m}{\pi} \left(\frac{\cos 3\omega t}{2 \cdot 4} - \frac{\cos 6\omega t}{5 \cdot 7} + \frac{\cos 9\omega t}{8 \cdot 10} - \dots \right)$
5.		$u = \frac{3U_m}{\pi} + \frac{6U_m}{\pi} \left(\frac{\cos 6\omega t}{5 \cdot 7} - \frac{\cos 12\omega t}{11 \cdot 13} + \frac{\cos 18\omega t}{17 \cdot 19} - \dots \right)$
6.		$u = \frac{U_m}{2} + \frac{2U_m}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right)$

2. Рассчитываем токи в цепи от воздействия постоянной составляющей несинусоидального напряжения.

3. Рассчитываем комплексные токи в цепи от воздействия гармоники частоты $k\omega$.

4. Для найденных комплексных токов записываем соответствующие мгновенные значения.

5. В соответствии с методом наложения (суперпозиции) определяем искомые несинусоидальные токи как сумму токов по пп. 2 и 4.

Отметим, что формулы разложения в ряд Фурье для большинства несинусоидальных периодических напряжений, используемых в различных областях электроники, приводятся в электротехнических, математических и иных справочниках. В табл. 4 дано несколько примеров такого разложения. Особенность этих формул состоит в том, что, кроме гармонических составляющих вида $\sin(\omega t + \psi)$, в них могут содержаться гармонические составляющие вида $-\sin(\omega t + \psi)$, $\cos(\omega t + \psi)$, $-\cos(\omega t + \psi)$. Поэтому в п. 1 алгоритма необходимо привести ряд Фурье к виду, соответствующему комплексному виду. Это приведение осуществляется с помощью известных тригонометрических соотношений:

$$\begin{aligned}-\sin \omega t &= \sin(\omega t + 180^\circ), \\ \pm \cos \omega t &= \sin(\omega t \pm 90^\circ).\end{aligned}$$

Так, например, формула разложения, приведенная на поз. 3 табл. 4, после приведения приобретает вид

$$u = \frac{2U_m}{\pi} + \frac{4U_m}{3\pi} \sin(2\omega t + 90^\circ) + \frac{4U_m}{15\pi} \sin(4\omega t - 90^\circ) + \dots$$

Пример 1. К цепи, изображенной на поз. 6 (рис. 1), приложено периодическое несинусоидальное напряжение u , (поз. 6 табл. 4.) Частота напряжения $f = 50$ Гц, максимальное напряжение $U_m = 314$ В. Параметры цепи $R = 5$ Ом, $L = 5,34$ мГн, $C = 212$ мкФ.

Требуется: рассчитать ток i цепи, ограничившись первыми тремя членами ряда Фурье.

Решение 1. Представим напряжение u рядом Фурье. Для этого воспользуемся формулой разложения в ряд Фурье, данной в табл. 4, приведем ее к виду, удобному для применения метода наложения:

$$\begin{aligned}u &= \frac{U_m}{2} + \frac{2U_m}{\pi} \sin \omega t + \frac{2U_m}{3\pi} \sin 3\omega t = \\ &157 + 200 \sin \omega t + 66,7 \sin 3\omega t \quad \text{В.}\end{aligned}$$

2. Рассчитаем ток от воздействия постоянной составляющей напряжения ($f = 0$). В этом случае $U_0 = 157$ В, $R = 5$ Ом, $X_L(0) = 0$, $X_C(0) = \infty$. Ветвь с емкостью не пропускает постоянного тока (обрыв цепи), а через ветвь с индуктивностью постоянный ток проходит без сопротивления (короткое замыкание). Поэтому постоянная составляющая тока проходит только через ветвь с сопротивлением R и сразу замыкается на индуктивность L . Ток в сопротивлении R , включенном параллельно L и C , нет. Таким образом:

$$I_0 = \frac{U_0}{R} = \frac{157}{5} = 31,4 \text{ А.}$$

3. Определим комплексные токи первой и третьей гармоник.

3.1. Первая гармоника ($f = 50$ Гц), $u_1 = 200 \sin \omega t$ В, $R = 5$ Ом.
Реактивные сопротивления для первой гармоники

$$X_L(\omega) = \omega L = 2\pi f L = 2\pi \cdot 50 \cdot 3,34 \cdot 10^{-3} = 1,67 \text{ Ом,}$$

$$X_C(\omega) = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 212 \cdot 10^{-6}} = 15 \text{ Ом.}$$

Комплексное сопротивление цепи $\underline{Z}(\omega) = \underline{Z}_R(\omega) + \underline{Z}_{RLC}(\omega)$, где

$$\underline{Z}_R(\omega) = R; \quad \underline{Z}_{RLC}(\omega) = \frac{1}{\underline{Y}_{RLC}(\omega)}.$$

В свою очередь, проводимость параллельного участка цепи

$$\underline{Y}_{RLC}(\omega) = \frac{1}{R} + \frac{1}{jX_L(\omega)} + \frac{1}{-jX_C(\omega)} =$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{j1,67} + \frac{1}{-j15} = 0,2 - j0,544 \text{ См.}$$

Тогда сопротивление параллельного участка цепи

$$\underline{Z}_{RLC}(\omega) = \frac{1}{0,2 - j0,544} = 0,62 + j1,64 \text{ См.}$$

Комплексное сопротивление цепи

$$\underline{Z}(\omega) = \underline{Z}_R(\omega) + \underline{Z}_{RLC}(\omega) = 5 + 0,62 + j1,64 = 5,85e^{j16,3^\circ} \text{ Ом.}$$

Комплексный ток определяется как отношение комплексного напряжения к комплексному сопротивлению. Расчет будем вести в амплитудных значениях тока и напряжения.

$$\dot{I}_{m1} = \frac{\dot{U}_{m1}}{\underline{Z}(\omega)} = \frac{200e^{j0}}{5,85e^{j16,3}} = 17,1e^{-j16,3^\circ} \text{ А.}$$

3.2. Третья гармоника ($f = 150$ Гц).

$$u_3 = 66,7 \sin 3\omega t \text{ В; } R = 5 \text{ Ом; } X_L = (3\omega)L = 3X_L(\omega) = 3 \cdot 1,67 = 5 \text{ Ом;}$$

$$X_C(3\omega) = \frac{1}{3}X_C(\omega) = \frac{15}{3} = 5 \text{ Ом.}$$

Расчет можно производить аналогично предыдущему с учетом изменившихся величин реактивных сопротивлений. Однако в данном конкретном случае расчет будет упрощен, если заметить, что на параллельном участке L, C имеет место резонанс токов (индуктивное и емкостное сопротивления одинаковы). Сопротивление этого участка имеет бесконечно большое значение, и тока на этом участке не будет. Он протекает только через два следующих друг за другом активных сопротивления. Сдвиг фаз между напряжением и током при этом отсутствует, как в чисто реактивной цепи. Поэтому

$$\dot{I}_{m3} = \frac{\dot{U}_{m3}}{2R} = \frac{66,7e^{j0}}{10} = 6,67e^{j0} \text{ А.}$$

4. Для найденных комплексных амплитуд \dot{I}_{m1} и \dot{I}_{m3} запишем соответствующие мгновенные значения:

$$i_1 = 17,1 \sin(\omega t - 16,3^\circ) \text{ А;}$$

$$i_3 = 6,67 \sin 3\omega t \text{ А.}$$

Методом наложения определим несинусоидальный ток в цепи.

$$i = I_0 + i_1 + i_3 = 31,4 + 17,1 \sin(\omega t - 16,3^\circ) + 6,67 \sin 3\omega t \text{ А.}$$