Индивидуальное домашнее задание по теории вероятностей для НФИбд-04-22 (3 семестр).

1. В наборе n_1 шаров красного цвета, n_2 шаров синего и n_3 шаров белого цвета. Из набора случайным образом без возвращения вынимают m шаров. Найдите вероятности указанных в варианте событий.
2. Из колоды в 52 карты наугад (без возвращения) извлекаются четыре. Найти вероятность указанных в варианте событий.
3. Консультация перед экзаменом должна начаться между 10.00 и 12.00. Преподаватель и студенты забыли уточнить время. Если преподаватель приходит первым в указанное время, а студентов еще нет, то преподаватель ждет студентов не более 30 минут. Если же студенты пришли первыми, то они ждут преподавателя не более 20 минут. Нарисовать указанное в варианте событие и найти его вероятность.
4. Система надежности состоит из 7 элементов и имеет заданную структурную схему. События A_i, $i = \overline{1,7}$ — отказы элементов за заданный промежуток времени.
   а) Выразите через события A_i события A и $\bar{A}$, где A — отказ всей системы за заданный промежуток времени.
   б) Считая, что события A_i независимы в совокупности и имеют вероятности $\mathrm{P}(\mathrm{A}_i) = p_i$, $i = \overline{1,7}$, вычислите вероятность событий A и $\bar{A}$.
5. В первой урне находятся n_1 белых и m_1 черных шаров, во второй урне—n_2 белых и m_2 черных шаров. Сначала из первой урны во вторую перекладывается наугад k_1 шаров, затем так же наугад перекладывается из второй урны в первую k_2 шаров.
   а) Определите вероятность того, что после вскрытия первой урны в ней будет столько же черных шаров, сколько было до проведения опыта.
   б) После вскрытия первой урны оказалось, что в ней столько же черных шаров, сколько было до проведения опыта. Вычислите вероятность того, что при этом условии из первой урны во вторую переложили l белых шаров.
6. Вероятность попадания в цель при любом из n выстрелов равна p. Найдите вероятность того, что произойдет:
   а) Ровно m попаданий.
   б) Не более m попаданий.
   в) Не менее m попаданий
   г) От m_1 до m_2 попаданий.
7. Определите вероятность того, что среди n_1 изготовленных изделий бракованными окажутся:
   а) ровно m изделий,
   б) не более k изделий,

   если вероятность брака равна p_1, и определите вероятность того, что среди n_2 изготовленных изделий бракованными окажутся
   в) ровно l изделий,
   г) от m_1 до m_2 изделий,

   если вероятность брака равна p_2
8. В наборе n_1 шаров белого цвета, n_2 шаров синего и n_3 шаров красного цвета. Из набора случайным образом без возвращения вынимают m шаров. Случайная величина ξ – число вынутых красных шаров (**варианты 1-10 ИДЗ**), шаров синего цвета (**варианты 11-20 ИДЗ**), белого цвета (**варианты 21-30 ИДЗ**). Найдите:
   а) Ряд распределения случайной величины ξ.
   б) Вероятность попадания случайной величины ξ в интервалы $(x_1; x_2)$, $[x_1; x_2)$; $(x_1; x_2]$, $[x_1; x_2]$.
   в) Найдите ряд распределения случайных величин η и μ
9. Непрерывная случайная величина ξ имеет плотность распределения $p(x)$. Найдите:
   а) Константу A
   б) Функцию распределения случайной величины ξ и постройте ее график.
   в) Вычислите функцию распределения и плотность распределения случайной величины $\eta = a(\xi + b)^3 + c$.
   г) Вычислите функцию распределения и плотность распределения случайной величины $\mu = a(\xi - b)^2 + c$
10. В условиях **задачи 8** выбирают m шаров. Пусть случайная величина ξ число вынутых красных шаров, а случайная величина η – число вынутых синих шаров.
    Найдите:
    а) Совместное распределение случайных величин ξ и η (ряд распределения).
    б) Ряды распределения случайных величин ξ и η
    в) Условные распределения случайной величины ξ при условии η, случайной величины η при условии ξ, проверить случайные величины на независимость
    г) Значения двумерной функции распределения $F_{\xi\eta}(x; y)$ в заданных точках $(x; y)$

д) Ряд распределения новой случайной величины $\mu = f(\xi, \eta)$

е) Ряд распределения новой двумерной дискретной случайной величины $(\mu_1;\ \mu_2)$

11. В четырехугольник с вершинами в точках (a_1, a_2), (b_1, b_2), (c_1, c_2), (d_1, d_2) в соответствии с принципом геометрической вероятности падает частица. Пусть ξ и η – координаты по оси X и У точки падения частицы.

    Найдите:

    а) Совместную функцию распределения $F_{\xi\eta}(x, y)$ случайной величины $(\xi;\eta)$ (**нарисовать область интегрирования для всех возможных вариантов)** и по совместной функции - совместную плотность распределения случайной величины $(\xi;\eta)$.

    б) Одномерные плотности и функции распределения случайных величин ξ и η.

    в) Условные функции распределения и условные плотности распределения случайной величины ξ при условии η , и случайной величины η при условии ξ. Проверьте, будут ли эти случайные величины независимыми

    г) Значение функции распределения случайной величины $\mu = g(\xi, \eta)$ в точке z

12. Совместная плотность распределения случайных величин ξ и η задана формулой

$$p_{\xi,\eta}(x;y) = C\left(ax^{\alpha} + by^{\beta}\right), \quad (x;y) \in D$$

где область D задана в варианте **(нарисовать область D)**. Найдите:

а) Постоянную C.

б) Значения двумерной функции распределения $F_{\xi\eta}(x;y)$ в заданных точках $(x;y)$

в) Одномерные плотности и функции распределения случайных величин ξ и η.

г) Условные функции распределения и условные плотности распределения случайной величины ξ при условии η и случайной величины η при условии ξ. Проверьте, будут ли эти случайные величины независимыми

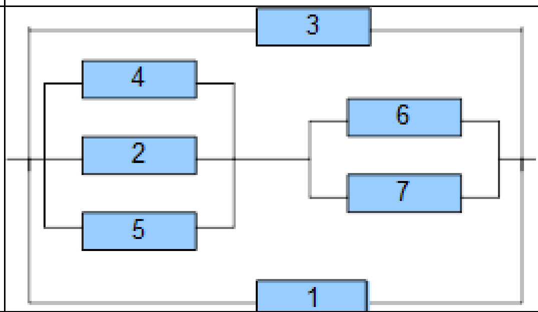
д) Вычислите вероятность попадания вектора (ξ, η) в треугольник с вершинами в точках $(z_1;z_2), (u_1;u_2), (v_1;v_2)$. (**Нарисовать область интегрирования**, **записать интеграл, расставить пределы интегрирования, считать интеграл – не надо**)

е) Значение функции распределения $F_\mu(z)$ новой случайной величины $\mu = g(\xi, \eta)$ в точке z. (**Нарисовать область интегрирования**, **записать интеграл, расставить пределы интегрирования, считать интеграл – не надо**)

Распределение баллов (15 баллов)

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Задача 7
1 балл	1 балл	1 балл	1 балл	1 балл	1 балл	1 балл

Задача 8	Задача 9	Задача 10	Задача 11	Задача 12
1 балл	2 балла	2 балла	1 балл	2 балла

	№ задачи	Данные
15	1.	$n_1 = 4, n_2 = 4, n_3 = 3, m = 6.$ Событие А={красных шаров достали больше, чем белых, но не больше двух}, событие В={шары хотя бы двух цветов}
	2.	Событие А={хотя бы две карты одного достоинства}, событие В={карты двух достоинств}
	3.	Преподаватель пришел раньше студентов на 10 минут, консультации не было до 10.45
	4.	 $p_1 = p_5 = 0{,}1, \quad p_2 = p_4 = 0{,}2,$ $p_3 = p_6 = p_7 = 0{,}3.$
	5.	$n_1 = 5, m_1 = 4, n_2 = 3, m_2 = 3, k_1 = 4, k_2 = 3, l = 1.$
	6.	$n = 6, p = 0{,}55, m = 2, m_1 = 1, m_2 = 4.$
	7.	$p_1 = 0{,}035;\ n_1 = 100;\ m = 3; k = 5$ $p_2 = 0{,}085;\ n_2 = 1400;\ l = 105;\ m_1 = 90;\ m_2 = 140$
	8.	$n_1 = 5, n_2 = 6, n_3 = 5, m = 6;$ $x_1 = 3, \quad x_2 = 6.$ $\mu = 9 - \lvert\xi^2 - 16\rvert, \quad \eta = 8 - (2 - \xi)^3.$
	9.	$p_\xi(x) = \begin{cases} A(1 + \lvert 1 - x^3\rvert), & -1 \le x \le 2 \\ 0, & x < -1,\ x > 2 \end{cases}$ $a = 2, \quad b = 1, \quad c = -4.$
	10.	$(x; y) = (7; 3), (2; 4), (3; 7);$ $\mu = \eta - \xi \cdot \cos \pi\eta$ $\mu_1 = 3 - 2(\eta - \xi);\ \mu_2 = 2\eta - 3(\xi - 2)$
	11.	$(a_1, a_2) = (-6; 1), (b_1, b_2) = (-6; 4), (c_1, c_2) = (-2; 4), (d_1, d_2) = (-2; 1);$ $\mu = \xi - 3\eta, z = -9$
	12.	$a = -3, \alpha = 1, b = 1, \beta = 2,$ $D = \{(x; y): x = 0, \quad y = 2, \quad y = \sqrt{-x}\}$ $(x; y) = (1;\ 1)$ $(z_1, z_2) = (-1; -1), (u_1, u_2) = (-2; 2), (v_1, v_2) = (0; 1);$ $\mu = 2\xi^2 - \eta, z = 1$