

1.

А) Пользуясь теоремой Кронекера-Капелли, определить, при каких значениях параметров α, β будет совместна следующая система линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 3x_4 = 6, \\ 2x_2 + 4x_4 = 8, \\ \alpha x_3 + 5x_4 = \beta. \end{cases}$$

Б) При любом ли векторе $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)^T$ совместна система линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = b_1, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = b_2, \\ 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 = b_3. \end{cases}$$

2.

Оператор \mathcal{L} действует в пространстве \mathcal{M}^2 (многочленов степени не выше 2-й). Каждому многочлену $f(t) = c_1 + c_2t + c_3t^2$ оператор ставит в соответствие многочлен

$$\mathcal{L}f(t) = c_3 + 2c_2t + 3c_1t^2.$$

а) Докажите, что \mathcal{L} - линейный оператор;

б) Выписать матрицу A оператора \mathcal{L} в базисе $g^1 = 1, g^2 = t - 1, g^3 = t^2 + 1$.

3. Приведите квадратичную форму $xu + 2xz + 4yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.