

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Синусоидальным (переменным) называется ток или напряжение, периодически изменяющее свое направление и величину. Число полных периодов изменения тока в одну секунду называется частотой и измеряется в герцах (Гц).

Повсеместное применение электрической энергии переменного тока во всем мире обусловлено его преимуществами по сравнению с постоянным током:

а) переменный ток легко трансформируется (преобразуется) в переменный ток высокого напряжения и обратно. Это качество позволяет передавать электроэнергию на большие расстояния с малыми потерями в линии электропередачи;

б) самые простые и надежные преобразователи электроэнергии в механическую работу – асинхронные двигатели переменного тока.

В нашей стране и в странах Европы для промышленных целей используется энергия переменного тока частотой $f = 50$ Гц.

Широкое использование энергии переменного тока во всех отраслях промышленности требует от инженерно-технических работников умения простейшего расчета режимов работы и выбора элементов электрических цепей.

1.1. Элементы электрических цепей

Электрическая цепь синусоидального тока содержит наряду с устройствами, назначение которых совпадает с функциями аналогичных устройств цепи постоянного тока (источники электроэнергии, измерительные приборы, проводники, выключатели, резисторы), также потребители, присущие только цепям переменного тока: конденсаторы, катушки индуктивности.

Источником синусоидальной электродвижущей силы (ЭДС) промышленной частоты 50 Гц обычно являются синхронные генераторы, которые посредством силовых трансформаторов и линии электропередачи обеспечивают электроэнергией потребителей. Десятки и сотни независимых потребителей подключены к одним и тем же зажимам источника переменной ЭДС (например, городское электроснабжение, промышленные предприятия). По этой причине у источника электроэнергии практически отсутствует режим холостого хода. Поэтому к конкретным цепям потребителя приложено переменное напряжение, а не ЭДС. Данный момент также является отличием цепей переменного тока от цепей постоянного тока.

Аналитические выражения синусоидального напряжения и тока имеют вид:

$$u = U_m \cdot \sin(\omega t + \psi_u);$$

$$i = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_i),$$

где u, i – мгновенные значения напряжения и тока;

U_m, I_m – амплитуды соответствующих величин;

$(\omega t + \psi_u), (\omega t + \psi_i)$ – фазные углы синусоидальных функций

ψ_u, ψ_i – начальная фаза, равная фазному углу для

времени $t = 0$;

$\omega = 2\pi f$ – угловая частота изменения фазового угла.

Таким образом, синусоидальная функция характеризуется амплитудой, частотой и начальной фазой. Важным параметром двух синусоидальных функций является сдвиг фаз:

$$\phi = \psi_u - \psi_i.$$

Известно, что синусоидальные функции напряжения и тока могут быть представлены в виде вращающихся векторов величиной U_m и I_m в декартовой системе координат (рис. 1). Проекция вектора в любой момент времени на ось u дает мгновенное значение тока или напряжения. Представление

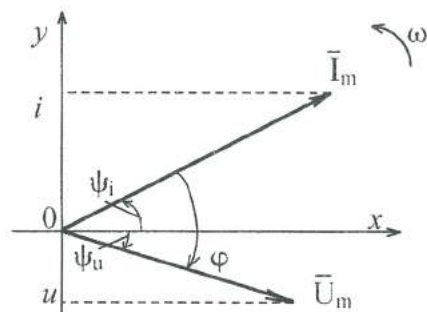


Рис.1. Векторное изображение синусоидальных функций

этих функций вращающимися векторами в декартовой системе координат позволяет наглядно показать количественные и фазовые соотношения в цепях переменного тока и широко применяется при объяснении физических процессов в электрических цепях и выводе основных соотношений.

В электротехнике векторы обычно изображают для момента времени $t = 0$, т.е. неподвижными, а их масштабы выбирают так, чтобы длина вектора соответствовала не амплитудному U_m, I_m , а действующему значению:

$$U = U_m / \sqrt{2}; \quad I = I_m / \sqrt{2}.$$

Изобразить векторы взаимно неподвижными удастся потому, что частота их вращения одинакова и взаимное расположение не меняется в любой момент времени, т.е.

$\varphi = \psi_u - \psi_i = \text{const}$ для электрической цепи с постоянными параметрами потребителей. Угол φ (сдвиг фаз) всегда откладывается от вектора тока \vec{I} к вектору напряжения \vec{U} . Таким образом, в цепях переменного тока напряжения на отдельных участках и токи в ветвях следует рассматривать как векторные величины. Совокупность векторов ЭДС, напряжений и токов, построенных в общей системе координат, называется вектор-

ной диаграммой

В общем случае ветвь электрической цепи переменного тока представляет собой последовательно включенные потребители: резистор, катушка индуктивности и емкость. В цепях переменного тока резистор называют «активное сопротивление», а индуктивность, емкость — «реактивное сопротивление».

На рис. 2, а представлена простейшая цепь переменного тока, состоящая из одной ветви.

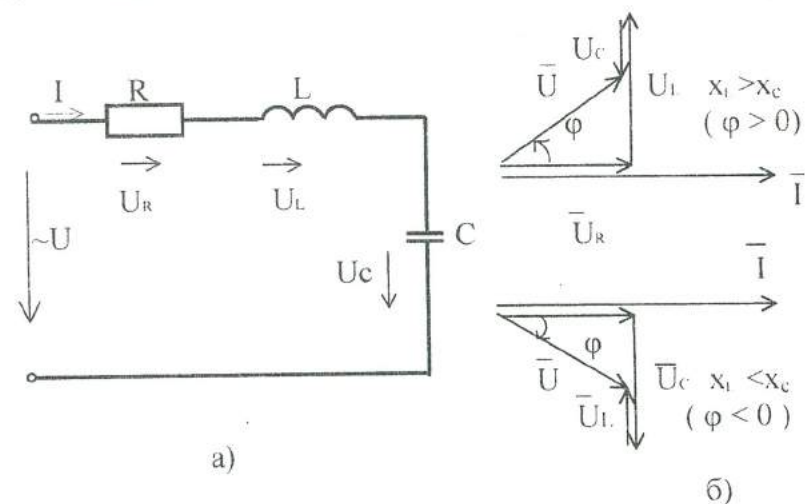


Рис. 2. Электрическая цепь переменного тока

На приведенной схеме потребители включены последовательно, следовательно, по ним течет один и тот же ток. Если в исходных данных реактивные элементы характеризуются значениями их индуктивности (Гн) и емкости (мкФ), следует вычислить соответствующие им реактивные сопротивления:

$$x_L = \omega L = 2\pi fL, \text{ Ом}$$

$$x_C = \frac{10^6}{\omega C} = \frac{10^6}{2\pi fC}, \text{ Ом.}$$

Коэффициент 10^6 учитывает перевод дробной единицы в основные единицы:

$$1\Phi = 10^6 \text{ мк}\Phi.$$

Полное реактивное сопротивление ветви можно определить как алгебраическую сумму сопротивлений реактивных элементов:

$$x = x_L - x_C.$$

1.2. Построение векторной диаграммы

Для построения векторных диаграмм тока и напряжений составим уравнение в соответствии со вторым законом Кирхгофа для замкнутого контура (рис. 2, а):

$$\vec{I}R + \vec{I}x_L + \vec{I}x_C - \vec{U} = 0 \text{ или } \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C = \vec{U}. \quad (1)$$

Так как через все потребители протекает один и тот же ток, поэтому считаем его базовой величиной с начальной фазой, равной нулю (рис. 2, б, оси декартовой системы координат не указаны). При построении векторной диаграммы напряжений необходимо выполнять следующие правила:

- в резисторе ток и напряжения совпадают по фазе;
- в индуктивности напряжение опережает ток на угол 90° ;
- в емкости напряжение отстает от тока на угол 90° .

Выбираем масштаб напряжения и графически реализуем векторную сумму (1). Для этого построение векторов напряжений начинаем из начала координат, направление векторов напряжений откладываем в соответствии с указанными правилами относительно базового вектора тока.

В результате графических построений получаем векторную диаграмму, вид которой зависит от соотношений между величинами реактивных сопротивлений (см. рис.2. б). Если $x_L > x_C$, то между результирующими векторами

тока и напряжения угол положителен $\varphi > 0$, говорят, что напряжение опережает ток, а нагрузка активно-индуктивная. Если $x_L < x_C$, то $\varphi < 0$, говорят, что напряжение отстает от тока, а нагрузка активно-емкостная. Под термином «нагрузка» понимают величину тока в цепи.

Приложенное к цепи напряжение U на векторной диаграмме является гипотенузой прямоугольного треугольника напряжений. Если стороны треугольника напряжений разделить на модуль тока I , то получим подобный треугольник сопротивлений (рис. 3).

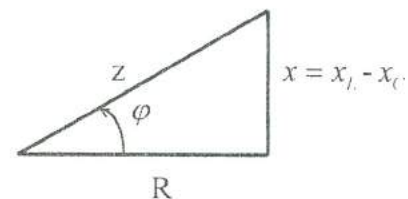


Рис. 3. Треугольник сопротивлений при условии $x_L > x_C$.

Величина

$$z = \sqrt{R^2 + (x_L - x_C)^2} \quad (2)$$

называется полным сопротивлением цепи. С учетом принятых обозначений закон Ома для ветви электрической цепи переменного тока будет иметь вид:

$$I = \frac{U}{z}. \quad (3)$$

Положение вектора \vec{U} на плоскости в декартовой системе координат будет определяться величиной и знаком угла φ , который может быть найден из треугольника сопротивлений:

$$\varphi = \arctg \frac{x_L - x_C}{R}. \quad (4)$$

Следует отметить, что при определении угла φ по параметрам треугольника сопротивлений потребителя не рекомендуется использовать функции \arcsin и \arccos . Во-первых, в эту функцию входит абстрактное сопротивление z с неопределенным знаком корня (2), во-вторых, функция \arccos четная и не определяет знак угла, что в дальнейшем может привести к погрешностям в расчетах.

1.3. Активная, реактивная и полная мощности. Баланс мощностей

Полная электрическая мощность цепи равна:

$$S = U \cdot I \text{ [ВА]}. \quad (5)$$

Под полной мощностью понимают максимально возможную мощность при заданном напряжении U и токе I .

Выражение (5) с учетом треугольника напряжений (рис.2, б) можно преобразовать:

$$S = U \cdot I = I \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{U^2 I^2 \cos^2 \varphi + U^2 I^2 \sin^2 \varphi} = \sqrt{P^2 + Q^2}, \quad (6)$$

где $P = UI \cos \varphi$ [Вт] – активная электрическая мощность;

$Q = UI \sin \varphi$ [ВАр] – реактивная электрическая мощность.

Активная мощность расходуется на необратимое преобразование электроэнергии в полезную работу, тепловые потери и т.п.. Мерой эффективности преобразования электрической мощности в другие виды является коэффициент мощности $\cos \varphi$. В цепи рис. 2, а электроэнергия преобразуется в тепловую энергию на резисторе R при условии, что сопротивления проводников пренебрежимо малы по сравнению с сопротивлениями потребителей.

Реактивная мощность является обменной мощностью между потребителем и источником. В течение четверти периода ток в реактивных сопротивлениях возрастает, что физиче-

ски означает накопление энергии в магнитном поле индуктивности (катушки) или электрическом поле емкости (конденсаторе). В течение следующей четверти периода ток снижается, начинается обратный процесс- передача накопленной электрической энергии реактивными сопротивлениями на источник энергии.

Согласно закону Джоуля – Ленца тепловая мощность на потребителях определяется по формуле:

$$P_{II} = \sum I_i^2 R_i. \quad (7)$$

В соответствии со всеобщим законом сохранения энергии активная электрическая мощность должна быть равной тепловой мощности потребителей:

$$P = P_{II}. \quad (8)$$

Выражение (8) называют уравнением баланса мощностей. Оно используется при проверке правильности расчетных значений токов и напряжений электрической цепи.

Реактивная мощность потребителей определяется по формуле:

$$Q_{II} = \sum I_i^2 (x_{L_i} - x_{C_i}). \quad (9)$$

Аналогично должен выполняться баланс реактивных мощностей:

$$Q = Q_{II}. \quad (10)$$

2. ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Графоаналитический метод расчета цепей переменного тока отличаются простота и наглядность производимых вычислений. К недостатку этого метода следует отнести невысокую точность при построении векторных диаграмм с помощью чертежных инструментов. Погрешности можно существенно уменьшить, если построение векторных диаграмм осуществ-

лять не традиционным способом, а с помощью графических программ на персональном компьютере.

Суть метода заключается в следующем. Произвольно задается величина и фаза напряжения или тока на отдельном участке цепи, а после предварительных вычислений строят в масштабе векторную диаграмму. На векторной диаграмме графическим путем определяют искомые величины и напряжение источника. В результате сравнения расчетного и заданного значений напряжения источника определяют коэффициент пересчета и определяют истинное значение искомых величин.

В качестве иллюстрации рассчитаем цепь переменного тока со смешанным соединением потребителей графоаналитическим методом.

Задача 1. Для цепи (рис.4) дано: $U=220$ В; $f=50$ Гц; $R=10$ Ом; $L=0.05$ Гн; $R_1=12$ Ом; $C_1=200$ мкФ; $R_2=14$ Ом; $L_2=0.08$ Гн; $C_2=300$ мкФ.

Требуется определить токи в ветвях, коэффициент мощности. Справедливость полученных результатов подтвердить при помощи баланса мощностей.

Решение

1. Определяем количество неизвестных токов. Количество токов в электрической цепи численно равно количеству ветвей. В данной цепи число ветвей равно трем, поэтому необходимо определить три неизвестных тока.

2. Условимся, что верхний зажим цепи является точкой высшего потенциала. Тогда условно-положительные направления токов будут от точки высшего потенциала к низшему, как показано на рис.4.

3. Определяем величину реактивных сопротивлений:

$$x_L = \omega L = 2\pi f = 2 \cdot 3.14 \cdot 50 \cdot 0.05 = 15.7 \text{ Ом};$$

$$x_{C1} = \frac{10^6}{\omega C} = \frac{10^6}{2 \cdot 3.14 \cdot 50 \cdot 200} = 15.9 \text{ Ом};$$

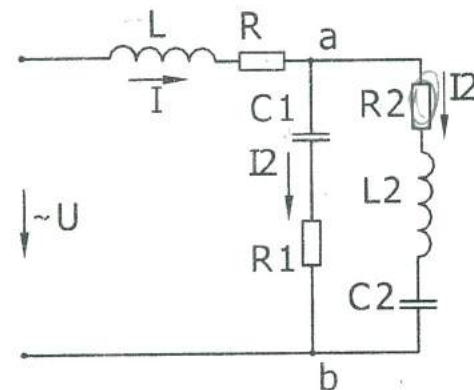


Рис. 4. Электрическая цепь со смешанным соединением потребителей

$$x_{L2} = \omega L_2 = 2 \cdot 3.14 \cdot 50 \cdot 0.08 = 25.2 \text{ Ом};$$

$$x_{C2} = \frac{10^6}{\omega C_2} = \frac{10^6}{2 \cdot 3.14 \cdot 50 \cdot 300} = 10.6 \text{ Ом}.$$

4. Произвольно задаемся величиной и направлением вектора действующего напряжения между узлами «а» и «в» схемы. Пусть $U'_{ab} = 100$ В;

5. По закону Ома определяем модули векторов токов I'_1 и I'_2 при напряжении U'_{ab} :

$$I'_1 = \frac{U'_{ab}}{z_{1,1}} = \frac{U'_{ab}}{\sqrt{R_1^2 + (x_{L1} - x_{C1})^2}} = \frac{100}{\sqrt{12^2 + (0 - 15.9)^2}} = 5.02 \text{ А};$$

$$I'_2 = \frac{U'_{ab}}{z_2} = \frac{U'_{ab}}{\sqrt{R_2^2 + (x_{L2} - x_{C2})^2}} = \frac{100}{\sqrt{14^2 + (25.2 - 10.6)^2}} = 4.94 \text{ А}.$$

6. Определяем углы сдвига фаз между вектором U'_{ab} и векторами I'_1 и I'_2 соответственно:

$$\varphi_1 = \arctg \frac{x_{L1} - x_{C1}}{R_1} = \arctg \frac{0 - 15.9}{12} = -52.9^\circ;$$

$$\varphi_2 = \arctg \frac{x_{L2} - x_{C2}}{R_2} = \arctg \frac{25.2 - 10.6}{14} = 46^\circ.$$

7. Определяем ток I' в неразветвленной части цепи графическим способом. В соответствии с первым законом Кирхгофа для узла «а» можно записать:

$$\vec{I}' = \vec{I}'_1 + \vec{I}'_2.$$

Для построения векторной диаграммы следует задаться масштабами векторов тока m_I и векторов напряжения m_U , наметить начало координат 0, указать положительное направление вращения векторов ω (против часовой стрелки). Затем по оси x из начала координат откладываем вектор \vec{U}'_{ab} , также из начала координат строим вектор \vec{I}'_1 под углом φ_1 относительно вектора \vec{U}'_{ab} , причем этот угол отрицательный. Из конца вектора \vec{I}'_1 под углом φ_2 к вектору \vec{U}'_{ab} строим вектор \vec{I}'_2 ($\varphi_2 > 0$ рис. 5). При построении векторной диаграммы необходимо строго придерживаться принятой системы координат и откладывать угол от тока к напряжению с учетом знака.

В результате сложения двух векторов получим искомый вектор тока \vec{I}' . Для расчета величины тока в неразветвленной части цепи задаемся масштабами токов и напряжений. Пусть $m_I = 0.2$ А/мм; $m_U = 2$ В/мм. Рассчитаем длины отрезков, изображающих на плоскости модули соответствующих векторов:

$$l_{U'_{ab}} = U'_{ab} / m_U = 100 / 2 = 50 \text{ мм};$$

$$l_{I'1} = I'1 / m_I = 5.02 / 0.2 = 25.1 \text{ мм};$$

$$l_{I'2} = I'2 / m_I = 4.94 / 0.2 = 24.7 \text{ мм}.$$

Таким образом, в результате графических построений

получим (рис. 5)

$$I' = l_{I'} \cdot m_I = 33.2 \cdot 0.2 = 6.64 \text{ А}.$$

8. В соответствии со вторым законом Кирхгофа для замкнутого контура (рис.4) запишем уравнение:

$$\vec{U}' = \vec{U}'_R + \vec{U}'_L + \vec{U}'_{ab}.$$

Определим падение напряжения на потребителях в неразветвленной части цепи:

$$U'_R = I' \cdot R = 6.64 \cdot 10 = 66.4 \text{ В};$$

$$U'_L = I' \cdot x_L = 6.64 \cdot 15.7 = 104.2 \text{ В}.$$

Для векторной диаграммы напряжений предварительно определяем отрезки, пропорциональные модулям соответствующих векторов:

$$l_{U'_R} = U'_R / m_U = 66.4 / 2 = 33.2 \text{ мм};$$

$$l_{U'_L} = U'_L / m_U = 104.2 / 2 = 52.1 \text{ мм}.$$

Построение векторной диаграммы напряжений проводим следующим образом: из конца вектора \vec{U}'_{ab} откладываем вектор \vec{U}'_R , совпадающий по направлению с вектором \vec{I}' (в активном сопротивлении ток и напряжение совпадают по фазе); из конца вектора \vec{U}'_R откладываем вектор \vec{U}'_L перпендикулярно вектору общего тока \vec{I}' (в индуктивности напряжение опережает ток по фазе). Отрезок прямой, соединяющий начало координат 0 с концом вектора \vec{U}'_L , дает в масштабе модуль вектора напряжения источника \vec{U}' (рис.5).

В результате графических построений получим отрезок $l_{U'} = 96$ мм, сдвиг фаз между результирующим током и напряжением источника $\varphi = 30^\circ$. Тогда расчетное значение напряжения источника будет равно:

$$U' = 96 \cdot 2 = 192 \text{ В}.$$

алгебраической - $\dot{A} = A' + jA''$;

тригонометрической- $\dot{A} = A(\cos \psi + j \sin \psi)$;

показательной- $Ae^{j\psi}$,

где $A = \sqrt{(A')^2 + (A'')^2}$ - модуль комплексного числа;

$\psi = \arctg \frac{A''}{A'}$ - аргумент комплекса, угол определяющий

положение вектора \dot{A} на комплексной плоскости;

e - основание натуральных логарифмов;

j - мнимая единица, называемая в электротехнике поворотным множителем из-за того, что при умножении вектора на $\pm j$ происходит поворот его на угол $\pm 90^\circ$;

$A' = A \cos \psi$ - вещественная часть комплексного числа;

$A'' = A \sin \psi$ - мнимая часть комплексного числа.

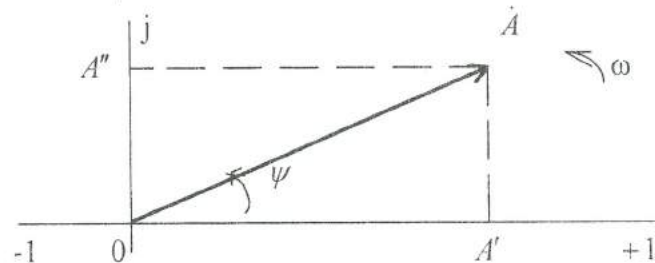


Рис. 6. Изображение вектора на комплексной плоскости

В показательной форме выражение $Ae^{j\psi}$ нужно рассматривать не как численную величину, а как символ, указывающий, что отрезок A повернут по отношению к оси вещественных значений (+1) на угол ψ .

Это позволяет от графического представления синусоидальных функций перейти к аналитическому представлению их комплексными числами, а операции с векторами заменить алгебраическими действиями.

При выполнении алгебраических действий с комплексными числами рекомендуется выполнять следующие правила:

1. Для сложения и вычитания комплексных чисел их следует представлять в алгебраической форме, затем отдельно алгебраически сложить их вещественные и мнимые части:

$$Ae^{j\psi_1} - Be^{j\psi_2} = A \cos \psi_1 + jA \sin \psi_1 - (B \cos \psi_2 + jB \sin \psi_2) = (A' - B') + j(A'' - B'')$$

2. При умножении и делении комплексных чисел их следует представить в показательной форме.

Произведение комплексных чисел есть комплекс, модуль которого равен произведению модулей сомножителей, а аргумент (показатель степени) — алгебраическая сумма аргументов перемножаемых комплексов:

$$Ae^{j\psi_1} \cdot Be^{j\psi_2} = (A \cdot B)e^{j(\psi_1 + \psi_2)}$$

При делении двух комплексных чисел получим комплекс, модуль которого равен частному от деления модулей, а аргумент равен разности аргументов делимого и делителя:

$$Ae^{j\psi_1} / Be^{j\psi_2} = (A/B)e^{j(\psi_1 - \psi_2)}$$

Пример 1. Сложить два комплексных числа:

$$36e^{j30^\circ} + 17e^{-j110^\circ} = 36 \cos 30^\circ + j36 \sin 30^\circ + 17 \cos(-110^\circ) + j17 \sin(-110^\circ) = 31.2 + j18 - 5.8 - j15.9 = 25.4 + j2.1 = 25.5e^{j4.7^\circ}$$

Пример 2. Разделить комплекс $40 + j30$ на $27e^{j135^\circ}$:

$$40 + j30 = \sqrt{40^2 + 30^2} \cdot e^{j(\arctg \frac{30}{40})} = 50e^{j36.8^\circ};$$
$$50e^{j36.8^\circ} / 27e^{j135^\circ} = 1.85e^{-j98.2^\circ}$$

3.2. Выражение электрических величин комплексными числами

В большинстве электротехнической литературы комплексы синусоидально изменяющихся величин принято отме-

чать точками над их буквенными обозначениями: $\dot{U}, \dot{I}, \dot{S}$, а комплексы величин, не зависящих от времени (сопротивлений, проводимостей), обозначают буквами без точек z, x, y .

Если напряжение задано в виде тригонометрической функции

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi),$$

то легко изобразить его на комплексной плоскости: модуль напряжения: $U = U_m / \sqrt{2}$; аргумент комплекса ψ . Тогда комплекс напряжения будет иметь вид:

$$\dot{U} = U e^{j\psi}.$$

Если специально не оговорена начальная фаза напряжения электрической цепи (наиболее распространенный случай), то аргумент комплекса напряжения обычно принимают равным нулю, т.е. вектор напряжения располагают на вещественной оси комплексной плоскости. Модуль комплекса всегда равен действующему значению напряжения (или тока). Аналогичные преобразования проводят для синусоидального тока.

Если в комплексную плоскость поместить треугольники сопротивлений (рис. 7), то согласно теории комплексных величин можно записать:

$$z = R + j(x_L - x_C) = z(\cos \varphi + j \sin \varphi) = z e^{j\varphi}.$$

Последние формулы демонстрируют три формы выражения полного сопротивления цепи: символическую, тригонометрическую и показательную.

В последних двух формах записи z модуль комплекса является числовым значением этого сопротивления:

$$z = \sqrt{R^2 + (x_L - x_C)^2}.$$

Аргумент комплекса сопротивления также определяется по известной формуле:

$$\varphi = \arctg \frac{x_L - x_C}{R}.$$

Если по вещественной оси направить вектор напряжения сети \dot{U} , то отношение:

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{z}$$

представляет собой закон Ома в символической форме и даёт возможность определить ток ветви электрической цепи в комплексной форме.

Подобным образом могут быть выражены и все другие основные законы электротехники, например, закон Кирхгофа для узла электрической цепи:

$$\sum \dot{I}_i = 0$$

и закон Кирхгофа для замкнутого контура электрической цепи:

$$\sum_{i=1}^n \dot{E}_i = \sum_{k=1}^m \dot{I}_k z_k.$$

При анализе цепей синусоидального тока с помощью комплексных чисел в итоге расчета получим комплексы результирующего тока и напряжения, по которым легко определить комплексную мощность. Пусть $\dot{U} = U e^{j\psi_u}$; $\dot{I} = I e^{j\psi_i}$. Для определения мощности необходимо знать угол сдвига фаз φ между током и напряжением:

$$\varphi = \psi_u - \psi_i.$$

Следовательно, для определения полной комплексной мощности необходимо использовать следующее выражение:

$$\dot{S} = \dot{U} \cdot \dot{I}^* = (U \cdot I) e^{j(\psi_u - \psi_i)} = (U \cdot I) e^{j\varphi}$$

$$\dot{S} = \dot{U} \cdot \dot{I}^* = (U \cdot I) e^{j(\psi_u - \psi_i)} = (U \cdot I) e^{j\varphi} \text{ [ВА]},$$

где \dot{I}^* - сопряженный комплекс тока (знак аргумента изменен на противоположный).

Если представить комплекс полной мощности в алгебра-

ической форме, то можно определить активную и реактивную мощности:

$$\dot{S} = \dot{U} \cdot \dot{I}^* = U \cdot I \cos \varphi + jU \cdot I \sin \varphi = P + jQ,$$

где P [Вт] – активная мощность;

Q [вар] – реактивная мощность.

Активную и реактивную мощности электрической цепи можно определить также при известных модулях тока, активных и реактивных сопротивлениях потребителей:

$$P_{\Pi} = \sum_{i=1}^n I_i^2 R; \quad Q_{\Pi} = \sum_{i=1}^n I_i^2 (x_{L_i} - x_{C_i}).$$

В соответствии с законом сохранения энергии соответствующие мощности источника и потребителя должны быть, безусловно, равны.

3.3. Пример расчета электрических цепей символическим методом

Задача 2. Для схемы со смешанным соединением потребителей (рис.4) определить: действующее значение токов в ветвях; величину активной, реактивной и полной мощности; определить погрешность расчетов на основе баланса мощностей; построить векторные диаграммы токов, напряжений, а также треугольник мощностей на комплексной плоскости.

Напряжение сети $U=220$ В, частота напряжения $f=50$ Гц. Параметры потребителей: $R=10$ Ом; $L=0.05$ Гн; $R_1=12$ Ом; $C_1=200$ мкФ; $R_2=14$ Ом; $L_2=0.08$ Гн; $C_2=300$ мкФ.

Решение

1. Определяем количество неизвестных токов и задаемся условно-положительным направлением токов и напряжений.

В данной схеме три ветви, следовательно, три неизвестных тока. Если верхний зажим источника считать точкой наивысшего потенциала, то положительное направления токов в

цепи будет таким, как указано на рис. 4.

2. Определяем величины реактивных сопротивлений:

$$x_L = \omega \cdot L = 2\pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot 3.14 \cdot 50 \cdot 0.05 = 15.7 \text{ Ом};$$

$$x_{C1} = \frac{1}{\omega \cdot C_1} = \frac{10^6}{2 \cdot 3.14 \cdot 50 \cdot 200} = 15.9 \text{ Ом};$$

$$x_{L2} = \omega \cdot L_2 = 2 \cdot 3.14 \cdot 50 \cdot 0.08 = 25.1 \text{ Ом};$$

$$x_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{10^6}{2 \cdot 3.14 \cdot 50 \cdot 300} = 10.6 \text{ Ом}.$$

3. Определяем комплексы полных сопротивлений ветвей:

$$z = R + jx_L = 10 + j15.7 = 18.6e^{j57.5^\circ} \text{ Ом};$$

$$z_1 = R_1 - jx_{C1} = 12 - j15.9 = 19.9e^{-j52.9^\circ} \text{ Ом};$$

$$z_2 = R_2 + j(x_{L2} - x_{C2}) = 14 + j(25.1 - j10.6) = 20.15e^{j46^\circ}.$$

4. Для расчета токов воспользуемся способом эквивалентного преобразования цепей. Для этого определим комплекс эквивалентного сопротивления разветвленной части цепи:

$$z_{ab} = \frac{z_1 \cdot z_2}{z_1 + z_2} = \frac{19.9e^{-j52.9^\circ} \cdot 20.15e^{j46^\circ}}{12 - j15.9 + 14 + j14.5} = \frac{400.98e^{-j6.9^\circ}}{26.04e^{-j3.1^\circ}} = 15.4e^{-j3.8^\circ} = 15.36 - j1.02.$$

Определяем комплекс эквивалентного сопротивления всей цепи:

$$z_3 = z_{ab} + z = 15.36 - j1.02 + 10 + j15.7 = 25.36 + j14.7 = 29.3e^{j30.1^\circ}$$

5. По закону Ома определяем комплекс тока в неразветвленной части цепи:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{ab}}{z_3} = \frac{220e^{j0^\circ}}{29.3e^{j30.1^\circ}} = 7.51e^{-j30.1^\circ}.$$

6. Определяем комплекс напряжения между узлами «а» и «в»:

$$\dot{U}_{ab} = \dot{I} \cdot z_{ab} = 7.51e^{-j30.1^\circ} \cdot 15.4e^{-j3.8^\circ} = 115.6e^{-j33.9^\circ}.$$

Треугольник мощностей строим в соответствии с выбранным масштабом и знаком реактивной мощности (рис. 8).

$$m_{S,P,Q} = 20 \text{ Вт/мм}.$$

4. ОФОРМЛЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Работа оформляется в виде расчетно-пояснительной записки на скрепленных листах формата школьной тетради в клетку (203x167) либо на листах формата А4 (297x210).

Титульный лист выполняется по установленному образцу, в нем обязательно указывается номер самостоятельной работы, название работы и вариант.

На первой странице записки приводится расчетная схема электрической цепи, ниже записываются исходные данные по варианту и текст задания.

Элементы электрической цепи следует изображать с применением чертежных инструментов карандашом в соответствии со стандартом. Во всех ветвях схемы необходимо указать условные положительные направления токов, напряжений и их буквенные обозначения. Буквенные и цифровые обозначения на схеме выполняются чернилами.

Все расчетные операции оформляются следующим образом: указывается расчетная формула с конкретными условными обозначениями, приводятся цифровые значения величин, затем записывается результат расчета (см. примеры решения задач). Все расчетные и графические операции должны быть пояснены.

Для выполнения самостоятельной работы исходные данные для расчетной цепи рис. 9 выбираются по таблице согласно варианту. Если в таблице отсутствуют данные на конкретный элемент цепи, то его следует исключить и не изображать на схеме. Полученная электрическая цепь считается расчетной и приводится в задании.

5. ЗАДАНИЕ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

При заданных значениях действующего напряжения $U=220 \text{ В}$ и частоты напряжения $f=50 \text{ Гц}$ определить графоаналитическим и символическим методами:

- 1) действующие значения токов в ветвях;
- 2) активную, реактивную и полную мощности.

По полученным данным построить векторные диаграммы токов, напряжений, а также треугольник мощностей в осях декартовых координат и на комплексной плоскости для соответствующего метода.

Данные потребителей выбираются из таблицы, схема приведена на рис.9.

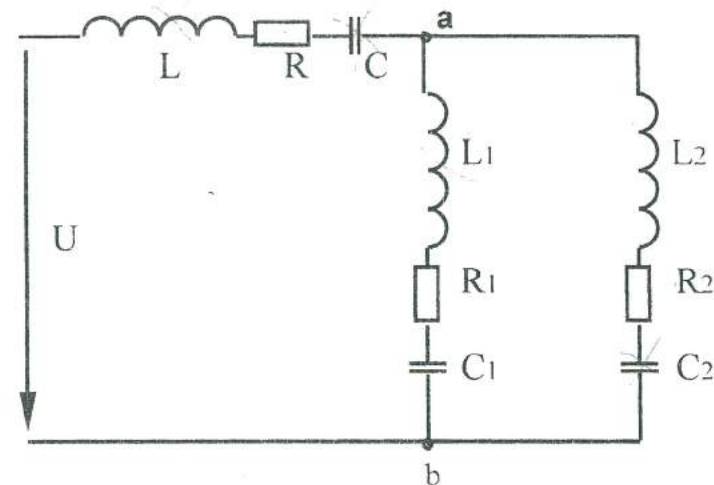


Рис. 9. Расчетная электрическая цепь

№ вар.	R Ом	L Гн.	C мкФ	R1 Ом	L1 Гн.	C1 мкФ	R2 Ом	L2 Гн.	C2 мкФ
1	8	0,02	600	20		200	30		
2	6	0,03	300	10		100	25	0,05	
3	10	0,05	500	15		60			200
4	12	0,1	200	25		80		0,15	
5	25	0,2	100	30	0,05		15	0,09	
6	32	0,15		50	0,04		20		
7	17	0,04		15	0,1				160
8	20	0,03		20	0,2			0,16	
9	10	0,07		10	0,08	120	40	0,2	
10	5	0,08		14	0,03	100	60		
11	4		100	8	0,02	90			500
12	2		80	2	0,05	80		0,05	
13	12		160		0,12	300	35	0,06	
14	24		180		0,14	400	40		
15	29		200		0,04	500			100
16		0,14	250		0,08	450		0,06	
17		0,06	150	30		550	14	0,12	
18		0,16	120	18		600	10		
19		0,18	130	25		400			400
20		0,1	60	20		300		0,03	
21	8			20		200	30	0,04	
22	6			10		100	25		200
23	10			15		60			
24	12			25		80		0,15	
25	25	0,2		30		150	15		
26	32	0,15		50		200	20	0,04	
27	17	0,04		15		250			160
28	20	0,03		20		140		0,16	
29	10	0,07		10	0,08		40	0,2	
30	5		120	14	0,03		60		
31	4		100	8	0,02				500

№ вар.	R Ом	L Гн.	C мкФ	R1 Ом	L1 Гн.	C1 мкФ	R2 Ом	L2 Гн.	C2 мкФ
32	2		80	20	0,04			0,05	
33	12		160	25	0,12	300	35	0,06	
34	24		180	35	0,14	400	40		
35		0,2	200	40	0,04	500			100
36		0,14	250	20	0,08	450		0,06	
37		0,06	150		0,06	550	14	0,12	
38		0,16	120		0,1	600	10		
39		0,18	130		0,14	400			400
40	20				0,07	300		0,03	
41	8			20		200	30	0,04	
42	6			10		100	25		
43	10			15		60			200
44	12			25		80		0,15	
45	25	0,2	100	30	0,05		15		
46	32	0,15	150	50	0,04				100
47	17	0,04	250	15	0,1			0,08	
48	20	0,03	160	20	0,2	140	35	0,16	
49	8			20		200	30	0,04	
50	6			10		100	25		150
51	10			15		60	10	0,1	200
52	12			25		80		0,15	180
53		0,2		30	0,05		15	0,09	
54		0,15		50	0,04		20		100
55		0,04		15	0,1		12	0,08	160
56		0,03		20	0,2			0,16	250
57			140	10	0,08	120	40	0,2	
58			120	14	0,03	100	60		350
59			100	8	0,02	90	20	0,15	500
60			80	20	0,04	80		0,05	400
61	12	0,04		25			35	0,06	
62	14	0,1		35			40		500

Продолжение таблицы

№ вар.	R Ом	L Гн.	C мкФ	R1 Ом	L1 Гн.	C1 мкФ	R2 Ом	L2 Гн.	C2 мкФ
63	29	0,2		40			45	0,08	100
64	32	0,14		20				0,06	250
65	40			30	0,06		14	0,12	
66	45			18	0,1		10		180
67	50			25	0,14		20	0,08	400
68	20			20	0,07			0,03	450
69		0,02		20	0,1	200	30	0,04	
70		0,03		10	0,06	100	25		150
71		0,05		15	0,08	60	10	0,1	200
72		0,1		25	0,02	80		0,15	180
73			100	30			15	0,09	
74			150	50			20		100
75			250	15			12	0,08	160
76			160	20				0,16	250
77	10	0,07			0,08	120	40	0,2	
78	5	0,08			0,03	100	60		350
79	4	0,02			0,02	90	20	0,15	500
80	2	0,05			0,04	80		0,05	400
81	12			25	0,12	300	35	0,06	
82	24			35	0,14	400	40		500
83	29			40	0,04	500	45	0,08	100
84	32			20	0,08	450		0,06	250
85		0,06		30			14	0,12	
86		0,16		18			10		180
87		0,18		25			20	0,08	400
88		0,1		20				0,03	450
89			600	20	0,1		30	0,04	
90			300	10	0,06		25		150
91			500	15	0,08		10	0,1	200
92			200	25	0,02			0,15	180
93	25	0,2		30	0,05	150	15	0,09	

Окончание таблицы

№ вар.	R Ом	L Гн.	C мкФ	R1 Ом	L1 Гн.	C1 мкФ	R2 Ом	L2 Гн.	C2 мкФ
94	32	0,15		50	0,04	200	20		100
95	17	0,4		15	0,1	250	12	0,08	160
96	20	0,03		20	0,2	140		0,16	250
97	10		140	10			40	0,2	300
98	5		120	14			60	0,1	
99	4		100		0,02	90	20		
100	2		80		0,04	80	18	0,05	400

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Касаткин А.С. Электротехника./Касаткин А.С., Немцов М.В.- М.: Высшая школа, 1999.
2. Электротехника / Под ред. В.Г. Герасимова, М.: Высшая школа, 1985.
3. Сборник задач по электротехнике и основам электроники / Под ред. В.С. Пантюшина. – М.: Высшая школа, 1979.
4. Волынский Б.А. Электротехника./Волынский Б.А., Зейн Ю.Н., Шатерников В.Е.- М.: Энергоатомиздат, 1985.