

Министерство образования Российской Федерации
Сибирский государственный аэрокосмический университет
имени академика М. Ф. Решетнева

**Л. И. ЧЕРНЫШОВА
Т. А. СЛИНКИНА
А. Г. БАРАНОВ
Н. В. КОСТЫЛЕВА**

ОПТИКА, АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

*Утверждено
редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия по общему курсу физики*

Красноярск 2004

УДК 535.12(075)

ББК 22.343

О 86

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Е. В. БАБКИН, доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой физики,
В.Н. ВАСИЛЬЕВ, кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник института физики
имени Л. В. Киренского СО РАН

О 86 Оптика, атомная и ядерная физика: Учеб. пособие по общему курсу физики / Л. И. Чернышова, Т. А. Слинкина, А. Г. Баранов, Н. В. Костылева. СибГАУ. Красноярск, 2004. 103 с.

Учебное пособие охватывает основные разделы геометрической, волновой и квантовой оптики, атомной и ядерной физики. Приводятся основные законы и формулы (по разделам), необходимые для решения контрольных задач, поясняется смысл величин, входящих в формулу, подробно разбираются типовые задачи, приводятся задачи для самостоятельного решения.

Учебное пособие предназначено для студентов 2-го и 3-го курсов СибГАУ.

УДК 535.12(075)

ББК 22.343

© Сибирский государственный аэрокосмический
университет имени академика М. Ф. Решетнева, 2004

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебная программа курса	5
1. Геометрическая оптика	7
1.1. Отражение света	7
1.2. Преломление света	9
1.3. Полное внутреннее отражение	11
1.4. Ход характерных лучей в собирающей и рассеивающей линзах	11
<i>Примеры решения задач</i>	13
<i>Контрольная работа 1</i>	21
2. Волновая оптика	26
2.1. Интерференция света	26
<i>Примеры решения задач</i>	27
<i>Контрольная работа 2</i>	31
2.2. Дифракция света	36
<i>Примеры решения задач</i>	38
<i>Контрольная работа 3</i>	41
2.3. Поляризация света	45
<i>Примеры решения задач</i>	47
<i>Контрольная работа 4</i>	48
3. Квантовая оптика	53
3.1. Законы теплового излучения	53
<i>Примеры решения задач</i>	54
<i>Контрольная работа 5</i>	55
3.2. Квантовая природа света. Фотоэффект. Эффект Комптона	60
<i>Примеры решения задач</i>	61
<i>Контрольная работа 6</i>	64
3.3. Давление света	68
<i>Примеры решения задач</i>	68
<i>Контрольная работа 7</i>	70

4. Атомная физика	75
4.1. Атом водорода по теории Бора	75
<i>Примеры решения задач</i>	<i>77</i>
<i>Контрольная работа 8</i>	<i>79</i>
5. Волновые свойства частиц	82
5.1. Элементы квантовой механики	82
<i>Примеры решения задач</i>	<i>84</i>
<i>Контрольная работа 9</i>	<i>90</i>
6. Ядерная физика	94
6.1. Физика атомного ядра. Радиоактивность	94
<i>Примеры решения задач</i>	<i>97</i>
<i>Контрольная работа 10</i>	<i>99</i>
Библиографический список	102

УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА КУРСА

ОПТИКА

Развитие взглядов на природу света. Корпускулярная и волновая теории света. Скорость света. Электромагнитная природа света. Возникновение теории квантов.

Распространение излучения. Фотометрические величины и единицы их измерения. Распространение света в неоднородной среде. Полное внутреннее отражение. Дисперсия света. Фазовая и групповая скорости.

Элементы геометрической оптики. Преломление и отражение на сферических поверхностях. Построение изображений и дефекты линз. Оптические системы.

Интерференция света. Когерентные волны. Методы наблюдения интерференции света. Практические применения интерференции. Интерферометры.

Дифракция света. Прямолинейность распространения света по волновой теории. Зоны Френеля. Дифракционная решетка. Дифракционные спектры. Разрешающая способность оптических инструментов. Дифракция рентгеновских лучей.

Поляризация света. Естественный и поляризованный свет. Получение поляризованных лучей. Поляризационные приборы и использование поляризованных лучей.

Рассеяние и поглощение света. Рассеяние света. Поглощение света. Цвета тел. Спектральный состав излучения.

Оптика движущихся тел и теория относительности. Принцип относительности в классической механике. Оптика движущихся сред. Опыт Майкельсона. Преобразования Лоренца. Релятивистская кинематика. Релятивистская теория некоторых оптических явлений. Элементы релятивистской динамики. Дальнейшее развитие теории.

Тепловое излучение. Испускание и поглощение света. Тепловое излучение. Закон Кирхгофа. Излучение абсолютно черного тела. Равновесное излучение. Формула Планка и ее следствия. Законы теплового излучения. Пирометры. Тепловые источники света.

Фотоэлектрический эффект и природа электромагнитного излучения. Фотоэлектрический эффект. Уравнение Эйнштейна.

Практические применения фотоэффекта. Фотоэлементы. Квантовая структура света. Природа света.

Взаимодействие излучения с веществом. Давление света. Опыты Лебедева. Люминесценция. Фотохимические явления. Фотография.

ФИЗИКА АТОМОВ И МОЛЕКУЛ

Модели строения атома. Атомные единицы энергии и массы. Модели атомов Томсона и Резерфорда. Постулаты Бора.

Элементы квантовой механики. Дифракция электронов. Волны де Бройля. Волновая функция. «Соотношения неопределенностей». Представление физических величин операторами и уравнение Шредингера. Электрон в «ящике». Прохождение частиц через потенциальный барьер.

Строение и спектры атомов. Водородоподобный атом. Спектры водорода и щелочных металлов. Спин электрона. Многоэлектронные атомы и периодический закон Менделеева. Спектры многоэлектронных атомов. Лазеры.

Строение молекул и кристаллических тел. Обменное взаимодействие и природа химической связи. Уровни энергии и спектры молекул. Энергетические зоны кристаллических тел.

ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И МИКРОЧАСТИЦ

Радиоактивность. Открытие радиоактивности. Методы наблюдения частиц больших энергий. Законы радиоактивных превращений. α -распад и туннельный эффект. γ -лучи и их взаимодействие с веществом.

Состав, строение и превращение атомных ядер. Бомбардировка ядер быстрыми заряженными частицами. Открытие нейтрона. Состав атомных ядер. β -распад. Нейтрино. Ядерные силы. Дефект массы. Модели ядра. Устойчивость ядер. Искусственная радиоактивность.

Использование ядерных превращений. Цепная реакция деления ядер. Ядерные реакторы. Использование радиоактивных продуктов деления. Меченые атомы. Термоядерные реакции.

Микрочастицы. Проблема элементарности микрочастиц. Типы взаимодействий. Классификация микрочастиц.

1. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

В оптике углы падения, отражения, преломления отсчитываются от перпендикуляра, восстановленного к плоскости в точку падения луча, до самого луча (падающего, отраженного, преломленного).

1.1. ОТРАЖЕНИЕ СВЕТА

Закон отражения света. Луч падающий, луч отраженный и перпендикуляр к границе раздела двух сред, восстановленный в точку падения, лежат в одной плоскости. Угол падения равен углу отражения (рис. 1): $\alpha = \gamma$.

Изображение $A'B'$ предмета AB в плоском зеркале всегда мнимое, прямое, в натуральную величину, расположено на том же расстоянии от зеркала, что и предмет (рис. 2).

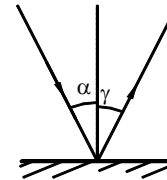


Рис. 1

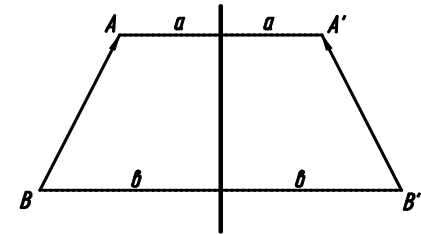


Рис. 2

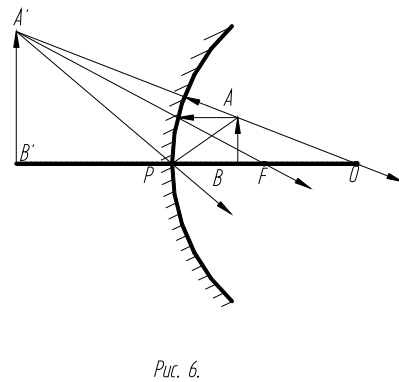
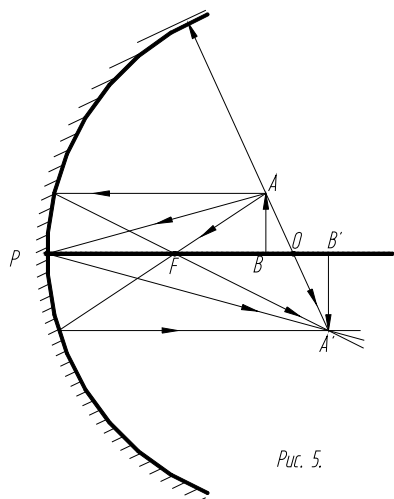
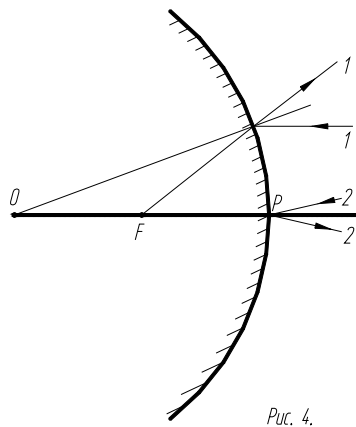
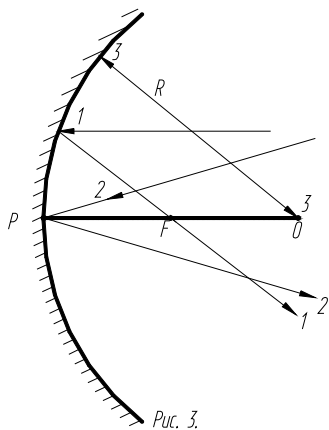
Сферические зеркала

Используя закон отражения света, можно получить характерный ход лучей для вогнутого (рис. 3) и выпуклого зеркал (рис. 4).

Здесь R — радиус кривизны зеркала; O — центр сферической поверхности; P — полюс зеркала; OP — главная оптическая ось зеркала; F — фокус зеркала; $PF = F$ — фокусное расстояние зеркала $\left(F = \frac{R}{2} \right)$.

Построение изображения предмета в сферических зеркалах основывается на знании хода характерных лучей. Приведем

несколько построений в вогнутом (рис. 5 и 6) и выпуклом зеркале (рис. 7).



Формула зеркала связывает между собой расстояние от предмета до зеркала d , расстояние от изображения до зеркала f и фокусное расстояние зеркала F :

$$\pm \frac{1}{F} = \frac{1}{d} \pm \frac{1}{f}.$$

Если зеркало вогнутое, фокусное расстояние F в формуле берут со знаком (+), если выпуклое — со знаком (–). Если полученное изображение предмета мнимое, то f в формуле берут со знаком (–), если действительное — со знаком (+).

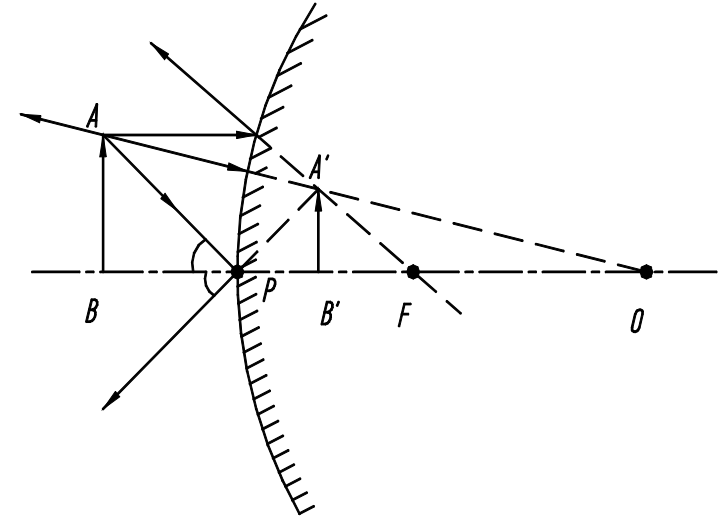


Рис. 7.

1.2. ПРЕЛОМЛЕНИЕ СВЕТА

Закон преломления света. Луч падающий, луч преломленный и перпендикуляр, восстановленный к границе раздела двух сред в точке падения луча, лежат в одной плоскости. Отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для двух данных сред, оно равно отношению абсолютных показателей преломления второй среды к первой:

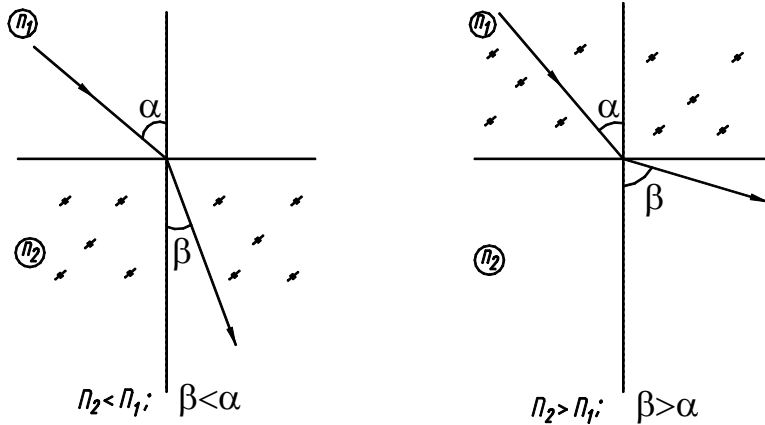
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21} = \frac{V_1}{V_2},$$

где n_1 и n_2 — абсолютный показатель преломления первой и второй среды; n_{21} — относительный показатель преломления второй среды по отношению к первой;

$$n_1 = \frac{c}{V_1}, \quad n_2 = \frac{c}{V_2},$$

где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость света в вакууме.

Согласно теории Максвелла абсолютный показатель преломления $n = \sqrt{\epsilon \cdot \mu}$, где ϵ — диэлектрическая проницаемость среды; μ — магнитная проницаемость среды. Для прозрачных сред обычно $\mu \cong 1$, тогда $n = \sqrt{\epsilon}$.



Если $n_2 > n_1$, то говорят, что вторая среда оптически более плотная, и наоборот.

В оптически однородной среде свет распространяется прямолинейно. На границе раздела двух сред лучи претерпевают отражение и преломление.

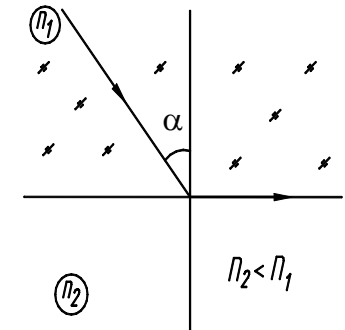
1.3. ПОЛНОЕ ВНУТРЕННЕЕ ОТРАЖЕНИЕ

Если свет переходит из среды оптически более плотной в среду оптически менее плотную ($n_2 < n_1$), то существует такой угол падения луча (предельный угол) α_0 , для которого угол преломления будет равен 90° . Для всех углов падения при $\alpha > \alpha_0$ световые лучи испытывают полное внутреннее отражение от границы раздела двух сред.

$$\sin \alpha_0 = \frac{n_2}{n_1}, \quad \alpha_0 = \arcsin \frac{n_2}{n_1}.$$

Если вторая среда воздух (вакуум), т. е. $n_2 = 1$, то

$$\sin \alpha_0 = \frac{1}{n_1}.$$



1.4. ХОД ХАРАКТЕРНЫХ ЛУЧЕЙ В СОБИРАЮЩЕЙ И РАССЕИВАЮЩЕЙ ЛИНЗАХ

Лучи, падающие на собирающую линзу параллельно ее главной оптической оси, после преломления в линзе соберутся в одной точке F , лежащей на главной оптической оси. Эту точку называют главным фокусом линзы (рис. 8).

Луч света, проходящий через оптический центр линзы O , не испытывает преломления.

Лучи, падающие на линзу параллельно побочной оптической оси, после преломления в линзе проходят через побочный фокус F' (лучи 1 и 3 на рис. 9).

Совокупность побочных фокусов образует фокальную плоскость — плоскость, проходящую через главный фокус линзы перпендикулярно главной оптической оси.

Лучи, падающие на рассеивающую линзу параллельно главной оптической оси, после преломления в линзе расходятся так, что их продолжения пересекаются в одной точке F , лежащей на главной оптической оси, которая называется мнимым фокусом (рис. 10).

Луч, падающий в оптический центр O рассеивающей линзы, идет без преломления, как и в собирающей линзе (луч 3 на рис. 8 и луч 2 на рис. 11).

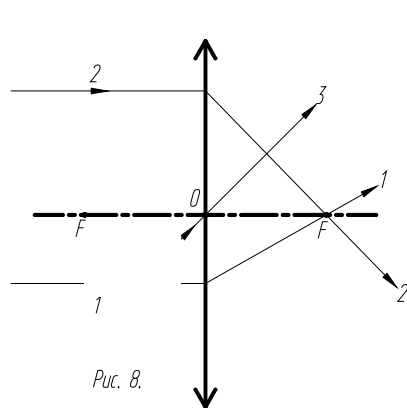


Рис. 8.

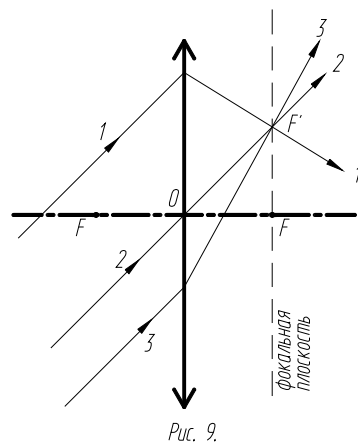


Рис. 9.

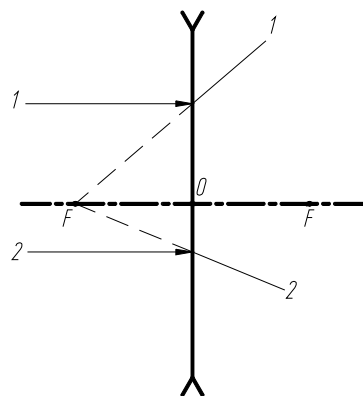


Рис. 10

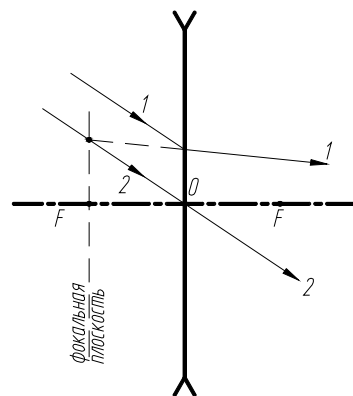


Рис. 11

Длину отрезка OF в собирающей и рассеивающей линзах называют фокусным расстоянием линзы (F), ее можно найти по формуле

$$\pm \frac{1}{F} = \left(\frac{n_{\text{л}}}{n} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где $n_{\text{л}}$ — абсолютный показатель преломления линзы; n — абсолютный показатель преломления окружающей линзу среды; R_1 и R_2 — радиусы сферических поверхностей линз.

Если линза собирающая, то $F > 0$, если рассеивающая, то $F < 0$.

Формула тонкой линзы $\pm \frac{1}{F} = \frac{1}{d} \pm \frac{1}{f}$. Если линза соби-

рающая, F берется со знаком (+), если линза рассеивающая — со знаком (−).

Если изображение предмета действительное, то отрезок f берется со знаком (+), если изображение мнимое — со знаком (−).

Оптическая сила линзы $D = \frac{1}{F}$ измеряется в диоптриях,

при этом фокусное расстояние должно быть выражено в метрах. Оптическая система двух тонких сложенных вплотную линз равна сумме оптических сил этих линз: $D = D_1 + D_2$ или $\frac{1}{F} = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2}$.

Линейное увеличение линзы Γ показывает, во сколько раз высота изображения h' больше высоты предмета h :

$$\Gamma = \frac{h'}{h} \quad \text{или} \quad \Gamma = \frac{f}{d}.$$

Если $\Gamma > 1$, то линза дает увеличение изображения, если $\Gamma < 1$, то линза дает уменьшенное изображение.

Полное увеличение оптической системы линз равно произведению увеличений, даваемых каждой линзой в отдельности:

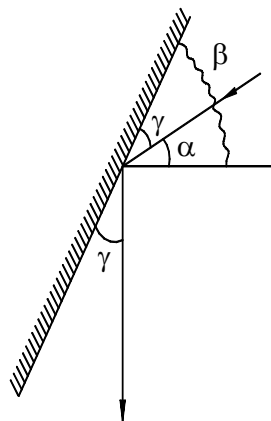
$$\Gamma = \Gamma_1 \cdot \Gamma_2 \cdot \Gamma_3 \dots$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1.1. Высота Солнца над горизонтом составляет угол $\alpha = 36^\circ$. Под каким углом β к горизонту следует расположить зеркало, чтобы осветить солнечными лучами дно вертикального колодца?

Решение

По рисунку видно, что



$$\gamma + \alpha + \frac{\pi}{2} + \gamma = \pi, \quad (1)$$

причем $\beta = \gamma + \alpha$.

Из (1) следует, что

$$2\gamma + \alpha = \frac{\pi}{2}, \quad \gamma + \frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{4},$$

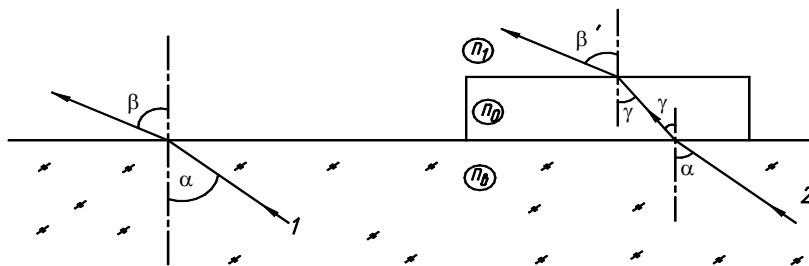
$$\gamma + \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}, \quad \beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}.$$

Ответ: $\beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}.$

Задача 1.2. В воде идут два параллельных луча 1 и 2. Луч 1 выходит в воздух непосредственно, а луч 2 проходит сквозь горизонтальную плоскопараллельную стеклянную пластинку, лежащую на поверхности воды.

1. Будут ли лучи 1 и 2 параллельны по выходу в воздух?
2. Выйдет ли в воздух луч 2, если луч 1 испытывает полное внутреннее отражение?

Решение 1



Так как показатель преломления одной среды относительно другой равен отношению абсолютных показателей преломления света в этих средах, то

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \beta'} = \frac{n_1}{n_o}, \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{n_o}{n_b}.$$

где n_b — абсолютный показатель преломления воды; n_o — абсолютный показатель преломления стекла; n_1 — абсолютный показатель преломления воздуха.

Умножая одно равенство на другое, найдем

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta'} = \frac{n_1}{n_b} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}.$$

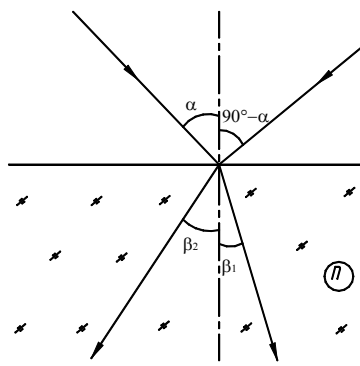
Отсюда следует, что $\beta' = \beta$, т. е. лучи будут параллельными.

Решение 2

Если $\beta = 90^\circ$, то и $\beta' = 90^\circ$, т. е. оба луча испытывают полное внутреннее отражение, значит луч 2 в воздухе не выйдет.

Задача 1.3. Два луча света падают из воздуха в жидкость. Углы преломления лучей равны $\beta_1 = 30^\circ$ и $\beta_2 = 45^\circ$.

Найти показатель преломления жидкости n , если известно, что падающие лучи перпендикулярны друг другу и лежат в одной плоскости, перпендикулярной поверхности жидкости.

Дано: $\beta_1 = 30^\circ$ $\beta_2 = 45^\circ$ $n = ?$	Решение 
--	--

Запишем закон преломления для двух лучей:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta_1} = n, \quad \frac{\sin(90 - \alpha)}{\sin \beta_2} = n,$$

$$\sin \alpha = n \cdot \sin \beta_1, \quad \cos \alpha = n \cdot \sin \beta_2,$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = n \sqrt{\sin^2 \beta_1 + \sin^2 \beta_2},$$

откуда

$$n = \frac{1}{\sqrt{\sin^2 \beta_1 + \sin^2 \beta_2}} = 1,15.$$

Задача 1.4. На нижнюю грань плоскопараллельной стеклянной пластинки нанесена царапина. Наблюдатель, глядя сверху, видит царапину на расстоянии 5 см от верхней грани пластинки.

Какова толщина пластинки? Абсолютный показатель преломления стекла $n = 1,5$.

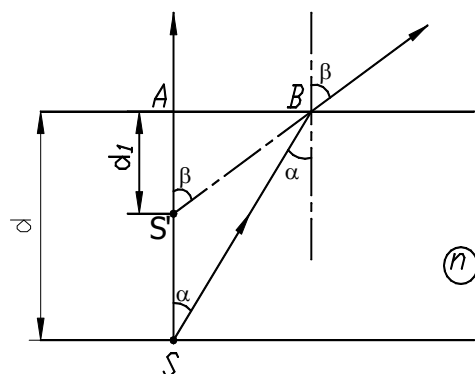
Дано:

$$n = 1,5$$

$$d_1 = 5 \text{ см}$$

$$d = ?$$

Решение



По рисунку видно, что точка S' будет мнимым изображением точки S .

Рассмотрим прямоугольные треугольники ABS' и ABS .

$$AB = d_1 \cdot \operatorname{tg} \beta, \quad AB = d \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Так как углы α и β малы, то тангенсы заменим синусами:

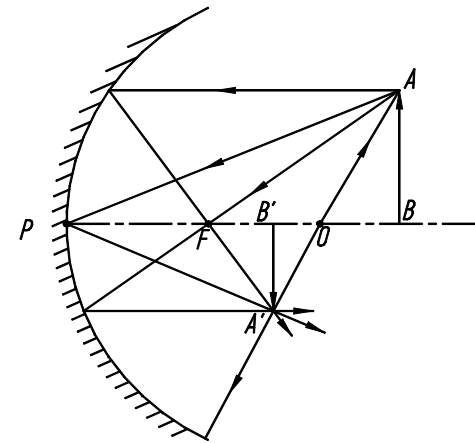
$$d_1 \cdot \sin \beta = d \sin \alpha, \quad \text{но} \\ \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1}{n}, \quad \text{тогда} \quad d_1 = \frac{d}{n}, \quad \text{т. е.}$$

$$d = d_1 \cdot n = 5 \cdot 1,5 = 7,5 \text{ см.}$$

ЗАДАЧА 1.5. При определенном расположении изображение предмета в вогнутом зеркале в три раза меньше самого предмета. Если же предмет передвинуть на расстояние $L = 15$ см ближе к зеркалу, то изображение станет в 1,5 раза меньше предмета.

Найти фокусное расстояние F зеркала.

Дано:	Решение
$L = 15$ см	Увеличение в зеркале определяется формулой
$\Gamma_1 = 1/3$	$\Gamma_1 = \frac{A'B'}{AB} = \frac{f}{d} = \frac{1}{3}, \quad \text{откуда}$
$\Gamma_2 = 1/1,5$	$d = 3f,$
$F = ?$	где d — расстояние от зеркала до предмета; f — расстояние от зеркала до изображения.



Пользуясь формулой для вогнутого зеркала

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f},$$

получим

$$F = \frac{d \cdot f}{d + f} = \frac{3f \cdot f}{3f + f} = \frac{3f}{4} = \frac{d}{4}, \quad \text{т. е. } d = 4F.$$

Передвинув предмет на расстояние $L = 15$ см, получим (аналогично предыдущему выражению):

$$\Gamma_2 = \frac{f_1}{d-L} = \frac{1}{1,5}, \quad F = \frac{(d-L)f_1}{d-L+f_1} = \frac{d-L}{1,5+1} = \frac{d-L}{2,5},$$

$$F = \frac{4F-L}{2,5},$$

откуда $F = 10$ см.

ЗАДАЧА 1.6. С помощью линзы, оптическая сила которой $D = +4$ дптр, необходимо получить увеличенное в $\Gamma = 5$ раз изображение предмета.

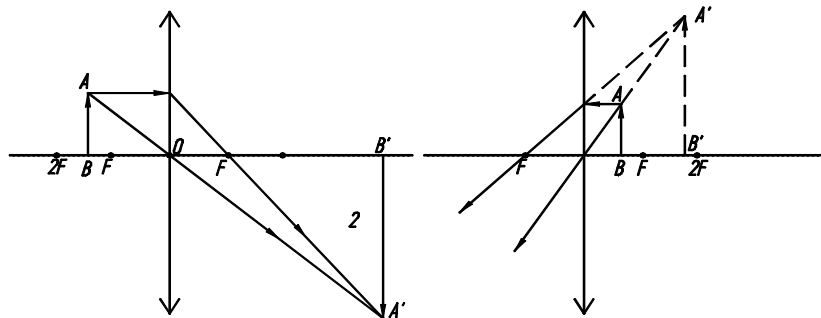
На каком расстоянии d перед линзой нужно поместить этот предмет? Построить изображение и произвести расчет.

Дано:	Решение
$\Gamma = 5$	$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}.$
$D = +4$ дптр	
$d = ?$	Оптическая сила линзы $D = \frac{1}{F}$. Увеличение линзы $\Gamma = \frac{f}{d}$. Преобразуем формулу линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{\Gamma \cdot d} = D, \quad \text{отсюда} \quad d = \frac{\Gamma + 1}{\Gamma \cdot D}.$$

$$d_1 = \frac{5+1}{5 \cdot 4} = 0,3 \text{ (м)}, \text{ если изображение действительное,}$$

$$d_2 = \frac{-5+1}{-5 \cdot 4} = 0,2 \text{ (м)}, \text{ если изображение мнимое.}$$



ЗАДАЧА 1.7. Небольшому шарiku, который находится на поверхности горизонтально расположенной тонкой собирающей линзы с оптической силой $D = 0,5$ дптр, сообщили вертикальную начальную скорость $V_0 = 10$ м/с.

Сколько времени будет существовать действительное изображение шарика в этой линзе?

Дано: $D = 0,5$ дптр $V_0 = 10$ м/с $t = ?$	Решение
---	-----------------------

Действительное изображение длится на расстоянии $2(d - F)$.
 Движение шарика прямолинейное равнозамедленное:

$$V_0^2 - V_1^2 = 2gF, \quad \text{откуда} \quad V_1 = \sqrt{V_0^2 - 2gF}.$$

$$V = V_1 - gt, \quad 0 = V_1 - gt_1,$$

где $t_1 = \frac{V_1}{g}$ — время прохождения расстояния $(d - F)$, тогда

$$t = 2t_1 = \frac{2V_1}{g} = \frac{2}{g} \cdot \sqrt{V_0^2 - 2gF} = \frac{2}{g} \sqrt{V_0^2 - \frac{2g}{D}} = \frac{2V_0}{g} \sqrt{1 - \frac{2g}{V_0^2 D}} = 1,55 \text{ с.}$$

ЗАДАЧА 1.8. Перемещая тонкую собирающую линзу между источником и экраном, нашли два положения, при которых линза дает на экране четкое изображение предмета.

Найти высоту h предмета, если высота первого изображения равна h_1 , а второго — h_2 .

Дано:	Решение
h_1	Увеличение линзы
h_2	$\Gamma_1 = \frac{h_1}{h} = \frac{f_1}{d_1}, \quad \Gamma_2 = \frac{h_2}{h} = \frac{f_2}{d_2}, \quad (1)$
$h = ?$	где d_1, d_2, f_1, f_2 — расстояния от линзы до предмета и его изображения при первом и втором положениях линзы. Расстояние между предметом и изображением неизменное, т. е.

$$f_1 + d_1 = f_2 + d_2. \quad (2)$$

Фокусное расстояние постоянное, поэтому

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{d_1} = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{d_2}. \quad (3)$$

Из выражений (2) и (3) следует, что

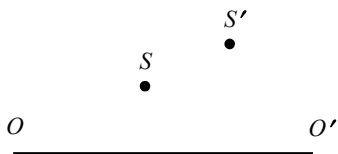
$$d_1 f_1 = d_2 f_2 \quad \text{или} \quad f_1 (f_2 + d_2 - f_1) = d_2 f_2.$$

$$f_1 f_2 + f_1 d_2 - f_1^2 = d_2 f_2, \quad f_1 (f_2 - f_1) = d_2 (f_2 - f_1).$$

Отсюда видно, что $f_1 = d_2$. Точно также $f_2 = d_1$. С учетом этого по уравнению (1) находим

$$\frac{h_1 \cdot h_2}{h_2} = \frac{f_1 \cdot f_2}{d_1 \cdot d_2} = 1, \quad h = \sqrt{h_1 \cdot h_2}.$$

ЗАДАЧА 1.9. На главной оптической оси тонкой линзы найти построением положение линзы и ее фокусов, если известны положения источника S и его изображения S' , где OO' — главная оптическая ось.



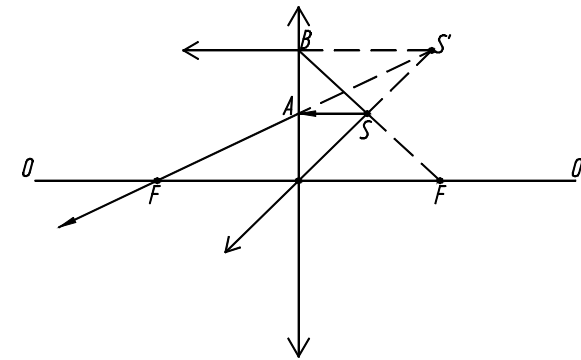
Решение

Так как источник и его изображение находятся по одну сторону от оптической оси, то это означает, что изображение мнимое. По рисунку видно, что изображение увеличенное. Такие изображения могут давать только собирающие линзы, когда источник находится между линзой и фокусом.

Луч, идущий через оптический центр линзы, не преломляется, следовательно, прямая, проходящая через S и S' при пересечении с главной оптической осью, определяет положение линзы.

Луч, идущий параллельно главной оптической оси, за линзой пойдет через ее фокус, следовательно, луч SA за линзой пойдет так, чтобы его продолжение прошло через изображение S' . Пересечение этого луча с главной оптической осью определит положение одного фокуса линзы.

Продолжение луча SB до пересечения с главной оптической осью определит положение второго фокуса.



КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 1

1-1. Радиус кривизны вогнутого сферического зеркала 20 см. На расстоянии 30 см от зеркала поставлен предмет высотой 1 см. Найти положение и высоту изображения. Построить чертеж.

1-2. На каком расстоянии получится изображение предмета в выпуклом сферическом зеркале радиусом кривизны 40 см, если предмет помещен на расстоянии 30 см от зеркала? Какой величины получится изображение, если предмет имеет высоту 2 см? Проверить вычисления, сделав чертеж на миллиметровой бумаге.

1-3. Выпуклое сферическое зеркало имеет радиус кривизны

60 см. На расстоянии 10 см от зеркала поставлен предмет высотой в 2 см.

Найти положение и высоту изображения. Построить чертеж.

1-4. В вогнутом сферическом зеркале, радиус кривизны которого 40 см, хотят получить действительное изображение в 0,5 натуральной величины. Где нужно поставить предмет и где получится изображение?

1-5. Величина изображения предмета в вогнутом сферическом зеркале вдвое больше, чем величина самого предмета. Расстояние между предметом и изображением 15 см.

Определить: 1) фокусное расстояние; 2) оптическую силу зеркала.

1-6. Где будет находиться и какой величины будет изображение Солнца, получаемое в сферическом рефлекторе, радиус кривизны которого равен 16 м?

1-7. Луч света падает под углом 30° на плоскопараллельную стеклянную пластинку и выходит из нее параллельно первоначально отраженному лучу. Показатель преломления стекла 1,5. Какова толщина d пластинки, если расстояние между лучами равно 1,94 см?

1-8. На плоскопараллельную стеклянную пластинку толщиной 1 см падает луч света под углом 60° . Показатель преломления стекла 1,73. Часть света отражается, а часть, преломляясь, проходит в стекло, отражается от нижней поверхности пластинки и, преломляясь вторично, выходит обратно в воздух параллельно первому отраженному лучу.

Определить расстояние L между лучами.

1-9. Показатель преломления стекла равен 1,52.

Найти предельные углы полного внутреннего отражения для поверхностей раздела: 1) стекло–воздух; 2) вода–воздух; 3) стекло–вода.

1-10. Двояковыпуклая линза, ограниченная сферическими поверхностями одинакового радиуса кривизны в 12 см, поставлена на такое расстояние от предмета, что изображение на экране получилось в Γ раз больше предмета.

Определить расстояние от предмета до экрана, если:
1) $\Gamma = 1$; 2) $\Gamma = 20$; 3) $\Gamma = 0,2$. Показатель преломления материала линзы 1,5. Линза погружена в сероуглерод.

1-11. Луч света выходит из скипидара в воздух. Предельный угол полного внутреннего отражения для этого луча $42^\circ 23'$. Чему равна скорость распространения света в скипидаре?

1-12. На стакан, наполненный водой, положена стеклянная пластинка. Под каким углом должен падать на пластинку луч света, чтобы от поверхности раздела воды со стеклом произошло полное внутреннее отражение? Показатель преломления стекла 1,5.

1-13. Найти главное фокусное расстояние кварцевой линзы для ультрафиолетовой линии спектра ртути ($\lambda = 2,59 \cdot 10^{-7}$ м), если главное фокусное расстояние для желтой линии натрия ($\lambda = 5,89 \cdot 10^{-7}$ м) равно 16 см и показатели преломления кварца для этих длин волн соответственно 1,504 и 1,458.

1-14. Из двух стекол с показателями преломления 1,5 и 1,7 сделаны две одинаковые двояковыпуклые линзы.

1) Найти отношение из фокусных расстояний.

2) Какое действие каждая из этих линз произведет на луч, проведенный параллельно оптической оси, если погрузить линзы в прозрачную жидкость с показателем преломления 1,6?

1-15. Радиусы кривизны поверхностей двояковыпуклой линзы равны $R_1 = R_2 = 50$ см. Показатель преломления материала линзы равен $n = 1,5$.

Найти оптическую силу линзы.

1-16. В 15 см от двояковыпуклой линзы, оптическая сила которой равна 10 дптр, поставлен перпендикулярно к оптической оси предмет высотой 2 см.

Найти положение и высоту изображения. Построить чертеж.

1-17. Линза с фокусным расстоянием 16 см дает резкое изображение предмета при двух положениях, расстояние между которыми 60 см.

Найти расстояние от предмета до экрана.

1-18. Двояковыпуклая линза, ограниченная сферическими поверхностями одинакового радиуса кривизны в 12 см, поставлена на такое расстояние от предмета, что изображение на экране получилось в Γ раз больше предмета.

Определить расстояние от предмета до экрана, если:
1) $\Gamma = 1$; 2) $\Gamma = 20$; 3) $\Gamma = 0,2$. Показатель преломления материала линзы 1,5.

1-19. Найти фокусное расстояние линзы, погруженной в воду, если известно, что ее фокусное расстояние в воздухе равно 20 см. Показатель преломления стекла, из которого сделана линза, равен 1,6.

1-20. Плосковыпуклая линза с радиусом кривизны 30 см и показателем преломления 1,5 дает изображение предмета с увеличением, равным 2.

Найти расстояние предмета и изображения от линзы. Построить чертеж.

1-21. В фокальной плоскости двояковыпуклой линзы расположено плоское зеркало. Предмет находится перед линзой между фокусом и двойным фокусным расстоянием.

Построить изображение предмета.

1-22. Найти увеличение, даваемое лупой, фокусное расстояние которой равно 2 см: 1) для нормального глаза с расстоянием наилучшего зрения в 25 см; 2) для близорукого глаза с расстоянием наилучшего зрения в 15 см.

1-23. Чему должны быть равны радиусы кривизны поверхностей, ограничивающих лупу ($|R_1| = |R_2|$), чтобы она давала увеличение для нормального глаза $\Gamma = 10$? Показатель преломления стекла, из которого сделана лупа, равен $n = 1,5$.

1-24. Двояковыпуклая линза, ограниченная сферическими поверхностями одинакового радиуса в 12 см, поставлена на такое расстояние от предмета, что изображение на экране получилось в Γ раз больше предмета.

Определить расстояние предмета до экрана, если: 1) $\Gamma = 1$; 2) $\Gamma = 20$; 3) $\Gamma = 0,2$. Показатель преломления материала линзы 1,5. Линза погружена в воду. Найти ее фокусное расстояние.

1-25. В каком направлении пловец, нырнувший в воду, видит заходящее Солнце?

1-26. Светящаяся точка со скоростью 0,2 м/с движется по окружности вокруг главной оптической оси собирающей линзы в плоскости, параллельной плоскости линзы, и отстоящей от нее на расстоянии в 1,8 раза большем фокусного расстояния линзы. Какова скорость движения изображения?

1-27. На оси x в точке $x_1 = 0$ находится тонкая рассеивающая линза с фокусным расстоянием $F_1 = -20$ см, а в точке $x_2 = 20$ см — тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F_2 = 30$ см. Главные оптические оси обеих линз лежат на оси x . Свет от точечного источника S , расположенного в точке $x < 0$, пройдя данную оптическую систему, распространяется параллельным пучком.

Найти координату x точечного источника.

1-28. Объектив проекционного аппарата имеет оптическую силу 5,4 дптр. Экран расположен на расстоянии 4 м от объектива.

Определить размеры экрана, на котором должно уместиться изображение диапозитива размером 6×9 см.

1-29. В стекле с показателем преломления $n_1 = 1,5$ имеется сферическая полость радиусом $R = 4,5$ см, заполненная водой. Показатель преломления воды $n_2 = 4/3$. На полость падает широкий пучок параллельных световых лучей.

Определить радиус r пучка световых лучей, которые проникают в полость.

1-30. Широкий световой пучок падает на основание стеклянного полушара с показателем преломления $n = 1,41$, перпендикулярно к плоскости основания. Каков максимальный угол α отклонения прошедших через полушар лучей от их первоначального направления?

2. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

2.1. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

1. Оптическая длина пути, проходимого световым лучом в однородной среде с показателем преломления n , равна

$$L = l \cdot n,$$

где l — геометрическая длина пути луча.

2. Оптическая разность хода двух световых лучей

$$\Delta = L_2 - L_1.$$

3. Условие максимума интенсивности света при интерференции от двух когерентных источников

$$\Delta = \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda,$$

где $k = 0, 1, 2, 3, \dots$, λ — длина световой волны.

Условие минимума интенсивности света:

$$\Delta = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

4. Оптическая разность хода световых лучей, отраженных от двух поверхностей тонкой пластинки (пленки), по обе стороны которой находится воздух, равна

$$\Delta = 2h \cdot n \cdot \cos(r) - \frac{\lambda}{2},$$

где h — толщина пластинки; n — показатель преломления вещества пластинки; r — угол преломления; λ — длина световой волны в воздухе (при расчетах принимаем равной длине волны в вакууме).

5. Радиусы темных колец Ньютона в отраженном свете определяются формулой

$$r_k = \sqrt{k\lambda R}, \quad \text{где } k = 1, 2, 3, \dots$$

$$r_k = \sqrt{(2k-1)\frac{\lambda R}{2}}, \quad \text{где } k = 1, 2, 3, \dots$$

Здесь R — радиус кривизны поверхности линзы, соприкасающейся с плоскопараллельной пластинкой; λ — длина световой волны в среде между линзой и пластинкой.

6. Длина световой волны λ_0 в вакууме, скорость света c и частота колебаний ν связаны соотношением $\lambda_0 = \frac{c}{\nu}$.

Длина световой волны λ в веществе

$$\lambda = \frac{V}{\nu}.$$

Скорость распространения световой волны в веществе

$$V = \frac{c}{n},$$

где n — показатель преломления вещества.

7. Практически используемые единицы измерения длины и соотношения между ними:

$$1 \text{ мм} = 10^{-3} \text{ м} = 10^{+3} \text{ мкм} = 10^6 \text{ нм} = 10^7 \text{ А},$$

$$1 \text{ мкм} = 10^{-6} \text{ м} = 10^{-3} \text{ мм} = 10^{-4} \text{ см},$$

$$1 \text{ нм} = 10^{-9} \text{ м} = 10^{-3} \text{ мкм} = 10^{-6} \text{ мм},$$

$$1 \text{ А} = 10^{-10} \text{ м} = 0,1 \text{ нм} = 10^{-4} \text{ мкм}.$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 2.1. На стеклянный клин нормально к его грани падает монохроматический свет с длиной волны λ . Определить преломляющий угол α клина, если на отрезке клина длиной l помещается N светлых интерференционных полос.

Дано:

λ, l, N

Решение

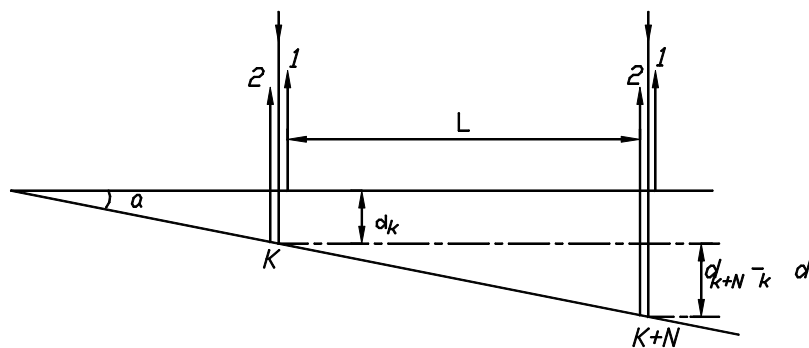
Так как интерференционные полосы наблю-

$\alpha = ?$ даются при малых углах α клина, то отраженные лучи 1 и 2 будут фактически параллельны.

Светлые полосы наблюдаются на тех участках клина, для которых оптическая разность хода кратна четному числу полу-волн:

$$\Delta = 2k \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad (1)$$

где $k = 0, 1, 2, \dots$



Разность хода Δ двух лучей 1 и 2:

$$\Delta = 2d_k \cdot n - \frac{\lambda}{2}, \quad (2)$$

где n — абсолютный показатель преломления стекла; d_k — толщина клина в том месте, где наблюдается светлая полоса, соответствующая номеру k ; $\frac{\lambda}{2}$ — добавочная разность хода, возникающая при отражении волны от оптически более плотной среды ($n_{cm} = 1,5$).

Приравняв правые равенств (1) и (2), получим:

$$2d_k \cdot n = \frac{\lambda}{2}(2k + 1); \text{ аналогично}$$

$$2d_{k+N} \cdot n = \frac{\lambda}{2}[2(k + N) + 1],$$

откуда

$$d_k = \frac{\lambda(2k+1)}{4 \cdot n}, \quad d_{k+N} = \frac{\lambda[2(k+N)+1]}{4 \cdot n},$$

В виду малости угла α , можно считать $\tan \alpha = \alpha$:

$$\alpha = \frac{d_{k+N} - d_k}{l} = \frac{N \cdot \lambda}{2nl} \text{ (рад.)}$$

ЗАДАЧА 2.2. Плосковыпуклая стеклянная линза сложена с плосковогнутой так, как показано на рисунке. Оптическая сила системы линз равна D . Определить радиус k -го темного кольца Ньютона, если длина волны падающего света равна λ , а наблюдение ведется в отраженном свете.

Дано:	Решение
D, λ, n	В отраженном свете оптическая разность хода
$r_k = ?$	$\Delta = 2 \cdot d_k + \frac{\lambda}{2} = 2(d_k'' - d_k') + \frac{\lambda}{2},$ где $d_k = d_k'' - d_k'$ — толщина воздушного клина; $\frac{\lambda}{2}$ — дополнительная разность хода, возникающая в результате потери $\frac{\lambda}{2}$ при отражении на границе воздух–стекло. В точках, удовлетворяющих условию

$$2(d_k'' - d_k') + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad \text{где } k = 0, 1, 2, \dots$$

наблюдаются темные кольца,

$$2(d_k'' - d_k') = k\lambda, \quad \text{или} \quad r_k^2 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = k\lambda, \quad (1)$$

$$\text{так как } d_k'' \approx \frac{r_k^2}{2R_1}, \quad d_k' \approx \frac{r_k^2}{2R_2}.$$

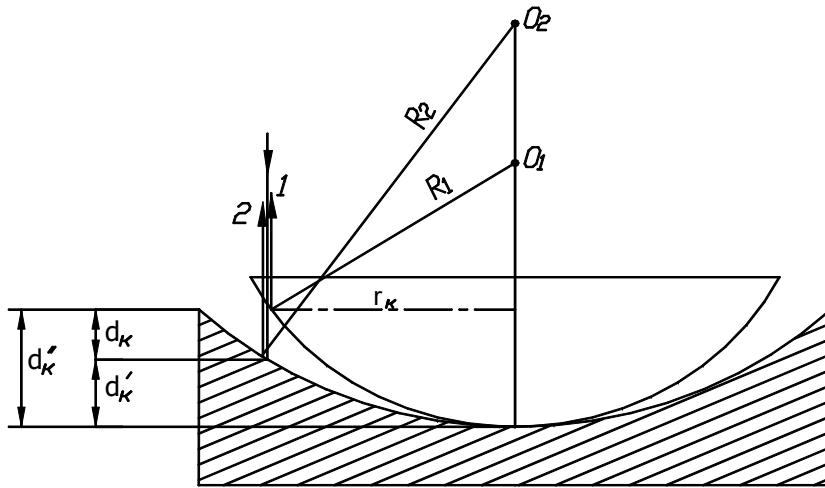
Оптическая сила системы линз $D = D_1 + D_2$, где $D_1 = (n-1)\frac{1}{R_1}$, $D_2 = -(n-1)\frac{1}{R_2}$. Таким образом,

$$D = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (2)$$

Подставив выражение (2) в (1), получим:

$$r_k^2 \frac{D}{n-1} = k\lambda,$$

отсюда радиус k -го темного кольца $r_k = \sqrt{\frac{k\lambda(n-1)}{D}}$.



Ответ: $r_k = \sqrt{\frac{k\lambda(n-1)}{D}}$.

ЗАДАЧА 2.2. В опыте Юнга на пути одного из интерферирующих лучей поместили перпендикулярно этому лучу тонкую стеклянную пластинку ($n = 1,5$), то центральная светлая полоса смещается в положение, первоначально занимаемое шестой светлой полосой. Длина волны $\lambda = 0,7$ мкм.

Определить толщину пластинки.

Дано:

Решение

$n = 1,5$	Оптическая разность хода была где $\Delta_1 = k\lambda$.	Оптическая разность хода стала
$N = 6$		
$\lambda = 0,7 \cdot 10^{-6} \text{ м}$		
$d = ?$		

$$\Delta_2 = l_1 - d + d \cdot n - l_2 = l_1 - l_2 + d(n - 1),$$

где

$$\Delta_2 = (k + N)\lambda,$$

$$l_1 - l_2 + d(n - 1) = (k + N)\lambda,$$

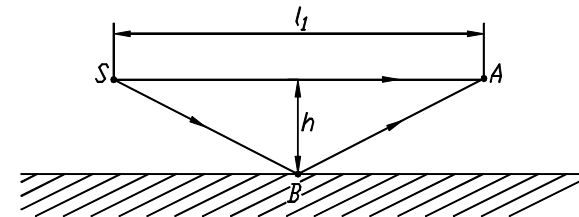
$$k\lambda + d(n - 1) = k\lambda + N\lambda,$$

откуда

$$d = \frac{N\lambda}{n - 1} = 8,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 2

2-1.



В точку A экрана от источника S монохроматического света длиной волны $0,5 \text{ мкм}$ приходят два луча: SA и SBA , отраженный в точке B от зеркала, параллельного лучу SA . Расстояние l_1 от экрана до источника света равно 1 м , расстояние h от луча SA до плоскости зеркала равно 2 мм . Что будет наблюдаться в т. A экрана — усиление или ослабление света?

2-2. Смотри условие задачи 2-1 (предыдущая). Что будет наблюдаться в т. A , если на пути луча SA перпендикулярно ему поместить плоскопараллельную пластинку стекла ($n = 1,55$) толщиной $d = 6 \text{ мкм}$?

2-3. Монохроматическая световая волна падает нормально на диафрагму с двумя узкими щелями, отстоящими друг от друга на расстоянии $d = 2,5$ мм. На экране, расположенном за диафрагмой на расстоянии $L = 1$ м, образуется система интерференционных полос. На какое расстояние и в какую сторону сместятся эти полосы, если одну из щелей перекрыть стеклянной пластинкой толщиной $h = 10$ мкм?

2-4. На пути световой волны, идущей в воздухе, поставили стеклянную пластинку толщиной $h = 1$ мм. На сколько изменится оптическая длина пути, если волна падает на пластинку:

1) нормально; 2) под углом $i = 30^\circ$?

2-5. На пути монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм находится плоскопараллельная пластинка толщиной $h = 0,1$ мм. Свет падает на пластинку нормально. На какой угол φ следует повернуть пластинку, чтобы оптическая длина пути L изменилась на $\frac{\lambda}{2}$?

2-6. На экране наблюдается интерференционная картина от двух когерентных источников света с длиной волны $\lambda = 480$ нм. Когда на пути одного из лучей поместили тонкую пластинку из кварца ($n = 1,46$), то интерференционная картина сместилась на $N = 69$ полос.

Определить толщину h кварцевой пластинки.

2-7. В опыте Юнга вначале берется источник света с длиной волны $\lambda_1 = 600$ нм, а затем — λ_2 . Какова длина волны во втором случае, если 7-я светлая полоса в первом случае совпадает с 10-й темной во втором?

2-8. На плоскопараллельную пленку с показателем преломления $n = 1,3$ падает нормально параллельный пучок белого света. При какой наименьшей толщине пленки она будет наиболее прозрачна для света с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм?

2-9. Плоскопараллельная стеклянная пластинка толщиной $h = 1,2$ мкм и показателем преломления $n = 1,5$ помещена между двумя средами с показателями n_1 и n_2 . Свет с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм падает нормально на пластинку.

Определить оптическую разность хода волн, отраженных от верхней и нижней поверхностей пластинки и указать, усиление или ослабление интенсивности света происходит в следующих случаях: 1) $n_1 < n < n_2$; 2) $n_1 > n > n_2$; 3) $n_1 < n > n_2$; 4) $n_1 > n < n_2$.

2-10. Определить радиус 4-го темного кольца Ньютона, если между линзой с радиусом кривизны 5 м и плоской поверхностью, к которой она прижата, находится вода. Длина волны света $\lambda = 589$ нм. Наблюдение ведется в отраженном свете.

2-11. Найти расстояние между 3-м и 16-м кольцами Ньютона, если расстояние между 2-м и 20-м темными кольцами равно 4,8 мм.

2-12. Между стеклянной пластинкой и лежащей на ней плосковыпуклой стеклянной линзой налита жидкость, показатель преломления которой меньше показателя преломления стекла. Радиус r_8 восьмого темного кольца Ньютона при наблюдении в отраженном свете ($\lambda = 700$ нм) равен 2 мм. Радиус кривизны выпуклой поверхности линзы $R = 1$ м.

Найти показатель преломления жидкости $n_{\text{ж}}$.

2-13. Две соприкасающиеся тонкие симметричные стеклянные линзы: одна двояковыпуклая, другая — двояковогнутая образуют систему с оптической силой $D = 0,5$ дптр. В свете с длиной волны $\lambda = 0,61$ мкм, отраженном от этой системы, наблюдают кольца Ньютона.

Определить радиус 10 темного кольца.

2-14. В установке для наблюдения колец Ньютона свет с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм падает нормально на плосковыпуклую линзу с радиусом кривизны $R_1 = 1$ м, положенную выпуклой стороной на вогнутую поверхность плосковогнутой линзы с радиусом кривизны $R_2 = 2$ м.

Определить радиус r_3 третьего темного кольца Ньютона в отраженном свете.

2-15. Расстояние между 5-м и 25-м кольцами Ньютона равно 9 мм. Радиус кривизны линзы $R = 15$ м.

Найти длину волны монохроматического света, падающего нормально на установку. Наблюдение ведется в отраженном свете.

2-16. Сферическая поверхность плосковыпуклой линзы соприкасается со стеклянной пластинкой. Пространство между

линзой и пластинкой заполнено сероуглеродом. Показатели преломления линзы, сероуглерода и пластинки равны соответственно: $n_1 = 1,5$, $n_2 = 1,63$ и $n_3 = 1,7$. Радиус кривизны сферической поверхности линзы $R = 100$ см.

Определить радиус 5-го темного кольца Ньютона в отраженном свете с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм.

2-17. На вершине сферической поверхности плосковыпуклой стеклянной линзы имеется сошлифованный плоский участок радиусом $r_0 = 3$ мм, которым она соприкасается со стеклянной пластинкой. Радиус кривизны выпуклой поверхности линзы $R = 150$ см.

Найти радиус шестого светлого кольца при наблюдении в отраженном свете с длиной волны $\lambda = 0,655$ мкм.

2-18. Плосковыпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны $R = 120$ см соприкасается выпуклой поверхностью со стеклянной пластинкой. При этом в отраженном свете радиус некоторого темного кольца $r_k = 2,5$ см. Наблюдая за данным кольцом, линзу осторожно отодвинули от пластинки на $\Delta h = 10$ мкм. Каким стал радиус этого кольца?

2-19. Для наблюдения колец Ньютона в отраженном свете ($\lambda = 0,55$ мкм) плосковыпуклую линзу с радиусом кривизны $R_1 = 3$ м в одном случае положили на плоскопараллельную пластинку, а в другом — на вогнутую линзу с радиусом кривизны $R_2 = 6$ м.

Определить разность радиусов 10 темных колец.

2-20. На стеклянную пластинку положена плосковыпуклая линза выпуклой стороной. При нормальном падении красного света ($\lambda = 610$ нм) радиус 5-го светлого кольца Ньютона равен 5 мм.

Определить: а) радиус кривизны выпуклой границы линзы; б) оптическую силу линзы (показатель преломления линзы $n = 1,5$); в) радиус 3-го светлого кольца. Расчет сделать в отраженном свете.

2-21. Мыльная пленка, расположенная вертикально, образует клин вследствие стекания жидкости. Наблюдая интерференционные полосы в отраженном свете с $\lambda = 5461 \text{ \AA}$ нашли, что расстояние между пятью полосами равно 2 см.

Найти угол клина в секундах. Свет падает перпендикулярно к поверхности пленки ($n = 1,33$).

2-22. На стеклянный клин падает нормально пучок света ($\lambda = 5\,820\text{ Å}$). Угол клина равен $20''$. Какое число темных интерференционных полос приходится на единицу длины клина?

2-23. На установке для наблюдения колец Ньютона был измерен в отраженном свете радиус третьего темного кольца ($k = 3$). Когда пространство между пластинкой и линзой заполнили жидкостью, то тот же радиус стал иметь кольцо с номером на единицу большим.

Определить показатель преломления жидкости.

2-24. Установка для наблюдения колец Ньютона в отраженном свете освещается нормально монохроматическим светом. После того как пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнили жидкостью, радиусы темных колец уменьшились в 1,25 раза.

Найти показатель преломления жидкости.

2-25. Установка для наблюдения колец Ньютона в отраженном свете освещается монохроматическим светом с длиной волны $5 \cdot 10^3\text{ Å}$, падающим нормально. Пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено водой.

Найти толщину слоя воды между линзой и пластинкой в том месте, где наблюдается третье светлое кольцо.

2-26. На стеклянную пластинку нанесен тонкий слой прозрачного покрытия, показатель преломления которого $n = 1,41$ меньше показателя преломления стекла. На пластинку под углом $\alpha = 30^\circ$ падает пучок белого света. Какова минимальная толщина покрытия $d_{\min}$, если в отраженном свете оно кажется зеленым? Длина волны зеленого света $\lambda = 0,53\text{ мкм}$.

2-27. При наблюдении колец Ньютона в отраженном синем свете ($\lambda = 0,45 \cdot 10^{-6}\text{ м}$) с помощью плоско-выпуклой линзы, положенной на плоскую пластинку, радиус третьего светлого кольца оказался равным 1,06 мм. После замены синего светофильтра на красный был измерен радиус пятого светлого кольца, оказавшийся равным 1,77 мм.

Найти радиус кривизны R линзы и длину волны красного света.

2-28. В установке для наблюдения колец Ньютона плоско-выпуклая линза сделана подвижной и может перемещаться в направлении, перпендикулярном к пластинке.

Описать, что будет происходить с кольцами Ньютона при удалении и приближении линзы к пластинке. Кольца получаются с помощью монохроматического света.

2-29. При каких толщинах d пленки исчезают интерференционные полосы при освещении ее светом с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм? Показатель преломления пленки $n = 1,5$.

2-30. Для измерения показателя преломления аммиака в одно из плеч интерферометра Майкельсона помещена закрытая с обеих сторон откачанная до высокого вакуума стеклянная трубка длиной $l = 15$ см. При заполнении трубки аммиаком интерференционная картина для длины волны $\lambda = 0,589$ мкм сместилась на 192 полосы.

Определить показатель преломления аммиака.

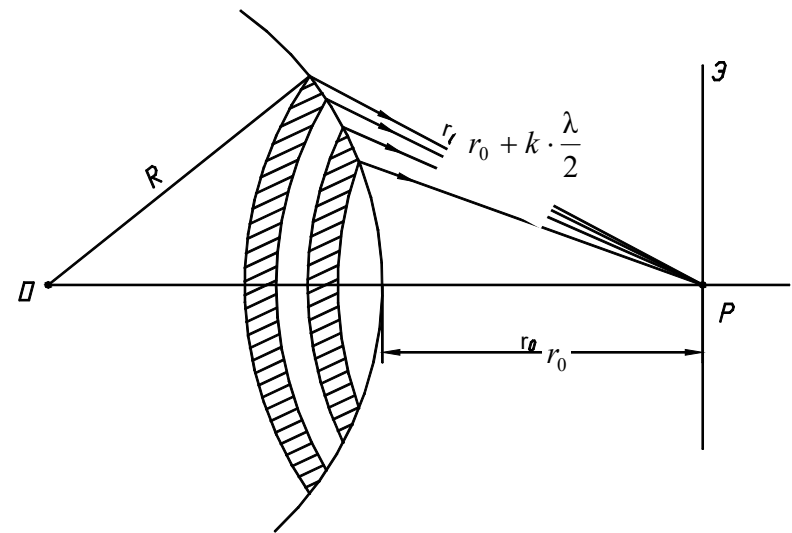
2.2. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

1. Радиусы зон Френеля при прохождении сферической световой волны через круглое отверстие вычисляются по формуле

$$\rho_k = \sqrt{k\lambda R \frac{r_0}{R + r_0}},$$

где λ — длина световой волны; $k = 1, 2, 3, \dots$ — номер зоны Френеля; r_0 — расстояние от вершины волновой поверхности до точки P , для которой построены зоны Френеля; R — радиус волновой поверхности.



2. Расстояние от k -й зоны Френеля до точки P на экране равно

$$r_k = r_0 + \frac{k\lambda}{2},$$

где $k = 1, 2, 3, \dots$

3. Число зон Френеля, укладывающееся в отверстии, если на него падает плоская волна ($R \rightarrow \infty$)

$$k = \frac{\rho^2}{\lambda r_0},$$

где ρ — радиус отверстия ($\rho = \rho_k$)

4. Условие минимума освещенности при дифракции света на щели в параллельных лучах имеет вид

$$a \cdot \sin \varphi = \pm k\lambda,$$

где $k = 1, 2, 3, \dots$ — порядок дифракционного минимума; a — ширина щели; λ — длина световой волны; φ — угол дифракции;

$a \cdot \sin \varphi = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ — условие максимума освещенности ($k = 1, 2, 3, \dots$);

$a \cdot \sin \varphi = 0$ — условие центрального максимума.

5. Условие главных максимумов освещенности при дифракции света на дифракционной решетке

$$d \cdot \sin \varphi = \pm k\lambda,$$

где $k = 0, 1, 2, \dots$ — порядок главного максимума; d — постоянная (период решетки); $d = a + b$, где a — ширина щели; b — ширина непрозрачного промежутка.

Период решетки $d = \frac{l}{N}$, где N — число щелей решетки, приходящееся на единицу длины решетки.

6. Условие дополнительных минимумов:

$$d \sin \varphi = \pm \frac{m \cdot \lambda}{N},$$

где $m \neq 0, N, 2N, 3N, \dots$

Между двумя главными максимумами находится $(N - 1)$ дополнительных минимумов.

7. При наклонном падении света на дифракционную решетку условие для главных максимумов имеет вид

$$d(\sin \varphi - \sin i) = \pm k\lambda, \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots),$$

где i — угол падения света на поверхность решетки.

8. Условие Вульфа–Брэггов:

$$2d \sin \theta = \pm k\lambda,$$

где d — межплоскостное расстояние (постоянная кристаллической решетки); θ — угол скольжения; $k = 1, 2, 3, \dots$ — порядок дифракционного максимума; λ — длина волны рентгеновских лучей.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 2.3. Период дифракционной решетки $d = 0,005$ мм. Определить число наблюдаемых главных максимумов в спектре дифракционной решетки, если длина волны падающего на решетку света $\lambda = 760$ нм.

Дано:	Решение
$\lambda = 760 \text{ нм} =$ $= 7,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ $d = 0,005 \text{ мм} =$ $= 5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$	Определим максимальный порядок спектра, положив в условии главного максимума $\sin \varphi = 1$: $d = k\lambda,$
$Z = ?$	откуда
	$k = \frac{d}{\lambda} = 6,59.$

Число k должно быть целым, но оно не может быть равным 7, так как при этом значении $\sin \varphi$ должен быть больше 1, что невозможно. Следовательно, $k = 6$.

С учетом нулевого максимума число всех наблюдаемых максимумов будет равно $Z = 2k + 1 = 13$.

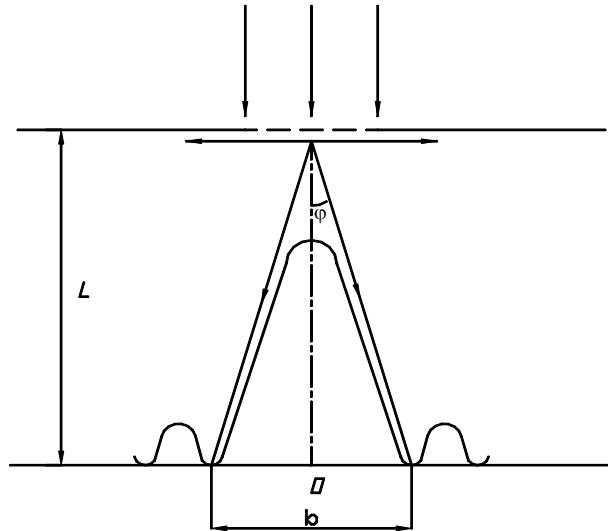
Ответ: $Z = 13$.

Задача 2.4. На щель шириной $a = 0,1$ мм падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм. Дифракционная картина наблюдается на экране, расположенном параллельно щели. Определить расстояние L от щели до экрана, если ширина центрального дифракционного максимума $b = 1$ см.

Дано:	Решение
$\lambda = 0,5 \cdot 10^{-6}$ м	$a \sin \varphi = k\lambda$ — условие минимума, где
$b = 0,01$ м	$k = 1$, следовательно, $\sin \varphi = \frac{\lambda}{a}$. Ввиду мало-
$a = 0,1 \cdot 10^{-3}$ м	сти угла φ можно $\sin \varphi$ заменить $\operatorname{tg} \varphi$:
$L = ?$	

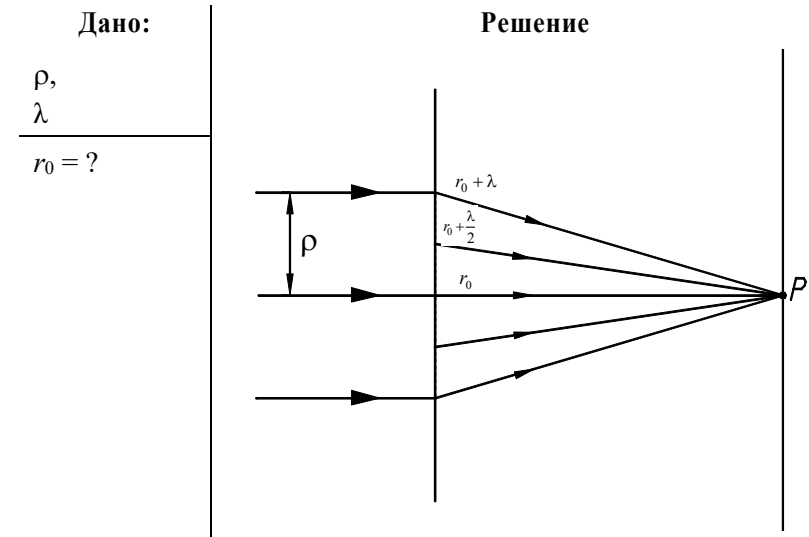
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{2L}, \text{ т. е. } \frac{\lambda}{a} = \frac{b}{2L}, \text{ откуда}$$

$$L = \frac{a \cdot b}{2\lambda} = \frac{10^{-4} \cdot 0,01}{2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}} = 1 \text{ м.}$$



Задача 2.5. На диафрагму с круглым отверстием радиусом ρ падает нормально параллельный пучок света с длиной волны λ . На пути лучей, прошедших через отверстие, помещают экран.

Определить максимальное расстояние r_0 от центра отверстия до экрана, при котором в центре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно.



Число зон Френеля, укладывающееся в отверстии $\left(k = \frac{\rho^2}{\lambda r_0}\right)$, зависит от λr_0 . По мере удаления экрана от отверстия k убывает. Наименьшее четное число зон Френеля равно двум. Следовательно, максимальное расстояние, при котором еще будет наблюдаться темное пятно в центре экрана, определяется условием, согласно которому в отверстии должны уложиться две зоны Френеля. По рисунку видно, что

$$\rho^2 + r_0^2 = (r_0 + \lambda)^2,$$

откуда $r_0 = \frac{\rho^2}{2\lambda + \lambda^2} \approx \frac{\rho^2}{2\lambda}$, так как $\lambda^2 \ll \lambda$.

Ответ: $r_0 = \frac{\rho^2}{2\lambda}.$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 3

3-1. Вычислить радиусы первых пяти зон Френеля, если расстояние от источника света до волновой поверхности равно 1 м. Расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения также равно 1 м, длина световой волны $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м.

3-2. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии 4 м от точечного источника монохроматического света ($\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м). Посредине между экраном и источником помещена диафрагма с круглым отверстием. При каком радиусе отверстия центр дифракционных колец, наблюдаемых на экране, будет наиболее темным?

3-3. Точечный источник света с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм расположен на расстоянии $R = 1$ м перед диафрагмой с круглым отверстием радиусом $\rho = 1$ мм.

Найти расстояние r_0 от диафрагмы до точки наблюдения, для которой число зон Френеля, укладывающееся в отверстие, $k = 3$.

3-4. Между точечным источником света и экраном поместили диафрагму с круглым отверстием, радиус которого ρ можно менять в процессе опыта. Расстояния от диафрагмы до источника и экрана равны $R = 100$ см и $r_0 = 125$ см.

Определить длину волны света, если максимум освещенности в центре дифракционной картины на экране наблюдается при $\rho_1 = 1$ мм и следующий максимум при $\rho_2 = 1,29$ мм.

3-5. На диафрагму с круглым отверстием радиусом $\rho = 1$ мм падает нормально параллельный пучок света длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм. На пути лучей, прошедших через отверстие, помещают экран.

Определить максимальное расстояние $r_{\max}$ от центра отверстия до экрана, при котором в центре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно.

3-6. Свет от монохроматического источника ($\lambda = 0,6$ мкм) падает нормально на диафрагму с круглым отверстием. Диаметр отверстия 6 мм. За диафрагмой на расстоянии 3 м от нее находится экран.

1. Сколько зон Френеля укладывается в отверстии диафрагмы?

2. Каким будет центр дифракционной картины на экране: темным или светлым?

3-7. Тонкая металлическая пластинка имеет круглое отверстие диаметром 4 мм. На пластинку падает нормально параллельный пучок лучей ($\lambda = 0,5$ мкм). На экране, удаленном на 1 м от пластинки, наблюдается дифракционная картина. Темное или светлое пятно находится в центре дифракционной картины.

3-8. На диафрагму с круглым отверстием диаметром $d = 4$ мм падает нормально параллельный пучок лучей монохроматического света ($\lambda = 0,5$ мкм). Точка наблюдения находится на оси отверстия на расстоянии $r_0 = 1$ м от него. Сколько зон Френеля укладывается в отверстии?

3-9. Точечный источник света с длиной волны $\lambda = 500$ нм помещен на расстоянии $R = 0,5$ м перед непрозрачной преградой с отверстием радиуса $\rho = 0,5$ мм.

Определить расстояние r_0 от преграды до точки, для которой число открываемых отверстием зон Френеля k будет равно: 1) 1; 2) 5; 3) 10.

3-10. Дифракционная картина наблюдается на некотором расстоянии от точечного источника света ($\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м). Посредине между экраном и источником света помещена диафрагма с круглым отверстием. При радиусе отверстия $\rho = 1$ мм центр дифракционных колец, наблюдаемых на экране, наиболее темный. Чему равно расстояние от источника света до экрана?

3-11. Свет от монохроматического источника падает нормально на диафрагму с круглым отверстием, диаметр которого 6 мм. За диафрагмой на расстоянии 3 м от нее находится экран. Число зон Френеля, укладывающихся в отверстии, равно 5. Какова длина волны света источника?

3-12. Точечный источник света с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм расположен на некотором расстоянии R перед диафрагмой с круглым отверстием радиуса $\rho = 1$ мм. При расстоянии $r_0 = 2$ м от диафрагмы до точки наблюдения число зон Френеля, укладыва-

ющихся в отверстии, $k = 3$. Каково расстояние R от источника света до диафрагмы?

3-13. Плоская световая волна ($\lambda = 0,7$ мкм) падает нормально на диафрагму с круглым отверстием радиуса $\rho = 1,4$ мм.

Определить расстояния r_{01} , r_{02} , r_{03} от диафрагмы до трех наиболее удаленных от нее точек, в которых наблюдаются минимумы интенсивности.

3-14. На диафрагму с круглым отверстием падает нормально параллельный пучок монохроматического света ($\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$ м). На экране наблюдается дифракционная картина. При каком наибольшем расстоянии между диафрагмой и экраном в центре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно? Диаметр отверстия равен 1,96 мм.

3-15. Плоская световая волна ($\lambda = 0,5$ мкм) падает нормально на диафрагму с круглым отверстием диаметра $d = 1$ см. На каком расстоянии r_0 от отверстия должна находиться точка наблюдения, чтобы отверстие открывало: 1) одну зону Френеля; 2) две зоны Френеля?

3-16. Вычислить радиус ρ_5 пятой зоны Френеля для плоского волнового фронта ($\lambda = 0,5$ мкм), если построение делается для точки наблюдения, находящейся на расстоянии $r_0 = 1$ м от фронта волны.

3-17. На щель шириной $a = 0,1$ мм нормально падает параллельный пучок света от монохроматического источника ($\lambda = 0,6$ мкм).

Определить ширину l центрального максимума в дифракционной картине, проецируемой с помощью линзы, находящейся непосредственно за щелью, на экран, отстоящий от линзы на расстоянии $L = 1$ м.

3-18. На щель падает нормально параллельный пучок монохроматического света. Расположенная за щелью линза с фокусным расстоянием $F = 2$ м проецирует на экран дифракционную картину в виде чередующихся светлых и темных полос. Ширина центральной светлой полосы $l = 5$ см. Как надо изменить

ширину щели, чтобы центральная полоса занимала весь экран при любой ширине последнего?

3-19. Дифракционная решетка шириной 12 мм содержит 4 800 штрихов.

Определить: 1) число максимумов, наблюдаемых в спектре дифракционной решетки для длины волны λ , являющейся серединой оптического диапазона; 2) угол, соответствующий последнему максимуму.

3-20. Период дифракционной решетки $d = 0,005$ мм.

Определить число наблюдаемых главных максимумов в спектре дифракционной решетки, если:

1) $\lambda_1 = 760$ нм

2) $\lambda_2 = 440$ нм.

3-21. Дифракционная решетка содержит $N = 200$ штрихов на 1 мм. На решетку падает нормально монохроматический свет ($\lambda = 0,5$ мкм). Максимум какого наибольшего порядка дает эта решетка?

3-22. На дифракционную решетку, содержащую 400 штрихов на 1 мм, падает нормально монохроматический свет ($\lambda = 0,6$ мкм). Найти общее число дифракционных максимумов, которые дает эта решетка.

Определить угол φ дифракции, соответствующий последнему максимуму.

3-23. Определить длину волны монохроматического света, падающего нормально на дифракционную решетку с периодом 2,2 мкм, если угол между направлениями на первый и второй максимумы равен 15° .

3-24. На дифракционную решетку, имеющую 50 штрихов на 1 мм, падает нормально пучок белого света. Какова разность углов отклонения конца первого и начала второго спектров? Длины крайних красных и крайних фиолетовых волн принять равными 760 и 400 нм. Какова разность углов отклонения конца второго и начала третьего спектров?

3-25. Ширина прозрачного и непрозрачного участков дифракционной решетки в 5 раз больше длины волны падающего света.

Определить углы, соответствующие первым трем наблюдаемым максимумам.

3-26. Зональная пластинка дает изображение источника, удаленного от нее на 3 м, на расстоянии 2 м от своей поверхности. Где получится изображение источника, если его отодвинуть в бесконечность?

3-27. Какова интенсивность света J в центре дифракционной картины от круглого экрана, если он закрывает всю первую зону? Интенсивность света в отсутствии экрана равна J_0 .

3-28. Диск из стекла с показателем преломления n (для длины λ) закрывает полторы зоны Френеля для точки наблюдения P . При какой толщине h диска освещенность в P будет наибольшей?

3-29. Точечный источник монохроматического света помещен на расстоянии R от круглой диафрагмы, а экран с противоположной стороны — на расстоянии r_0 от нее. При каких радиусах диафрагмы ρ центр дифракционных колец, наблюдаемых на экране, будет темным, и при каких — светлым, если перпендикуляр, опущенный из источника на плоскость диафрагмы, проходит через ее центр?

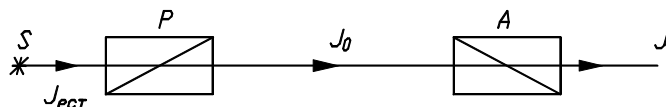
3-30. Монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм падает на длинную прямоугольную щель шириной $a = 15$ мкм под углом $\alpha_0 = 45^\circ$ к ее нормали.

Определите угловое положение первых минимумов, расположенных по обе стороны центрального максимума.

2.3. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

1. Интенсивность света, прошедшего через анализатор, определяется по закону Малюса.



Закон Малюса:

$$I = I_0 \cdot \cos^2 \alpha,$$

где α — угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора; I_0 — интенсивность прошедшего через поляризатор света.

2. Частично поляризованный свет можно рассматривать как смесь плоско поляризованного и естественного света.

Степень поляризации частично поляризованного света

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где $I_{\max}$ и $I_{\min}$ — максимальная и минимальная интенсивности, соответствующие двум взаимно перпендикулярным направлениям световых колебаний в луче.

При пропускании частично поляризованного света через поляризатор максимальная и минимальная интенсивности плоско поляризованного света, выходящего из него, равны соответственно

$$I_{\max} = 0,5I_{\text{ест}} + I_{\text{п.п}},$$

$$I_{\min} = 0,5I_{\text{ест}}.$$

3. Закон Брюстера:

$$\operatorname{tg} i_{\text{Б}} = n_{21},$$

где $i_{\text{Б}}$ — угол Брюстера (угол полной поляризации); n_{21} — относительный показатель преломления.

4. Угол поворота плоскости поляризации оптически активным веществом

$$\varphi = \alpha \cdot l,$$

где l — длина светового луча в веществе; α — постоянная вращения.

Для растворов

$$\varphi = \alpha \cdot l \cdot C,$$

где C — концентрация раствора.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 2.1. На пути частично поляризованного пучка света поместили николю. При повороте николя на угол $\alpha = 60^\circ$ из положения, соответствующего максимальному пропусканию света, интенсивность прошедшего света уменьшилась в три раза. Найти степень поляризации падающего света.

Дано:	Решение
$\alpha = 60^\circ$	Частично поляризованный свет представляет собой смесь естественного и плоско поляризованного:
$k = 3$	
$P = ?$	
	$I_{\text{ч.п}} = I_{\text{ест}} + I_{\text{п.п.}}$

При пропускании через николю естественный свет поляризуется, при этом интенсивность выходящего плоско поляризованного света зависит от ориентации главной плоскости николя относительно плоскости поляризации поляризованного света. Полная интенсивность света, прошедшего через николю,

$$I = 0,5I_{\text{ест}} + I_{\text{п.п.}} \cos^2 \alpha.$$

$$\text{Если } \alpha = 0^\circ, \quad I_{\text{max}} = 0,5I_{\text{ест}} + I_{\text{п.п.}}$$

$$\text{Если } \alpha = \frac{\pi}{2}, \quad I_{\text{min}} = 0,5I_{\text{ест}}$$

По условию задачи $I_{\text{max}} = 3I$, или

$$\begin{aligned} I_{\text{max}} &= 3(0,5I_{\text{ест}} + I_{\text{п.п.}} \cos^2 \alpha) = 3I_{\text{min}} + 3(I_{\text{max}} - I_{\text{min}}) \cos^2 60^\circ = \\ &= 3I_{\text{min}} + 3(I_{\text{max}} - I_{\text{min}}) 0,25 = 2,25I_{\text{min}} + 0,75I_{\text{max}}, \end{aligned}$$

$$\text{откуда } 0,25I_{\text{max}} = 2,25I_{\text{min}}, \quad I_{\text{max}} = 9I_{\text{min}}.$$

Степень поляризация частично поляризованного света

$$P = \frac{I_{\text{п.п.}}}{I_{\text{ч.п}}} = \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}} = \frac{9I_{\text{min}} - I_{\text{min}}}{9I_{\text{min}} + I_{\text{min}}} = 0,8.$$

Ответ: $P = 80 \%$.

ЗАДАЧА 2.2. Определить, во сколько раз ослабится интенсивность света, прошедшего через два николя, расположенные так, что угол между их главными плоскостями $\alpha = 60^\circ$, а в каждом из николей теряется 5 % интенсивности падающего на него света.

Дано:	Решение
$\alpha = 60^\circ$ $k = 0,05$	$J_0 = \frac{J_{\text{ест}}}{2}(1-k).$
$\frac{J_{\text{ест}}}{J} = ?$	По закону Малюса

$$J = J_0(1-k)\cos^2 \alpha = \frac{J_{\text{ест}}}{2}(1-k)^2 \cos^2 \alpha,$$

$$\frac{J_{\text{ест}}}{J} = \frac{J_{\text{ест}} \cdot 2}{J_{\text{ест}}(1-k)^2 \cos^2 \alpha} = \frac{2}{(1-k)^2 \cos^2 \alpha} = \frac{2}{0,95^2 \cdot 0,5^2} = 8,86.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 4

4-1. На пути частично поляризованного света поместили николю. При повороте николя на угол $\varphi = 60^\circ$ из положения, соответствующего максимальному пропусканию света, интенсивность прошедшего света уменьшилась в $k = 2$ раза.

Найти степень поляризации света.

4-2. Два николя N_1, N_2 расположены так, что угол α между их плоскостями пропускания равен 60° . Во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через один николю N_1 ? Во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через оба николя? При прохождении каждого николя потери на отражение и поглощение составляют 5 %.

4-3. Пучок частично поляризованного света рассматривается через николю. Первоначально николю установлен так, что его плоскость пропускания параллельна плоскости колебаний линейно поляризованного света. При повороте николя на угол $\alpha = 60^\circ$ интенсивность пропускаемого им света уменьшилась в 2 раза.

Определить отношение $\frac{I_{\text{ест}}}{I_{\text{ч.п}}}$, а также степень поляризации P

пучка света.

4-4. Во сколько раз ослабляется интенсивность света, проходящего через два николя, плоскости пропускания которых образуют угол $\alpha = 30^\circ$, если в каждом из николей в отдельности теряется 10 % интенсивности падающего на него света?

4-5. Степень поляризации P частично поляризованного света равна 0,5. Во сколько раз отличается максимальная интенсивность света, пропускаемого через анализатор, от минимального?

4-6. На николь падает частично поляризованный свет, степень поляризации которого $P = 0,8$. Во сколько раз изменится интенсивность прошедшего света, если николь повернуть на угол $\alpha = 60^\circ$ относительно положения, соответствующего максимальному пропусканию света.

4-7. Анализатор в 2 раза уменьшает интенсивность света, приходящего к нему от поляризатора.

Определить угол α между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора. Потерями интенсивности света в анализаторе пренебречь.

4-8. Если между двумя скрещенными поляроидами поместить третий, оптическая ось которого составляет угол α с оптической осью анализатора, то поле зрения просветлеет.

Найти интенсивность прошедшего света.

4-9. Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, поставленные так, что угол между их главными плоскостями равен α . Как поляризатор, так и анализатор поглощают и отражают 8 % падающего на них света. Оказалось, что интенсивность луча, вышедшего из анализатора, равна 9 % интенсивности естественного света, падающего на поляризатор.

Найти угол α .

4-10. В частично поляризованном свете амплитуда светового вектора, соответствующая максимальной интенсивности света,

в 2 раза больше амплитуды, соответствующей минимальной интенсивности.

Определить степень поляризации света.

4-11. Угол α между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора равен 45° . Во сколько раз уменьшится интенсивность света, выходящего из анализатора, если угол увеличить до 60° ?

4-12. На николь падает частично поляризованный свет. При некотором положении николя интенсивность света, прошедшего через него, стала минимальной. Когда плоскость пропускания николя, повернули на угол 45° , интенсивность света возросла в 1,5 раза.

Определить степень поляризации P света.

4-13. На пути частично поляризованного света, степень поляризации P которого равна 0,6, поставили анализатор так, что интенсивность света, прошедшего через него, стала максимальной. Во сколько раз уменьшится интенсивность света, если плоскость пропускания анализатора повернуть на угол $\alpha = 30^\circ$?

4-14. Пучок естественного света падает на систему из 6 николей, плоскость пропускания каждого из которых повернута на угол $\alpha = 30^\circ$ относительно плоскости пропускания предыдущего николя. Какая часть светового потока проходит через эту систему?

4-15. Степень поляризации частично поляризованного света $P = 0,25$.

Найти отношение интенсивности поляризованной составляющей этого света к интенсивности естественной составляющей.

4-16. Естественный свет падает на систему из 3-х последовательно расположенных одинаковых поляроидов, причем главное направление среднего поляроида составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с главными направлениями двух других поляроидов. Каждый поляроид обладает поглощением таким, что при падении на него линейно поляризованного света максимальный коэффициент пропускания составляет $k = 0,81$.

Во сколько раз уменьшается интенсивность света после прохождения этой системы?

4-17. Предельный угол полного внутреннего отражения пучка света на границе жидкости с воздухом равен 43° .

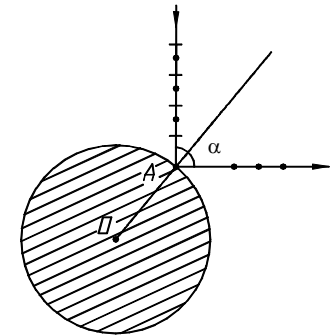
Определить угол Брюстера i_B при падении луча из воздуха на поверхность этой жидкости.

4-18. Пучок света, длина волны которого в пустоте $5890 \text{ \AA}$, падает на пластинку исландского шпата перпендикулярно его оптической оси.

Найти длины волн обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле, если показатели преломления исландского шпата для обыкновенного и необыкновенного лучей равны соответственно $n_o = 1,66$ и $n_e = 1,49$.

4-19. Параллельный пучок естественного света падает на сферическую каплю воды.

Найти угол α между отраженным и падающим пучками в т. A .



4-20. На какой угловой высоте φ над горизонтом должно находиться солнце, чтобы солнечный свет, отраженный от поверхности воды, был полностью поляризован?

4-21. Пучок естественного света, идущий в воде, отражается от грани алмаза, погруженного в воду. При каком угле падений i отраженный луч полностью поляризован?

4-22. Угол Брюстера i_B при падении света из воздуха на кристалл поваренной соли равен 57° .

Определить скорость света в этом кристалле.

4-23. Луч света проходит через жидкость, налитую в стеклянный сосуд ($n = 1,5$), и отражается от дна. Отраженный луч полностью поляризован при падении его на дно сосуда под углом $42^\circ 37'$.

1) найти показатель преломления жидкости;

2) под каким углом должен падать на дно сосуда луч, чтобы наступило полное внутреннее отражение?

4-24. Пучок света, идущий в воздухе, падает на поверхность жидкости под углом $i = 54^\circ$.

Определить угол преломления r пучка, если отраженный луч полностью поляризован.

4-25. Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластинки, погруженной в жидкость. Отраженный от плоскости пучок света составляет угол $\varphi = 97^\circ$ с падающим пучком.

Определить показатель преломления n жидкости, если отраженный свет полностью поляризован.

4-26. Линейно поляризованный световой пучок падает на поляризатор, вращающийся вокруг оси пучка с угловой скоростью $\omega = 21$ рад/с.

Найти световую энергию, проходящую через поляризатор за один полный оборот, если поток энергии в падающем пучке $\Phi_0 = 4,0$ мВт.

4-27. При падении естественного света на некоторый поляризатор проходит $\eta_1 = 30\%$ светового потока, а через два таких поляризатора — $\eta_2 = 13,5\%$.

Найти угол φ между плоскостями пропускания этих поляризаторов.

4-28. Определить степень поляризации P света, который представляет собой смесь естественного света с плоскополяризованным, если интенсивность поляризованного света равна интенсивности естественного.

4-29. Естественный свет интенсивностью J_0 проходит через поляризатор и анализатор, угол между главными плоскостями которых составляет α . После прохождения света через эту систему он попадает на зеркало, и, отразившись, проходит вновь через нее. Пренебрегая поглощением света, определить интенсивность J света после его обратного прохождения.

4-30. Параллельный пучок света падает нормально на пластинку из исландского шпата толщиной 50 мкм, вырезанную параллельно оптической оси.

Принимая показатели преломления исландского шпата для обыкновенного и необыкновенного лучей соответственно $n_o = 1,66$ и $n_e = 1,49$, определить разность хода этих лучей, прошедших через пластинку.

3. КВАНТОВАЯ ОПТИКА

3.1. ЗАКОНЫ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

1. Энергетическая светимость абсолютно черного тела, т. е. энергия, излучаемая за 1 секунду с единицы поверхности абсолютно черного тела, определяется формулой Стефана-Больцмана:

$$R_T = \sigma T^4,$$

где T — температура по шкале Кельвина; $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4$ — постоянная Стефана-Больцмана.

2. Энергетическая светимость R_T (или полная лучеиспускательная способность) связана со спектральной плотностью энергетической светимости абсолютно черного тела $r_{\lambda,T}$ соотношением

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} \cdot d\lambda.$$

3. По закону смещения Вина

$$\lambda_0 = \frac{C_1}{T},$$

где $C_1 = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ — постоянная Вина; λ_0 — длина волны, соответствующая максимальной спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела $(r_{\lambda,T})_{\max}$, T — температура абсолютно черного тела.

4. Второй закон Вина:

$$(r_{\lambda,T})_{\max} = C_2 \cdot T^5,$$

где $(r_{\lambda,T})_{\max}$ — максимальная спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела; $C_2 = 1,29 \cdot 10^{-5} \text{ Вт/м}^3 \cdot \text{К}^5$.

5. Если излучаемое тело не является абсолютно черным, то

$$R_T = \alpha \cdot \sigma \cdot T^4,$$

где α — коэффициент излучения, показывающий, какую часть составляет энергетическая светимость данного тела от энергетической светимости абсолютно черного тела, взятого при той же температуре ($\alpha < 1$).

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 3.1. В спектре Солнца максимум спектральной плотности энергетической светимости приходится на длину волны $\lambda_0 = 0,47$ мкм. Приняв, что Солнце излучает как абсолютно черное тело, найти интенсивность солнечной радиации (т. е. плотность потока излучения) вблизи Земли за пределами ее атмосферы.

Дано:	Решение
$\lambda_0 = 0,47 \text{ мкм} = 0,47 \cdot 10^{-6} \text{ м}$	Интенсивность излучения Солнца
$I = ?$	$I = \frac{P}{S}, \quad (1)$

где P — мощность, т. е. энергия излучения Солнца за 1 с; S — поверхность, сквозь которую проходит энергия.

$$P = R_{\text{С}} S_{\text{С}} = \sigma T^4 \cdot 4\pi R_{\text{С}}^2 = 4\pi \sigma T^4 R_{\text{С}}^2, \quad (2)$$

где $R_{\text{С}}$ — радиус Солнца. $R_{\text{С}} = 7 \cdot 10^8$ м (по таблице). Эта энергия проходит сквозь поверхность S сферы радиуса R , равного расстоянию от Солнца до Земли, за 1 с:

$$S = 4\pi R^2; \quad R = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м (по таблице)}.$$

Таким образом, интенсивность солнечной радиации вблизи Земли

$$I = \frac{4\pi \sigma T^4 R_{\text{С}}^2}{4\pi R^2} = \frac{\sigma T^4 R_{\text{С}}^2}{R^2}. \quad (3)$$

Температуру Солнца T найдем из закона смещения Вина $\lambda_0 = \frac{C_1}{T}$, $C_1 = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$. Подставив $T = \frac{C_1}{\lambda_0}$ в выражение (3),

получим

$$I = \sigma \left(\frac{C_1}{\lambda_0} \right)^4 \cdot \left(\frac{R_C}{R} \right)^2 = 1,8 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2.$$

Ответ: $I = 1,8 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2$.

ЗАДАЧА 3.2. В результате нагревания черного тела длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости, сместилась с $\lambda_1 = 2,7 \text{ мкм}$ до $\lambda_2 = 0,9 \text{ мкм}$.

Определить, во сколько раз увеличилась:

- 1) энергетическая светимость тела;
- 2) максимальная спектральная плотность энергетической светимости тела.

Дано:	Решение
$\lambda_1 = 2,7 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ $\lambda_2 = 0,9 \cdot 10^{-6} \text{ м}$	По закону Стефана–Больцмана $R_T = \sigma T^4$,
1) $\frac{R_{T_2}}{R_{T_1}} = ?$	а по закону Вина $\lambda_0 = \frac{C_1}{T}$, то
2) $\frac{(r_{\lambda_2 T_2})^{\max}}{(r_{\lambda_1 T_1})^{\max}} = ?$	$\frac{R_{T_2}}{R_{T_1}} = \frac{T_2^4}{T_1^4} = \frac{\lambda_1^4}{\lambda_2^4} = 81.$

По второму закону Вина

$$(r_{\lambda T})^{\max} = C_2 \cdot T^5,$$

тогда

$$\frac{(r_{\lambda_2 T_2})^{\max}}{(r_{\lambda_1 T_1})^{\max}} = \frac{T_2^5}{T_1^5} = \frac{\lambda_1^5}{\lambda_2^5} = 243.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 5

5-1. Электрическая печь потребляет мощность $P = 500 \text{ Вт}$. Температура ее внутренней поверхности при открытом небольшом отверстии диаметром $d = 5 \text{ см}$ равна $700 \text{ }^\circ\text{С}$. Какая часть потребляемой мощности рассеивается стенками?

5-2. Вольфрамовая нить накаливается в вакууме силой тока 1 А до температуры $T_1 = 1\,000\text{ К}$. При какой силе тока нить накалится до температуры $T_2 = 3\,000\text{ К}$? Коэффициенты излучения вольфрама и его удельные сопротивления, соответствующие температурам T_1 и T_2 равны: $a_1 = 0,115$; $a_2 = 0,334$; $\rho_1 = 25,7 \times 10^{-8}\text{ Ом} \cdot \text{м}$; $\rho_2 = 96,2 \cdot 10^{-8}\text{ Ом} \cdot \text{м}$.

5-3. В спектре Солнца максимум спектральной плотности энергетической светимости приходится на длину волны $\lambda_0 = 0,47\text{ мкм}$.

Приняв, что Солнце излучает как абсолютно черное тело, найти интенсивность солнечной радиации (т. е. плотность потока излучения) вблизи Земли за пределами ее атмосферы.

5-4. Определить температуру тонкой пластинки, расположенной вблизи Земли за пределами ее атмосферы перпендикулярно лучам Солнца. Считать температуру пластинки одинаковой во всех ее точках. Пластинку считать абсолютно черным телом. Интенсивность солнечной постоянной равна $1,8\text{ кВт/м}^2$.

5-5. Имеются два абсолютно черных источника теплового излучения. Температура одного из них $T = 2\,500\text{ К}$.

Найти температуру другого источника, если длина волны, соответствующая максимуму его спектральной плотности энергетической светимости, на $0,5\text{ мкм}$ больше длины волны, соответствующей максимуму спектральной плотности энергетической светимости первого источника.

5-6. Энергетическая светимость абсолютно черного тела равна 3 Вт/см^2 .

Определить длину волны, отвечающую максимуму спектральной плотности энергетической светимости этого тела.

5-7. Медный шарик диаметром $d = 1,2\text{ см}$ поместили в откачанный сосуд, температура стенок которого поддерживается близкой к нулю. Начальная температура шарика 300°К .

Считая поверхность шарика абсолютно черной, найти, через сколько времени его температура уменьшится в 2 раза.

5-8. Излучение Солнца по всему спектральному составу близко к излучению абсолютно черного тела, для которого мак-

симум спектральной плотности энергетической светимости приходится на длину волны 0,48 мкм.

Найти массу, теряемую Солнцем за одну секунду за счет излучения.

5-9. Какое количество энергии излучает Солнце за 1 мин? Излучение Солнца считать близким к излучению абсолютно черного тела. Температуру поверхности Солнца принять равной 5 800 К.

5-10. Диаметр вольфрамовой спирали в электрической лампочке равен 0,3 мм, длина спирали 5 см. При включении лампочки в цепь напряжением 127 В через лампочку течет ток силой 0,31 А. Найти температуру лампочки. Отношение энергетических светимостей вольфрама и абсолютно черного тела считать равным 0,31.

5-11. Температура вольфрамовой спирали в 25-ваттной лампочке равна 2 450 К. Отношение ее энергетической светимости к энергетической светимости абсолютно черного тела при данной температуре равно 0,3.

Найти величину излучающей поверхности спирали.

5-12. В каких областях спектра лежат длины волн, соответствующие максимуму спектральной плотности энергетической светимости, если источником света служит; 1) спираль электрической лампочки ($T = 3\,000\text{ К}$); 2) атомная бомба, в которой в момент взрыва $T = 10$ млн градусов.

5-13. На какую длину волны приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела, имеющего температуру, равную температуре человеческого тела, т. е. $37\text{ }^{\circ}\text{C}$?

5-14. Мощность излучения абсолютно черного тела равна 10 кВт.

Найти величину излучающей поверхности тела, если известно, что длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности его энергетической светимости, равна 0,7 мкм.

5-15. При нагревании абсолютно черного тела длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энерге-

тической светимости, изменилась от 0,69 мкм до 0,5 мкм. Во сколько раз увеличилась при этом энергетическая светимость тела?

5-16. Температура абсолютно черного тела изменилась от 1 000 до 3 000 К.

1) Во сколько раз увеличилась при этом его энергетическая светимость?

2) На сколько изменилась при этом длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости?

3) Во сколько раз увеличилась его максимальная спектральная плотность энергетической светимости?

5-17. Поверхность тела нагрета до 1 000 К. Затем одна половина этой поверхности нагревается на 100 К, другая — охлаждается на 100 К. Во сколько раз изменится энергетическая светимость этого тела?

5-18. Какую мощность надо подводить к зачерненному металлическому шарiku радиусом 2 см, чтобы поддерживать его температуру на 27° выше температуры окружающей среды? Температура окружающей среды равна 20 °С. Считать, что тепло теряется только вследствие теплового излучения?

5-19. Вольфрамовая нить накаливается в вакууме током 1 А до температуры 1 000 К. При каком токе нить накалится до 3 000 К?

5-20. Вольфрамовая нить диаметром 0,1 мм соединена последовательно с другой вольфрамовой нитью, по которым пропускают электрический ток. Нити находятся в вакууме, причем первая нить имеет $T_1 = 2\,000$ К, а вторая — $T_2 = 3\,000$ К. Каков диаметр второй нити? Длина нитей одинакова.

5-21. С поверхности сажи площадью $S = 2\text{ см}^2$ при температуре $T = 400$ К за время $t = 5$ мин излучается энергия $W = 83$ Дж.

Определить коэффициент черноты a_T сажи.

5-22. Максимальная спектральная плотность энергетической светимости $(r_{\lambda T})^{\max}$ абсолютно черного тела равна $4,16 \cdot 10^{11}$ Вт/м² · м. На какую длину волны λ_0 она приходится?

5-23. Зачерненный шарик остывает от температуры 27°C до 20°C . На сколько изменилась длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности его энергетической светимости?

5-24. Вследствие изменения температуры абсолютно черного тела максимум спектральной плотности энергетической светимости $(r_{\lambda T})^{\max}$ сместился от $\lambda_{01} = 2,4$ мкм до $\lambda_{02} = 0,8$ мкм. Как и во сколько раз изменилась энергетическая светимость R_T тела и максимальная спектральная плотность $(r_{\lambda T})^{\max}$?

5-25. Абсолютно черное тело находится при температуре $T_1 = 2\,900$ К. В результате остывания этого тела длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на $\Delta\lambda = 9$ мкм. До какой температуры T_2 охладилось тело?

5-26. Черное тело находится при температуре $T_1 = 2\,000$ К. При остывании тела длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на $\Delta\lambda = 10$ мкм. Определите температуру T_2 , до которой тело охладилось.

5-27. Черное тело нагрели от $T_1 = 600$ К до $T_2 = 2\,400$ К.

Определить: 1) во сколько раз увеличилась его энергетическая светимость; 2) как изменилась длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости.

5-28. Площадь, ограниченная графиком спектральной плотности энергетической светимости $r_{\lambda T}$ черного тела, при переходе от термодинамической температуры T_1 к температуре T_2 увеличилась в 5 раз.

Определить, как изменилась при этом длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости черного тела.

5-29. Температура внутренней поверхности муфельной печи при открытом отверстии площадью 30 см^2 равна $1,4$ кК.

Принимая, что отверстие печи излучает как черное тело, определить, какая часть мощности рассеивается стенками, если потребляемая мощность составляет $1,6$ кВт.

5-30. В черный тонкостенный металлический сосуд, имеющий форму куба, налит 1 кг воды, нагретой до 50 °С.

Определить время t остывания сосуда до 10°, если он помещен в черную полость, температура стенок которой поддерживается около 0° К, а вода заполняет весь объем сосуда.

3.2. КВАНТОВАЯ ПРИРОДА СВЕТА. ФОТОЭФФЕКТ.

ЭФФЕКТ КОМПТОНА

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

1. Энергия кванта света (фотона) определяется формулой

$$\varepsilon_{\varphi} = h \cdot \nu = h \frac{c}{\lambda},$$

где $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с — постоянная Планка; ν — частота колебаний; λ — длина волны; c — скорость света в вакууме.

2. Импульс фотона

$$P_{\varphi} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

3. Масса фотона

$$m_{\varphi} = \frac{h\nu}{c^2}.$$

4. Формула Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A + \frac{mV_{\max}^2}{2},$$

где $h\nu$ — энергия поглощенного фотона; A — работа выхода электрона из металла; m — масса электрона; $V_{\max}$ — его скорость.

Если $V = 0$, то $h\nu_0 = A$, $\nu_0 = \frac{A}{h}$ — красная граница фотоэффекта.

5. При комптоновском рассеянии рентгеновских лучей изменение длины волны

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta),$$

где θ — угол рассеяния; m_0 — масса покоя электрона; $\frac{h}{m_0 c} = 0,0245 \text{ \AA}$ — комптоновская длина волны; λ' — длина волны рассеянных рентгеновских лучей ($\lambda' > \lambda$).

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 3.1. Определить максимальную скорость $V_{\max}$ фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра ультрафиолетовым излучением с длиной волны $\lambda = 0,155 \text{ мкм}$.

Дано:	Решение
$A = 4,7 \text{ эВ}$ $\lambda = 0,155 \text{ мкм} = 0,155 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$	Максимальную скорость фотоэлектронов определяют по уравнению Эйнштейна для фотоэффекта: $h\nu = A + \frac{mV_{\max}^2}{2}.$
$V_{\max} = ?$	

Работу выхода электрона из серебра найдем по таблице:

$$A = 4,7 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.}$$

$$\text{Энергия фотона } \varepsilon_{\varphi} = h\nu = \frac{hc}{\lambda}.$$

Подставив значения h , c и λ , получим $\varepsilon_{\varphi} = 1,28 \cdot 10^{-18} \text{ Дж.}$

$$V_{\max} = \sqrt{2(\varepsilon_{\varphi} - A)/m}.$$

Подставив численные значения ε_{φ} , A и m , получим

$$V_{\max} = 1,08 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$

Задача 3.2. Определить максимальную скорость фотоэлектронов, вырываемых с поверхности платины (работа выхода $A = 6,3 \text{ эВ}$) при облучении γ -излучением с длиной волны $\lambda = 2,47 \text{ пм}$.

Дано:

$$\begin{aligned} A &= 6,3 \text{ эВ} \\ \lambda &= 2,47 \text{ пм} = \\ &= 2,47 \cdot 10^{-12} \text{ м} \\ m_o &= 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \\ V_{\max} &= ? \end{aligned}$$

Решение

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,47 \cdot 10^{-12}} =$$

$$8,04 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} = \frac{8,04 \cdot 10^{-14}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ эВ} =$$

$$= 5,03 \cdot 10^5 \text{ эВ} = 0,503 \text{ МэВ, т. е. } \varepsilon \gg A.$$

Максимальная скорость фотоэлектронов определим по уравнению Эйнштейна для фотоэффекта:

$$\varepsilon = T,$$

где T — кинетическая энергия электронов; работой выхода можно пренебречь, так как она пренебрежимо мала по сравнению с энергией γ -фотона.

По релятивистской формуле

$$T = (m - m_o) c^2 = 0,503 \text{ МэВ},$$

где $E_o = m_o c^2$ — энергия покоя.

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \text{ т. е.}$$

$$T = m_o c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right), \text{ откуда}$$

$$\frac{V^2}{c^2} = 1 - \frac{m_o^2 c^4}{(\varepsilon + m_o c^2)^2}, \quad V = c \cdot \sqrt{1 - \frac{m_o^2 c^4}{(\varepsilon + m_o c^2)^2}} = 2,6 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

ЗАДАЧА 3.3. Фотон с энергией $\varepsilon_\phi = 0,75 \text{ МэВ}$ рассеялся на свободном электроне под углом $\theta = 60^\circ$.

Принимая, что кинетическая энергия и импульс электрона до соударения с фотоном были пренебрежимо малы, определить:

- 1) энергию ε'_ϕ рассеянного фотона;
- 2) кинетическую энергию E_k электрона отдачи.

Дано:	Решение
$\varepsilon_{\phi} = 0,75 \text{ МэВ}$ $\theta = 60^{\circ}$ $m_o = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$	1. Энергию рассеянного фотона найдем по формуле Комптона
$\varepsilon'_{\phi} = ?$ $E_{\kappa} = ?$	$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_o c} (1 - \cos \theta). \quad (1)$ Энергия фотона $\varepsilon_{\phi} = \frac{hc}{\lambda}, \text{ откуда } \lambda = \frac{hc}{\varepsilon_{\phi}}, \quad \lambda' = \frac{hc}{\varepsilon'_{\phi}}. \quad (2)$

Подставив (2) в уравнение (1), получим:

$$\frac{hc}{\varepsilon'_{\phi}} - \frac{hc}{\varepsilon_{\phi}} = \frac{h}{m_o c} (1 - \cos \theta),$$

откуда

$$\frac{hc}{\varepsilon'_{\phi}} = \frac{hc}{\varepsilon_{\phi}} + \frac{h}{m_o c} (1 - \cos \theta),$$

$$\varepsilon'_{\phi} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_{\phi}} + \frac{1 - \cos \theta}{m_o c^2}}.$$

Подставив числовые значения величин, получим

$$\varepsilon'_{\phi} = 0,43 \text{ МэВ}.$$

2. Кинетическая энергия электрона отдачи равна разности между энергией падающего фотона ε_{ϕ} и энергией ε'_{ϕ} рассеянного фотона:

$$E_K = \varepsilon_{\phi} - \varepsilon'_{\phi} = 0,32 \text{ МэВ}.$$

Ответ: $\varepsilon'_{\phi} = 0,43 \text{ МэВ}$, $E_K = 0,32 \text{ МэВ}$.

ЗАДАЧА 3.4. Энергия фотона равна кинетической энергии электрона, имевшего начальную скорость 10^6 м/с и ускоренного разностью потенциалов 4 В .

Найти длину волны фотона.

Дано:	Решение
$\varepsilon = W_k$	Согласно определению, энергия фотона
$V_o = 10^6 \text{ м/с}$	
$U = 4 \text{ В}$	$\varepsilon = h \cdot \nu = \frac{h \cdot c}{\lambda}, \quad \text{откуда}$
$\lambda = ?$	

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{\varepsilon} = \frac{h \cdot c}{W_k}, \quad \text{где} \quad W_k = \frac{mV^2}{2}.$$

Работа электрического поля равна измерению кинетической энергии электрона, т. е.

$$\frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = A, \quad \text{откуда} \quad \frac{mV^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2} + A = \frac{mV_0^2}{2} + e \cdot U.$$

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{\frac{mV_0^2}{2} + e \cdot U} = 1,8 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 6

6-1. Сколько фотонов попадает за 1 с на сетчатку глаза человека, если глаз воспринимает свет с длиной волны 0,5 мкм при мощности светового потока $2 \cdot 10^{-17} \text{ Вт}$?

6-2. Капля воды объемом 0,2 мл нагревается светом с длиной волны 0,75 мкм, поглощая каждую секунду 10^{10} фотонов.

Определить скорость нагревания воды.

6-3. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла $\lambda_0 = 275 \text{ нм}$.

Найти работу выхода электрона из металла и максимальную скорость фотоэлектронов, вырывающихся из этого металла светом с длиной волны $\lambda = 180 \text{ нм}$.

6-4. Пороговая чувствительность сетчатки глаза человека к желтому свету ($\lambda = 600 \text{ нм}$) равна $1,7 \cdot 10^{-18} \text{ Вт}$. Сколько фотонов при этом падает на сетчатку глаза за 1 с?

6-5. Определить энергию, массу и импульс фотона, если соответствующая ему длина волны равна $0,016 \text{ \AA}$

6-6. Лазер мощностью 20 Вт испускает за 1 с 10^{20} фотонов. Определить длину волны излучения лазера.

6-7. Красная граница фотоэффекта равна $2750 \text{ \AA}$.

Найти: 1) работу выхода электрона из металла; 2) максимальную скорость электронов, вырываемых из металла светом с длиной волны $\lambda = 1800 \text{ \AA}$; 3) максимальную кинетическую энергию этих электронов.

6-8. Найти импульс вылетающего электрона и импульс, получаемый катодом при вылете одного электрона с поверхности цезиевого катода при освещении светом с длиной волны $\lambda = 0,331 \text{ мкм}$. Работа выхода для цезия $A = 1,89 \text{ эВ}$.

6-9. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла равна $2750 \text{ \AA}$. Чему равно минимальное значение энергии фотонов, вызывающего фотоэффект?

6-10. Определить постоянную Планка, если известно, что фотоэлектроны, вырывающиеся с поверхности некоторого металла светом с частотой $2,2 \cdot 10^{15} \text{ 1/с}$ полностью задерживаются обратным потенциалом в $6,6 \text{ В}$, а вырывающиеся светом с частотой $4,6 \cdot 10^{15} \text{ 1/с}$ – потенциалом в $16,5 \text{ В}$.

6-11. Найти величину задерживающего потенциала для фотоэлектронов, испускаемых при освещении калия светом, длина волны которого равна $3300 \text{ \AA}$.

6-12. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектрона, если красная граница фотоэффекта $\lambda_0 = 307 \text{ нм}$ и максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона равна 1 эВ ?

6-13. При очередном освещении поверхности некоторого металла светом с длинами волны $\lambda_1 = 0,35 \text{ мкм}$ и $\lambda_2 = 0,54 \text{ мкм}$ обнаружили, что соответствующие максимальные скорости фотоэлектронов отличаются друг от друга в 2 раза.

Найти работу выхода электрона с поверхности этого металла.

6-14. Будет ли наблюдаться фотоэффект, если на поверхность серебра направить ультрафиолетовое излучение с длиной волны $\lambda = 300$ нм?

6-15. При какой температуре кинетическая энергия молекулы двухатомного газа будет равна энергии фотона с длиной волны $\lambda = 5,89 \cdot 10^{-4}$ мм?

6-16. Какую энергию должен иметь фотон, чтобы его масса была равна массе покоя электрона?

6-17. Найти массу фотона, импульс которого равен импульсу молекулы водорода при температуре 20 °С. Скорость молекулы считать равной средней квадратичной скорости.

6-18. Максимальная скорость фотоэлектронов, вылетающих из металла при облучении его гамма-фотонами, равна 291 Мм/с. Определить энергию гамма-фотонов.

6-19. Энергия фотона равна кинетической энергии электрона, имевшего начальную скорость 10^6 м/с и ускоренного разностью потенциалов 4 В. Найти длину волны фотона.

6-20. Определить наибольшую длину волны света, при которой может происходить фотоэффект для платины.

6-21. Цезий (работа выхода 1,88 эВ) освещается спектральной линией водорода ($\lambda = 0,476$ мкм). Какую наименьшую задерживающую разность потенциалов надо приложить, чтобы фототок прекратился?

6-22. Фотон рентгеновского излучения с энергией 0,15 МэВ испытал рассеяние на покоившемся свободном электроны, в результате чего его длина волны увеличилась на $\Delta\lambda = 0,015$ Å.

Найти угол, под которым вылетел комптоновский электрон отдачи.

6-23. Рентгеновское излучение с длиной волны 56,3 пм рассеивается плиткой графита.

Определить длину волны лучей, рассеянных под углом 120° к первоначальному направлению рентгеновских лучей.

6-24. Гамма-лучи с длиной волны $2,7$ пм испытывают комптоновское рассеяние. Во сколько раз длина волны излучения, рассеянного под углом 180° к первоначальному направлению, больше длины волны падающего излучения?

6-25. Фотон с энергией $\varepsilon_\phi = 0,75$ МэВ рассеялся на свободном электроне под углом $\theta = 60^\circ$.

Найти энергию рассеянного фотона ε'_ϕ , кинетическую энергию и импульс электрона отдачи. Кинетической энергией электрона до соударения пренебречь.

6-26. Катод фотоэлемента облучается светом с длиной волны $\lambda = 0,35$ мкм. Какая энергия передана фотоэлектронам, если в цепи фотоэлемента протекает заряд $Q = 2 \cdot 10^{-12}$ Кл?

6-27. Катод фотоэлемента облучается светом с длиной волны $\lambda = 0,35$ мкм. Какова может быть максимальная величина тока фотоэлемента, если поглощаемая световая мощность составляет $P = 2$ мВт?

6-28. Кристалл рубина облучается вспышкой длительностью $\tau = 10^{-3}$ с и мощностью $P = 200$ кВт. Длина волны света $\lambda = 0,7$ мкм, кристалл поглощает 10 % энергии излучения.

Вычислить количество квантов света N , поглощаемых кристаллом.

6-29. Какой максимальный заряд Q может быть накоплен на конденсаторе емкостью $C = 2 \cdot 10^{-11}$ Ф, одна из обкладок которого облучается светом с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм? Работа выхода электрона составляет $A = 3 \cdot 10^{-19}$ Дж.

6-30. До какого максимального заряда Q можно зарядить покрытый селеном шар радиуса $R = 10$ см, облучая его светом с длиной волны $\lambda = 110$ нм, если работа выхода из селена $A = 9 \cdot 10^{-19}$ Дж?

3.3. ДАВЛЕНИЕ СВЕТА

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

1. Давление света, падающего нормально на поверхность с коэффициентом отражения ρ , равно

$$p = \frac{I}{c}(1 + \rho),$$

где I — количество энергии, падающей на единицу поверхности за единицу времени; ρ — коэффициент отражения света; $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость света в вакууме.

2. Давление света, падающего на поверхность под углом i :

$$p = \frac{I}{c}(1 + \rho)\cos^2 i,$$

где i — угол падения света.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 3.7. Пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 663$ нм падает нормально на зеркальную плоскую поверхность. Поток энергии $W = 0,6$ Вт. Определить силу F светового давления, испытываемую этой поверхностью, а также число N фотонов, падающих на нее за время $t = 5$ с.

Дано:	Решение
$\lambda = 663 \text{ нм} = 663 \cdot 10^{-9}$ $W = 0,6 \text{ Вт}$ $t = 5 \text{ с}$ $\rho = 1$	Сила светового давления на поверхность площадью S равна
$N = ? \quad F = ?$	$F = pS, \quad (1)$ где p — давление света. Световое давление можно найти по формуле Максвелла:

$$p = \frac{I}{c}(1 + \rho). \quad (2)$$

Подставляя выражение (2) в формулу (1), получим

$$F = \frac{I \cdot S}{c}(1 + \rho) = \frac{W}{c}(1 + \rho) = \frac{2W}{c} = 4 \cdot 10^{-9} \text{ Н}, \quad (3)$$

так как $I \cdot S = W$, $\rho = 1$.

Число фотонов, падающих на поверхность за 1 секунду,

$$n = \frac{W}{\varepsilon_{\text{ф}}} = \frac{W\lambda}{hc}.$$

Следовательно, число фотонов N , падающих на поверхность за время t , вычислим по формуле

$$N = n \cdot t = \frac{W\lambda}{hc} t = 10^{19}.$$

Ответ: $F = 4 \text{ нН}$; $N = 10^{19}$ фотонов за $t = 5 \text{ с}$.

ЗАДАЧА 3.2. Монохроматический свет с длиной волны λ падает нормально на поверхность с коэффициентом отражения ρ . Определить количество фотонов, ежесекундно поглощаемых 1 м^2 поверхности, если давление света на поверхность равно p .

Дано:	Решение
λ, ρ, p $S = 1 \text{ м}^2$ $t = 1 \text{ с}$	Давление света $p = (1 + \rho) \frac{I}{c}$, откуда
$N_{\text{погл}} = ?$	$I = \frac{p \cdot c}{1 + \rho}. \quad (1)$

Число фотонов, падающих за 1 с на 1 м^2 поверхности,

$$N = \frac{I}{\varepsilon_{\text{ф}}} = \frac{I \cdot \lambda}{h \cdot c}.$$

Число фотонов, поглощенных за 1 с поверхностью в 1 м^2 ,

$$N_{\text{погл}} = (1 - \rho)N = \frac{(1 - \rho)I\lambda}{hc}. \quad (2)$$

Подставив выражение (1) в формулу (2), получим

$$N_{\text{погл}} = \frac{(1-\rho)}{(1+\rho)} \cdot \frac{pc\lambda}{hc} = \frac{(1-\rho)}{(1+\rho)} \cdot \frac{p\lambda}{h}.$$

Ответ: $N_{\text{погл}} = \frac{(1-\rho)}{(1+\rho)} \cdot \frac{p\lambda}{h}$ (фотонов).

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 7

7-1. Найти давление света на стенки электрической лампы мощностью 100 Вт. Колба лампы — сферический сосуд радиусом 5 см, стенки которой отражают 10 % падающего на них света. Считать, что потребляемая лампой мощность идет на излучение.

7-2. Пучок света с длиной волны 0,49 мкм, падая перпендикулярно к поверхности, производит давление 5 мкПа. Сколько фотонов падает каждую секунду на 1 м² этой поверхности? Коэффициент отражения света от данной поверхности 0,25.

7-3. Параллельные лучи длиной волны 0,5 мкм падают нормально на зачерненную поверхность, производят давление 10⁻⁹ Н/см².

Определить число фотонов, заключенных в 1 м³ падающего светового потока.

7-4. Найти световое давление солнечного излучения на 1 м² земной поверхности, перпендикулярной направлению излучения, если солнечная постоянная $C = 8,38$ кДж/м² · мин. Коэффициентом отражения света от земной поверхности пренебречь.

7-5. Поток излучения мощностью 1 мкВт падает перпендикулярно на 1 см² поверхности.

Определить световое давление, если коэффициент отражения 0,8.

7-6. На поверхность площадью 100 см² ежеминутно падает 63 Дж световой энергии.

Найти световое давление в случаях, когда поверхность полностью отражает и полностью поглощает все излучение.

7-7. Монохроматический пучок света с длиной волны 0,662 мкм падает нормально на поверхность с коэффициентом отражения 0,8.

Определить количество фотонов, ежесекундно поглощаемых 1 см² поверхности, если давление света на поверхность равно 1 мкПа.

7-8. Пучок монохроматического света с длиной волны 663 нм падает нормально на зеркальную пластинку. Поток энергии $W = 0,6$ Вт.

Определить силу F давления, испытываемую этой поверхностью, а также число фотонов, падающих на нее за время $t = 5$ с.

7-9. Параллельный пучок света длиной волны 500 нм падает нормально на зачерненную поверхность, производя давление $p = 10$ мкПа.

Определить: 1) концентрацию n_0 фотонов в пучке; 2) число N фотонов, падающих на 1 м² за 1 с.

7-10. Параллельный пучок монохроматического света ($\lambda = 662$ нм) падает на зачерненную поверхность и производит на нее давление 0,3 мкПа.

Определить концентрацию n_0 фотонов в световом пучке.

7-11. Свет длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм падает нормально на поверхность с коэффициентом отражения 0,9.

Определить количество фотонов, ежесекундно поглощаемых 1 см² поверхности, если давление света на поверхность равно 2 мкПа.

7-12. Монохроматический свет с длиной волны 0,662 мкм падает нормально на поверхность с коэффициентом отражения 0,8.

Определить энергию фотонов, ежесекундно поглощаемых 1 см² поверхности, если давление света на поверхность равно 1 мкПа.

7-13. Монохроматический свет с длиной волны 4 900 Å падает нормально на поверхность с коэффициентом отражения 0,7.

Определить энергию и число фотонов, ежесекундно отражаемых 1 см² поверхности, если давление света на поверхность равно 2 мкПа.

7-14. Определить силу светового давления F_1 солнечного излучения на поверхность земного шара, считая ее абсолютно черной. Найти отношение этой силы к силе гравитационного притяжения Солнца F_2 . Средняя плотность Земли $d = 5,5 \text{ г/см}^3$.

7-15. Спутник в форме шара движется вокруг Земли на такой высоте, что поглощением солнечного света в атмосфере можно пренебречь. Диаметр спутника $D = 40 \text{ м}$.

Зная солнечную постоянную ($C = 1,4 \text{ кДж/м}^2\text{с}$) и принимая, что поверхность спутника, полностью отражает свет, определить силу давления F солнечного света на спутник.

7-16. Плоская световая волна интенсивностью $0,2 \text{ Вт/см}^2$ падает на плоскую зеркальную поверхность с коэффициентом отражения $0,8$. Угол падения 45° .

Определить с помощью корпускулярных представлений величину нормального давления, которое оказывает свет на эту поверхность.

7-17. Плоская световая волна интенсивностью $0,7 \text{ Вт/см}^2$ освещает шар с зеркальной поверхностью радиуса 5 см . Коэффициент отражения равен 1 .

Найти силу, действующую на шар.

7-18. Небольшое идеально отражающее зеркальце массой $m = 10 \text{ мг}$ подвешено на невесомой нити длиной $l = 10 \text{ см}$.

Найти угол, на который отклонится нить, если по нормали к зеркальцу в горизонтальном направлении произвести выстрел коротким импульсом лазерного излучения с энергией $W = 13 \text{ Дж}$.

7-19. Поток энергии, излучаемый электрической лампочкой, равен 600 Вт . На расстоянии 1 м от лампы перпендикулярно падающим лучам расположено круглое плоское зеркальце диаметром 2 см .

Принимая, что излучение лампы одинаково во всех направлениях и что зеркальце полностью отражает падающий на него свет, определить силу светового давления на зеркальце.

7-20. Небольшая идеально поглощающая пластинка массой 10 мг подвешена на нити длиной 20 см . Свет лазерной вспышки

падает перпендикулярно поверхности, вследствие чего нить с пластинкой отклоняется от вертикали на угол $0,6^\circ$.

Оценить энергию лазерной вспышки.

7-21. Исходя из квантовых представлений вычислить величину светового давления на зеркальную поверхность, если угол падения лучей равен α .

7-22. Монохроматический свет длиной волны 490 нм , падая нормально на поверхность, производит давление на нее $9,81 \cdot 10^{-7} \text{ Н/м}^2$. Сколько квантов света падает каждую секунду на единицу площади этой поверхности? Коэффициент отражения света $\rho = 0,6$.

7-23. Световое давление на плоское зеркало равно $0,2 \text{ мкПа}$.

Определить интенсивность света, падающего на поверхность зеркала, если коэффициент отражения $\rho = 0,6$. Световой поток падает нормально на поверхность зеркала.

7-24. Определить диаметр шарообразного спутника, движущегося вокруг Земли, если сила давления солнечного света на спутник $F = 11,2 \text{ мН}$, коэффициент отражения света от поверхности спутника $\rho = 1$, солнечная постоянная $C = 1,4 \text{ кВт/м}^2$. Поглощением света в атмосфере пренебречь.

7-25. Параллельный пучок света интенсивностью $I = 0,2 \text{ Вт/см}^2$ падает под углом 60° на плоское зеркало с коэффициентом отражения $\rho = 0,9$.

Определить давление света на зеркало.

7-26. Плоская световая волна интенсивностью $J = 0,1 \text{ Вт/см}^2$ падает под углом $\alpha = 30^\circ$ на плоскую отражающую поверхность с коэффициентом отражения $\rho = 0,7$.

Используя квантовые представления, определить нормальное давление, оказываемое светом на эту поверхность.

7-27. На идеально отражающую поверхность нормально падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,60 \text{ мкм}$. Поток излучения составляет $0,45 \text{ Вт}$.

Определить: 1) число фотонов N , падающих на поверхность за время $t = 3$ с; 2) силу давления, испытываемую этой поверхностью.

7-28. Давление монохроматического света с длиной волны $\lambda = 600$ нм на зачерненную поверхность, расположенную перпендикулярно падающему излучению, равно $0,18$ мкПа.

Определить число фотонов, падающих на поверхность площадью 50 см^2 за 1 с.

7-29. Параллельный пучок света с интенсивностью $J = 0,25 \text{ Вт/см}^2$ падает под углом $\alpha = 60^\circ$ на плоское зеркало с коэффициентом отражения $\rho = 0,90$.

Определить давление света на зеркало.

7-30. Параллельный пучок монохроматического света ($\lambda = 500$ нм) падает на зачерненную поверхность и производит на нее давление $p = 0,34$ мкПа.

Определить концентрацию фотонов в световом пучке.

4. АТОМНАЯ ФИЗИКА

4.1. АТОМ ВОДОРОДА ПО ТЕОРИИ БОРА

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

1. Момент импульса электрона на стационарных орбитах

$$L = m \cdot V \cdot r = n \cdot \frac{h}{2\pi},$$

где $n = 1, 2, 3 \dots$ — главное квантовое число; m — масса электрона; r — радиус орбиты; V — скорость электрона на орбите; h — постоянная Планка.

2. Радиус боровской орбиты атома водорода

$$r = \frac{h^2 \cdot \epsilon_o}{\pi \cdot m \cdot e^2} \cdot n^2.$$

3. Скорость электрона, находящегося на n -й орбите,

$$V = \frac{e^2}{2\epsilon_o \cdot h} \cdot \frac{1}{n},$$

где ϵ_o — электрическая постоянная; e — заряд электрона.

4. Потенциальная энергия электрона на n -й орбите атома водорода

$$E_p = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon \cdot r} = -\frac{me^4}{4\epsilon_o^2 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{n^2}.$$

Кинетическая энергия

$$E_k = \frac{mV^2}{2} = \frac{me^4}{8\epsilon_o^2 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{n^2}.$$

Полная энергия электрона, находящегося на n -й орбите

$$E = E_k + E_p = E_k + (-E_k) = -E_k = -\frac{me^4}{8\epsilon_o^2 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{n^2}.$$

5. Энергия фотона, излучаемого атомом водорода при переходе из одного стационарного состояния в другое

$$\varepsilon = h\nu = E_k - E_n,$$

где E_k и E_n — энергия электрона на соответствующих орбитах.

6. Серийная формула, определяющая длину волны света, излучаемого или поглощаемого атомом водорода при переходе электрона с одной орбиты на другую

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где $R = 1,097 \cdot 10^7$ 1/м — постоянная Ридберга; $\lambda = \frac{c}{\nu}$; $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость света.

7. Длина волны линий спектра водородоподобных ионов

$$\frac{1}{\lambda} = Z^2 \cdot R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где Z — порядковый номер элемента в таблице Менделеева.

8. Первый потенциал возбуждения φ_I есть та наименьшая разность потенциалов, которую должен пройти в ускоряющем поле электрон, чтобы при столкновении с невозбужденным атомом перевести его в первое возбужденное состояние. Для атома водорода это соответствует переходу электрона с первой боровской орбиты ($n = 1$) на вторую ($n = 2$).

9. Потенциалом ионизации φ_i называют ту наименьшую разность потенциалов, которую должен пройти в ускоряющем поле электрон, чтобы при столкновении с данным невозбужденным атомом ионизировать его. Работа по удалению электрона из атома A_i равна работе сил электрического поля, ускоряющего электрон, поэтому

$$A_i = e\varphi_i.$$

Учитывая квантовый характер поглощения энергии атомом, можно сказать, что работа ионизации A_i равна кванту энергии $h\nu$,

поглощенному атомом водорода при переходе электрона с первой боровской орбиты ($n = 1$) на бесконечно удаленную орбиту ($n = \infty$).

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

ЗАДАЧА 4.1. Определить максимальную и минимальную энергию фотона в видимой серии спектра водорода (серии Бальмера).

Дано:	Решение
$k = 2$	$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right),$
$\varepsilon_{\max} = ?$	где $n = 3, 4, 5, \dots$; $R = 1,1 \cdot 10^7 \text{ 1/м}$ — постоянная Ридберга.
$\varepsilon_{\min} = ?$	$\frac{1}{\lambda_{\min}} = \frac{R}{4}$ при $n = \infty$, откуда
	$\lambda_{\min} = \frac{4}{R}; \quad \nu_{\max} = \frac{c}{\lambda_{\min}} = \frac{c \cdot R}{4}, \quad \text{тогда}$
	$\varepsilon_{\max} = h\nu_{\max} = \frac{h \cdot c \cdot R}{4} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1,1 \cdot 10^7}{4} =$
	$= 5,46 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 3,41 \text{ эВ.}$
	$\frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) = \frac{5R}{36}; \quad \lambda_{\max} = \frac{36}{5R}.$
	$\varepsilon_{\min} = h\nu_{\min} = \frac{h \cdot c}{\lambda_{\max}} = \frac{h \cdot c \cdot 5R}{36} = 3,03 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,89 \text{ эВ.}$

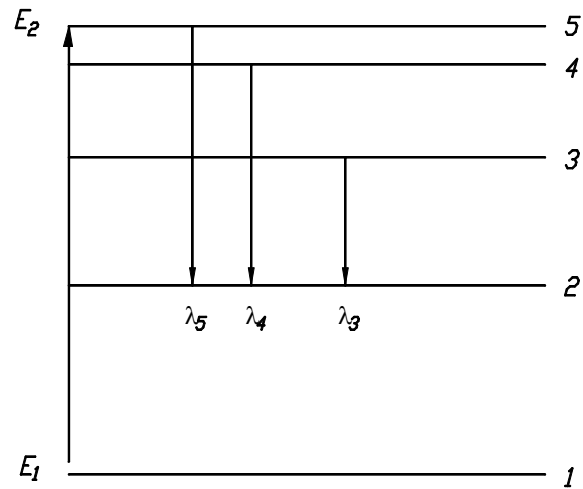
ЗАДАЧА 4.2. Определить, какие спектральные линии появятся в видимой области спектра излучения атомарного водорода под действием ультрафиолетового излучения $\lambda = 95 \text{ нм}$?

Дано:	Решение
$\lambda = 95 \cdot 10^{-9} \text{ м}$	Энергия фотона
$Z = 1$	$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{95 \cdot 10^{-9}} =$
$\lambda_5 = ? \lambda_4 = ?$	$= 21 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 13,1 \text{ эВ.}$
$\lambda_3 = ?$	

$$E_1 = -13,6 \text{ эВ.}$$

$$E_2 = E_1 + \varepsilon = -13,6 + 13,1 = -0,5 \text{ эВ.}$$

$$n = \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} = \sqrt{\frac{-13,6}{-0,5}} = 5.$$



По формуле Бальмера–Ритца

$$\frac{1}{\lambda_5} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2} \right); \lambda_5 = 0,434 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$\frac{1}{\lambda_4} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right); \lambda_4 = 0,486 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$\frac{1}{\lambda_3} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right); \lambda_3 = 0,656 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 8

8-1. Найти: 1) радиусы первых трех боровских орбит в атоме водорода; 2) скорость электрона на них.

8-2. Определить частоту вращения электрона на первой и второй орбите атома водорода.

8-3. Определить потенциальную, кинетическую и полную энергию электрона, находящегося на первой орбите атома водорода.

8-4. Определить потенциальную, кинетическую и полную энергию электрона, находящегося на второй орбите атома водорода.

8-5. Вычислить кинетическую энергию электрона, находящегося на n -й орбите атома водорода: 1) $n = 3$; 2) $n = 5$.

8-6. Найти: 1) период обращения электрона на первой боровской орбите в атоме водорода; 2) его угловую скорость.

8-7. Определить магнитный момент электрона, находящегося в атоме водорода на первой боровской орбите. Сравнить полученный результат с магнетоном Бора.

8-8. Найти для электрона, находящегося в атоме водорода на первой боровской орбите, отношение магнитного момента к механическому моменту.

8-9. Найти момент импульса электрона на стационарных орбитах: 1) $n = 1$; 2) $n = 2$; 3) $n = 3$.

8-10. Определить длину волны, соответствующую третьей спектральной линии в серии Бальмера.

8-11. Найти наименьшую и наибольшую длины волн спектральных линий водорода серии Лаймана.

8-12. Найти наибольшую и наименьшую длины волн в первой инфракрасной серии спектра водорода (серии Пашена).

8-13. 1) Найти наибольшую длину волны в ультрафиолетовой серии спектра водорода. 2) Какую наименьшую скорость должны иметь электроны, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами электронов появилась эта линия?

8-14. Вычислить энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на первый.

8-15. Определить наименьшую и наибольшую энергии фотона в ультрафиолетовой серии спектра водорода (серии Лаймана).

8-16. Фотон с энергией 16,5 эВ выбил электрон из невозбужденного атома водорода. Какую скорость будет иметь электрон вдали от ядра атома?

8-17. Определить энергию фотона, соответствующего второй линии в первой инфракрасной серии атома водорода (серии Пашена).

8-18. Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с длиной волны $\lambda = 121,5$ нм. Определить радиус электронной орбиты возбужденного атома водорода.

8-19. Определить первый потенциал возбуждения атома водорода.

8-20. Определить потенциал ионизации атома водорода.

8-21. Вычислить частоты вращения электрона в атоме водорода на второй и третьей орбитах. Сравнить эти частоты с частотой излучения при переходе электрона с третьей на вторую орбиту.

8-22. На сколько изменилась кинетическая энергия электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона с длиной волны $\lambda = 4\,860 \text{ \AA}$?

8-23. Найти: 1) радиус первой боровской электронной орбиты для однократно ионизированного гелия; 2) скорость электрона на ней.

8-24. В каких пределах должна лежать длина волн монохроматического света, чтобы при возбуждении атомов водорода квантами этого света радиус орбиты электрона увеличился в 9 раз?

8-25. Определить энергию, необходимую для перевода атома водорода во второе возбужденное состояние ($k = 1$, $n = 3$).

8-26. Какому элементу принадлежит водородоподобный спектр, длины волн излучений которого в четыре раза короче, чем у атомарного водорода?

8-27. У какого водородоподобного иона разность длин волн между головными линиями серий Бальмера и Лаймана равна 59,3 нм?

8-28. Найти энергию связи электрона в основном состоянии водородоподобных ионов, в спектре которых длина волны третьей линии серий Бальмера равна 108,5 нм.

8-29. Определить для атома водорода и иона He^+ : энергию связи электрона в основном состоянии, потенциал ионизации, первый потенциал возбуждения и длину волны головной линии Лаймана.

8-30. Покоившийся атом водорода испустил фотон, соответствующий головной линии серии Лаймана. Какую скорость приобрел атом?

5. ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА ЧАСТИЦ

5.1. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

1. Формула де Бройля, выражающая связь длины волны с импульсом движущейся частицы в классическом приближении ($V \ll c$; $p = mV$)

$$\lambda = \frac{h}{p},$$

где h — постоянная Планка; m — масса покоя частицы.

2. Импульс релятивистской частицы

$$p = mV = \frac{m_0 V}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}, \quad \lambda = \frac{h}{m_0 V} \sqrt{1 - V^2/c^2},$$

где m_0 — масса покоя частицы.

3. Связь длины волны де Бройля с кинетической энергией E_k частицы в классическом приближении

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}}, \quad \text{где } E_k = \frac{p^2}{2m}.$$

4. В релятивистском случае кинетическая энергия T связана с импульсом соотношением

$$p^2 c^2 = T(T + 2m_0 c^2).$$

Длина волны де Бройля

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{T(T + 2m_0 c^2)}},$$

где $E_0 = m_0 c^2$ — энергия покоя частицы; T — кинетическая энергия; полная энергия $E = m_0 c^2 + T$.

5. Соотношение неопределенностей Гейзенберга для координаты и импульса частицы:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar,$$

где $\hbar = \frac{h}{2\pi}$; Δx — неопределенность координаты частицы; Δp_x — неопределенность проекции импульса частицы на ось x .

Для энергии и времени

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar,$$

где ΔE — неопределенность энергии данного квантового состояния; Δt — время пребывания системы в этом состоянии.

6. Временное уравнение Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + U \psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t},$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ — оператор Лапласа; $\psi(x, y, z, t)$ — волновая функция, описывающая состояния частицы; $U(x, y, z, t)$ — ее потенциальная энергия; $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,06 \cdot 10^{-34}$ Дж·с; i — мнимая единица.

7. В одномерном случае уравнение Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + U \cdot \psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}.$$

8. Одномерное стационарное уравнение Шредингера

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0,$$

где $\psi = \psi(x)$; E — полная энергия частицы; $U(x)$ — потенциальная энергия.

9. Вероятность dW обнаружить частицу в интервале от x до $x + dx$ (в одномерном случае) выражается формулой

$$dW = |\psi(x)|^2 dx,$$

где $|\psi(x)|^2$ — плотность вероятности.

Вероятность обнаружить частицу в интервале от x_1 до x_2 :

$$W = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx.$$

10. Значение энергии частицы E_n , находящейся на n -м энергетическом уровне в бесконечно глубоком одномерном потенциальном ящике

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2, \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

где l — ширина потенциального ящика.

11. Соответствующая этой энергии волновая функция имеет вид

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n}{l} x.$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 5.1. Параллельный пучок электронов падает нормально на диафрагму с узкой прямоугольной щелью, ширина которой $a = 2$ мкм. Определить скорость электронов, если известно, что на экране, отстоящем от щели на расстоянии $l = 50$ см, ширина центрального дифракционного максимума $b = 80$ мкм.

Дано:	Решение
$m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг $l = 0,5$ м $a = 2 \cdot 10^{-6}$ м $b = 8,0 \cdot 10^{-5}$ м	Дифракция электронов является следствием волновой природы. Длину волны де Бройля для электрона определим, применив формулу
$V = ?$	$\lambda = \frac{h}{m \cdot V}.$

Центральный дифракционный максимум заключен между двумя минимумами первого порядка:

$$a \sin \varphi = \pm k\lambda, \quad \text{где } k = 1,$$

$$\sin \varphi = \frac{\lambda}{a}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{2l}.$$

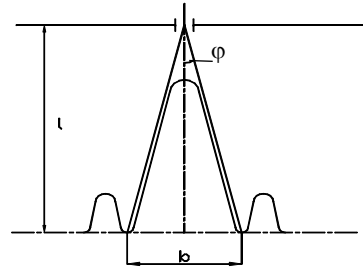
В виду малости угла φ можно записать

$$\sin \varphi = \frac{b}{2l}, \quad \frac{\lambda}{a} = \frac{b}{2l},$$

$$\frac{h}{mV \cdot a} = \frac{b}{2l},$$

откуда

$$V = \frac{h \cdot 2l}{m \cdot a \cdot b} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 2 \cdot 0,5}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 8,0 \cdot 10^{-5}} = 4,5 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$



ЗАДАЧА 5.2. Электронный пучок выходит из электронной пушки под действием разности потенциалов 300 В. Принимая, что допустимая неопределенность скорости 1 % от ее численного значения, определить неопределенность координаты.

Дано:

$$U = 300 \text{ В}$$

$$\frac{\Delta V}{V} = 0,01$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$\Delta x = ?$$

Решение

$$\frac{mV^2}{2} = e \cdot U, \quad \text{откуда скорость } V = \sqrt{\frac{2eU}{m}}.$$

$$\Delta V = 0,01 \cdot \sqrt{\frac{2eU}{m}}.$$

Согласно соотношению неопределенностей $\Delta x \cdot m \cdot \Delta V = \hbar$, откуда

$$\Delta x = \frac{\hbar}{m \cdot 0,01 \cdot \sqrt{\frac{2eU}{m}}} = \frac{\hbar}{0,01 \cdot \sqrt{2emU}} =$$

$$= \frac{1,06 \cdot 10^{-34}}{0,01 \cdot \sqrt{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 300}} = 1,13 \cdot 10^{-9} \text{ м} = 1,13 \text{ нм}.$$

ЗАДАЧА 5.3. Электрон движется в атоме водорода по первой боровской орбите.

Принимая, что допускаемая неопределенность скорости составляет 10 % от ее численного значения, определить неопределенность координаты электрона. Применимо ли в данном случае для электрона понятие траектории?

Дано:	Решение
$m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг	Скорость электрона на боровской орбите определяется по формуле $V = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 \cdot h} \cdot \frac{1}{n} = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 6,62 \cdot 10^{-34}} =$ $= 2,2 \cdot 10^6 \text{ м/с}$
$e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл	
$\frac{\Delta V}{V} = 0,1$	
$n = 1$	
$\Delta x = ?$	$\Delta V = 0,1 \cdot V, \quad \Delta x \cdot m \cdot \Delta V = \hbar, \quad \text{откуда}$

$$\Delta x = \frac{\hbar}{m \cdot \Delta V} = \frac{1,06 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 2,2 \cdot 10^6 \cdot 0,1} = 0,53 \cdot 10^{-9} \text{ м} = 0,53 \text{ нм.}$$

Радиус первой боровской орбиты

$$r = \frac{h^2 \varepsilon_0}{\pi \cdot m \cdot e^2} \cdot n^2 = 0,528 \cdot 10^{-10} \text{ м,}$$

т. е. погрешность в определении положения электрона $\Delta x \gg r$. Следовательно, в этом случае невозможно сохранить представление об орбите (или траектории) электрона.

ЗАДАЧА 5.4. Кинетическая энергия E_k электрона в атоме водорода составляет порядка 10 эВ. Используя соотношение неопределенностей, оценить минимальные размеры атома.

Дано:	Решение
$E_k = 10$ эВ	Из соотношения неопределенностей $\Delta x \Delta p \geq \hbar$ следует, что чем точнее определяется импульс частицы, а значит и ее энергия, тем более неопределенным становится положение и наоборот.
$m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг	
$l_{\min} = ?$	

Пусть атом имеет линейный размер l , тогда электрон атома будет находиться где-то в пределах области с неопределенностью

$$\Delta x = \frac{l}{2}.$$

В этом случае соотношение неопределенностей имеет вид

$$\frac{l}{2} \cdot \Delta p_x \geq \hbar,$$

откуда

$$l \geq \frac{2\hbar}{\Delta p_x}.$$

Неопределенность импульса значения частицы не должна превышать значения самого импульса $\Delta p_x \leq p_x$.

Импульс частицы связан с кинетической энергией соотношением $p = \sqrt{2mE_k}$. Отсюда следует, что $l_{\min} = \frac{2\hbar}{\sqrt{2mE_k}}$. После подстановки числовых значений получаем $l_{\min} = 0,12 \cdot 10^{-9}$ м.

Ответ: $l_{\min} = 0,12 \cdot 10^{-9}$ м.

ЗАДАЧА 5.5. Воспользовавшись соотношением неопределенностей оценить ширину энергетического уровня в атоме водорода: 1) для основного состояния; 2) для возбужденного состояния (время его жизни равно 10^{-8} с).

Дано:	Решение
$\Delta t = 10^{-8}$ с	1. Из соотношения неопределенностей $\Delta E \Delta t \geq \hbar$ следует, что чем меньше время жизни частицы в некотором состоянии, тем более неопределенной становится энергия этого состояния.
$\Delta E = ?$	

В основном состоянии ($n = 1$) электрон может существовать бесконечно долго, т. е. $\Delta t = \infty$, поэтому $\Delta E = \frac{\hbar}{\Delta t} = 0$. Энергия имеет строго определенное значение.

2. В возбужденном состоянии ($n > 1$) время жизни электрона $\Delta t = 10^{-8}$ с, ширина энергетического уровня (размытость) равна $\Delta E = \frac{\hbar}{\Delta t}$. Получаем, что

$$\Delta E = \frac{1,06 \cdot 10^{-34}}{10^{-8}} = 1,06 \cdot 10^{-26} \text{ Дж} = 0,66 \cdot 10^{-7} \text{ эВ}.$$

Ответ: $\Delta E = 0,66 \cdot 10^{-7} \text{ эВ}$.

ЗАДАЧА 5.6. Частица находится в основном состоянии ($n = 1$) в одномерном потенциальном ящике шириной l с абсолютно непроницаемыми стенками ($0 < x < l$).

Найти вероятность пребывания частицы в области $0 < x < \frac{1}{3}l$.

Решение

Вероятность W обнаружить частицу в области $0 < x < \frac{l}{3}$ выразить интегралом

$$W = \int_0^{l/3} |\psi(x)|^2 \cdot dx. \quad (1)$$

Так как частица находится в бесконечно глубоком потенциальном ящике, то, положив $n = 1$, получим для собственной волновой функции

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \cdot \sin \frac{\pi x}{l}.$$

Подставив это значение в (1), найдем

$$W = \frac{2}{l} \int_0^{l/3} \sin^2 \frac{\pi x}{l} \cdot dx.$$

Используя соотношение $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$, вычислим интеграл

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{l} \left[\int_0^{l/3} dx - \int_0^{l/3} \cos \frac{2\pi x}{l} \cdot dx \right] = \frac{1}{l} \cdot \left[\frac{l}{3} - \frac{l}{2\pi} \sin \frac{2\pi x}{l} \right] = \\ &= \frac{1}{3} - \frac{1}{2\pi} \cdot \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4\pi} = 0,195. \end{aligned}$$

ЗАДАЧА 5.7. Принимая, что электрон находится внутри атома диаметром 0,4 нм, определить (в электрон-вольтах) неопределенность энергии данного электрона.

Дано:	Решение
$d = 0,4 \text{ нм} =$ $= 0,4 \cdot 10^{-9} \text{ м}$ $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ $\Delta E = ?$	Если атом имеет линейный размер (диаметр) d, тогда электрон атома будет находиться где-то в пределах области с неопределенностью $\Delta x = \frac{d}{2} = 0,2 \cdot 10^{-9} \text{ м}$. $\Delta x \cdot m \cdot \Delta V = \hbar, \quad \text{откуда} \quad \Delta V = \frac{\hbar}{\Delta x \cdot m}.$ Неопределенность энергии $\Delta E = \frac{m(\Delta V)^2}{2} = \frac{m \cdot \hbar^2}{2(\Delta x)^2 \cdot m^2} = \frac{\hbar^2}{2(\Delta x)^2 \cdot m} =$ $= \frac{(1,06 \cdot 10^{-34})^2}{2(0,2 \cdot 10^{-9})^2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} = 1,54 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 0,96 \text{ эВ}.$

ЗАДАЧА 5.8. ψ -функция некоторой частицы имеет вид $\psi = \frac{A}{r} \cdot e^{-r/a}$, где r — расстояние этой частицы до силового центра; a — некоторая постоянная.

Используя условие нормировки вероятностей, определить нормировочный коэффициент A .

Дано:	Решение
$\psi = \frac{A}{r} \cdot e^{-r/a},$ $a = \text{const}$ $A = ?$	$\int_0^{\infty} \psi ^2 \cdot dV = 1, \quad dV = 4\pi r^2 dr,$ $\int_0^{\infty} \frac{A^2}{r^2} \cdot e^{-2r/a} \cdot 4\pi r^2 \cdot dr = 1,$ $4\pi A^2 \int_0^{\infty} e^{-2r/a} \cdot dr = -\frac{4\pi}{2} \cdot A^2 \cdot a \cdot e^{-2r/a} \Big _0^{\infty} = 2\pi A^2 \cdot a,$ $2\pi A^2 a = 1, \quad \text{откуда} \quad A = \sqrt{\frac{1}{2\pi \cdot a}}.$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 9

9-1. Найти волну де Бройля для электрона, обладающего кинетической энергией: 1) $E_k = 100$ эВ; 2) $E_k = 3,0$ эВ.

9-2. Электрон, начальной скоростью которого можно пренебречь, прошел ускоряющую разность потенциалов U_0 .

Найти длину волны де Бройля λ для двух случаев: 1) $U_1 = 51$ В; 2) $U_1 = 510$ кВ.

9-3. Определить длину волны де Бройля для электрона, движущегося по круговой орбите атома водорода, находящегося в основном состоянии.

9-4. Электрон движется по окружности радиусом $r = 0,5$ см в однородном магнитном поле с индукцией $B = 8$ мТл.

Определить длину волны де Бройля электрона.

9-5. Определить длину волны де Бройля электрона, движущегося по второй орбите атома водорода.

9-6. На узкую щель шириной $a = 1$ мкм падает параллельный пучок электронов, имеющих скорость $V = 3,65 \cdot 10^6$ м/с.

Определить расстояние x между двумя максимумами интенсивности первого порядка в дифракционной картине, полученной на экране, отстоящем от щели на расстоянии $L = 30$ см.

9-7. Кинетическая энергия электрона в атоме водорода составляет величину порядка 10 эВ.

Используя соотношения неопределенностей, оценить минимальные линейные размеры атома.

9-8. Определить неточность Δx в определении координаты электрона, движущегося в атоме водорода со скоростью $V = 1,5 \cdot 10^6$ м/с, если допускаемая неточность ΔV в определении скорости составляет 10 % от ее величины. Сравнить полученную неточность с диаметром d атома водорода, вычисленным по теории Бора для основного состояния и указать, применимо ли понятие траектории в данном случае.

9-9. Длительность возбужденного состояния атома водорода соответствует примерно $\Delta t = 10^{-7}$ с. Какова неопределенность энергии в данном состоянии?

9-10. Наименьшая неточность, с которой можно найти координату электрона в атоме водорода, порядка 10^{-10} м.

Найти неопределенность средней кинетической энергии электрона в невозбужденном атоме водорода.

9-11. Электрон находится в одномерной бесконечно глубокой потенциальной яме шириной $l = 0,5$ нм с абсолютно непроницаемыми стенками.

Определить наименьшую разность ΔE энергетических уровней. Ответ выразить в электрон-вольтах.

9-12. Нейтрон находится в одномерной бесконечно глубокой яме шириной $l = 10^{-10}$ м с абсолютно непроницаемыми стенками.

Найти наименьшую разность двух соседних энергетических уровней нейтрона. Ответ выразить в электрон-вольтах.

9-13. Электрон с кинетической энергией 15 эВ находится в металлической пылинке диаметром 1 мкм.

Оценить относительную неточность ΔV , с которой может быть определена скорость электрона.

9-14. Во сколько раз дебройлевская длина волны λ частицы меньше неопределенности Δx ее координаты, которая соответствует относительной неопределенности импульса в 1 %?

9-15. Предполагая, что неопределенность координаты движущейся частицы равна дебройлевской длине волны, определить относительную неточность $\Delta p/p$ импульса этой частицы.

9-16. Приняв, что минимальная энергия E нуклона в ядре равна 10 МэВ, оценить, исходя из соотношения неопределенностей, линейные размеры ядра.

9-17. Используя соотношение неопределенностей $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar$, оценить низший энергетический уровень электрона в атоме водорода. Принять линейные размеры атома $l \sim 0,1$ нм.

9-18. Электрон находится в бесконечно глубоком одномерном прямоугольном потенциальном ящике шириной l .

Вычислить вероятность того, что электрон, находящийся в возбужденном состоянии ($n = 2$), будет обнаружен в средней трети ящика.

9-19. Электрон с энергией $E = 4,9$ эВ движется в положительном направлении оси x . Высота потенциального барьера равна 5 эВ. При какой ширине d барьера вероятность прохождения электрона через него будет равна 0,2?

9-20. Электрон находится в потенциальном ящике шириной $l = 0,5$ нм.

Определить наименьшую разность ΔE энергетических уровней электрона. Ответ выразить в электрон-вольтах.

9-21. Собственная функция, описывающая состояние частицы в потенциальном ящике, имеет вид $\psi(x) = C \sin \frac{\pi n}{l} x$.

Используя условия нормировки, определить постоянную C .

9-22. Частица в потенциальном ящике шириной l находится в возбужденном состоянии ($n = 2$).

Определить, в каких точках интервала ($0 < x < l$) плотность вероятности $|\psi_2(x)|^2$ нахождения частицы максимальна и минимальна.

9-23. Частица в потенциальном ящике шириной l находится в низшем возбужденном состоянии.

Определить вероятность W нахождения частицы в интервале $l/4$, равноудаленном от стенок ящика.

9-24. Электрон с энергией $E = 9$ эВ движется в положительном направлении оси x .

Оценить вероятность того, что электрон пройдет через потенциальный барьер, если высота $U = 10$ эВ и ширина $d = 0,1$ нм.

9-25. Прямоугольный потенциальный барьер имеет ширину $l = 0,1$ нм. При какой разности энергий ($U - E$) вероятность W прохождения электрона через барьер равна 0,99?

9-26. Протон и электрон движутся с одинаковыми скоростями. У какой частицы длина волны де Бройля больше?

9-27. Частица массой $6,63 \cdot 10^{-6}$ г находится в потенциальной яме шириной 0,1 нм. Какова неопределенность координаты и импульса частицы?

9-28. Протон и электрон находятся в потенциальной яме шириной l .

Сравнить неопределенность координат и импульсов этих частиц.

9-29. На установке для наблюдения дифракции микрочастиц через щель поочередно пропускают поток протонов, электронов, альфа-частиц и нейтронов, движущихся с одинаковыми скоростями. В каком случае центральный дифракционный максимум шире?

9-30. Определить энергию электрона атома водорода в состоянии, для которого волновая функция имеет вид $\psi(r) = A(1 + a \cdot r)e^{-\alpha r}$, где A , a и α — некоторые постоянные

6. ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

6.1. ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА. РАДИОАКТИВНОСТЬ

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

1. Массы атомов принято измерять в атомных единицах массы (а.е.м.). За а.е.м. принята $1/12$ массы изотопа углерода ${}^6\text{C}^{12}$.

$$1 \text{ а.е.м.} = 1,659\,76 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$$

2. Заряд электрона

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

Масса покоя электрона

$$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} = 5,486 \cdot 10^{-4} \text{ а.е.м.}$$

3. Массовое число

$$A = Z + N,$$

где Z — зарядовое число, равное числу протонов в ядре; N — число нейтронов.

4. Дефект массы Δm атомного ядра есть разность между суммой масс свободных протонов и нейтронов и массой образовавшегося из них ядра:

$$\Delta m = (Z \cdot m_p + N \cdot m_n) - m_{\text{я}},$$

где Z — зарядовое число (число протонов в ядре); m_p и m_n — массы протона и нейтрона соответственно; $m_{\text{я}}$ — масса ядра.

Если учесть, что

$$m_{\text{я}} = m_{\text{а}} - Z \cdot m_e, \quad m_p + m_e = m_{1\text{H}}, \quad N = (A - Z),$$

то формулу дефекта массы ядра можно представить в виде

$$\Delta m = Z \cdot m_{1\text{H}} + (A - Z)m_n - m_{\text{а}},$$

где A — массовое число (число нуклонов в ядре); $m_{\text{а}}$ — масса атома:

$$m_{1\text{H}} = 1,007\,83 \text{ а.е.м.} = 1,673\,5 \cdot 10^{-27} \text{ кг;}$$

$$m_n = 1,008\,67 \text{ а.е.м.} = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг};$$

$$m_p = 1,007\,28 \text{ а.е.м.} = 1,672\,6 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

5. Энергия связи ядра

$$E_{\text{св}} = c^2 \cdot \Delta m,$$

где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость света.

Если дефект массы выражен в [а.е.м.], а энергия связи вычисляется в [МэВ], то с учетом переводных коэффициентов

$$E_{\text{св}} = 931,5 \cdot \Delta m,$$

$$1 \text{ МэВ} = 10^6 \text{ эВ} = 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}.$$

6. Удельная энергия связи (энергия связи на нуклон)

$$E_{\text{уд}} = \frac{E_{\text{св}}}{A}.$$

7. Закон радиоактивного распада

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где λ — постоянная распада; N_0 — исходное количество ядер; N — число нераспавшихся ядер к моменту времени t .

8. Период полураспада

$$T = \frac{0,693}{\lambda} = \frac{\ln 2}{\lambda}.$$

9. Среднее время жизни τ радиоактивного ядра — промежуток времени, за который число нераспавшихся ядер уменьшается в e раз:

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

10. Активность радиоактивного препарата

$$a = -\frac{dN}{dt} = a_0 e^{-\lambda t} = \lambda N = \lambda N_0 \cdot e^{-\lambda t},$$

где $a_0 = \lambda N_0$ — начальная активность.

11. Единицы активности радиоактивного вещества:

$$1 \text{ расп/с} = 1 \text{ Бк (беккерель)};$$

$$10^6 \text{ расп/с} = 1 \text{ Rd (резерфорд)};$$

$$1 \text{ Кюри} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Бк};$$

$$1 \text{ ГБк} = 10^9 \text{ Бк};$$

$$1 \text{ ТБк} = 10^{12} \text{ Бк}.$$

12. Число атомов, содержащихся в радиоактивном изотопе массой m ,

$$N_0 = \frac{m}{\mu} N_A,$$

где N_A — число Авогадро ($N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹); μ — молярная масса

13. В природном уране содержится изотопов урана:

U^{238}	0,992 7
U^{235}	0,007 21
U^{234}	0,000 05

14. Периоды полураспада некоторых изотопов:

1. ${}^6\text{C}^{14}$	5 570 лет
2. ${}^{20}\text{Ca}^{45}$	164 суток
3. ${}^{27}\text{Co}^{60}$	5,3 года
4. ${}^{38}\text{Sr}^{90}$	27 лет
5. ${}^{58}\text{Ce}^{144}$	285 суток
6. ${}^{77}\text{Ir}^{192}$	75 суток
7. ${}^{84}\text{Po}^{210}$	138 суток
8. ${}^{86}\text{Rn}^{222}$	3,82 суток
9. ${}^{88}\text{Ra}^{228}$	1 590 лет
10. ${}^{92}\text{U}^{235}$	$7,1 \cdot 10^8$ лет
11. ${}^{92}\text{U}^{238}$	$4,5 \cdot 10^9$ лет
12. ${}^{94}\text{Pu}^{239}$	24 410 лет

15. Энергия ядерной реакции

$$Q = c^2[(m_1 + m_2) - (m_3 + m_4)],$$

где m_1 и m_2 — массы покоя ядра-мишени и бомбардирующей частицы; $m_3 + m_4$ — сумма масс покоя ядер продуктов реакции.

Если $m_1 + m_2 > m_3 + m_4$, то энергия освобождается, энергетический эффект положителен, реакция экзотермическая.

Если $m_1 + m_2 < m_3 + m_4$, то энергия поглощается, энергетический эффект отрицателен, реакция эндотермическая.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

ЗАДАЧА 6.1. Найти массу изотопа ${}^{60}_{27}\text{Co}$, которая необходима для получения активности $a_0 = 1$ кКюри. Во сколько раз уменьшится эта активность через $t = 10,5$ лет?

Дано:	Решение
$a_0 = 10^3 \text{ Кюри} =$ $= 3,7 \cdot 10^{13} \text{ расп/с}$ $\mu = 60 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ 1/моль}$ $t = 10,5 \text{ лет}$ $T = 5,26 \text{ лет}$	$a_0 = -\frac{dN}{dt} = \lambda N_0,$
$m = ? \quad a_0/a = ?$	где $\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0,693}{T}$ — постоянная распада; $N_0 = \frac{m}{\mu} N_A$ — начальное число нераспавшихся атомов ($t = 0$).

Таким образом,

$$a_0 = \frac{0,693 \cdot m \cdot N_A}{T \cdot \mu}, \quad \text{откуда}$$

$$m = \frac{a_0 T \cdot \mu}{0,693 \cdot N_A} = 0,882 \cdot 10^{-3} \text{ кг} = 0,883 \text{ г.}$$

В момент времени t активность перепада

$$a = a_0 \cdot e^{-\lambda t} = a_0 \cdot e^{-2 \ln 2} = a_0 \cdot \frac{1}{e^{+2 \cdot 0,693}} = \frac{a_0}{4},$$

следовательно, $\frac{a_0}{a} = 4$.

ЗАДАЧА 6.2. Вычислить дефект массы и энергию связи ядра изотопа лития ${}^7_3\text{Li}$.

Дано:	Решение
$Z = 3$	Дефект массы
$A = 7$	$\Delta m = Z \cdot m_{{}_1^1\text{H}} + (A - Z)m_n - m_{\text{ат}},$
$\Delta m = ? \quad E_{\text{св}} = ?$	

где $m_{\text{ат}} = 7,0182$ а.е.м.

$$\Delta m = 3 \cdot 1,00783 + 4 \cdot 1,00867 - 7,0182 = 0,04186 \text{ а.е.м.}$$

$$E_{\text{св}} = 931,5 \cdot \Delta m = 931,5 \cdot 0,04186 = 39 \text{ МэВ.}$$

ЗАДАЧА 6.3. Найти энергию связи ядер трития ${}^3_1\text{H}$ и гелия ${}^4_2\text{He}$. Какое из этих ядер более устойчивое? Масса атома трития $m_{{}_3^1\text{H}} = 3,01605$ а.е.м., атома гелия $m_{{}_4^2\text{He}} = 4,00260$ а.е.м., масса нейтрона $m_n = 1,00867$ а.е.м., масса атома водорода $m_{{}_1^1\text{H}} = 1,00783$ а.е.м.

Решение

$$E_{\text{св}}({}_3^1\text{H}) = 931,5 [1 \cdot 1,00783 + (3 - 1)1,00867 - 3,01605] \cong 8,495 \text{ МэВ.}$$

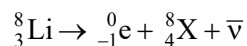
$$E_{\text{св}}({}_4^2\text{He}) = 931,5 [2 \cdot 1,00783 + (4 - 2)1,00867 - 4,00260] \cong 28,318 \text{ МэВ.}$$

Так как $E_{\text{св}}({}_4^2\text{He}) > E_{\text{св}}({}_3^1\text{H})$, то ядро гелия более устойчивое.

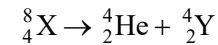
ЗАДАЧА 6.4. Какой изотоп образуется из ${}^8_3\text{Li}$ после одного β -распада и одного α -распада?

Решение

При β -распаде протекает процесс



При α -распаде из ядра вылетает альфа-частица — ядро атома гелия ${}^4_2\text{He}$, в результате чего образуется новый химический элемент Y согласно реакции



Следовательно, образуется изотоп гелия ${}^4_2\text{He}$.

ЗАДАЧА 6.5. Найти энергию реакции



Решение

Энергию реакции Q найдем по формуле, которая в данном случае записывается следующим образом.

Заменив массы покоя ядер атомов массами покоя самих атомов, значения которых даны в таблицах, получаем

$$Q = 931,5 [(10,012\,94 + 1,008\,67) - (7,016\,01 + 4,002\,60)] = 2,8 \text{ МэВ.}$$

Ответ: $Q = 2,8 \text{ МэВ.}$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 10

10-1. На какую часть уменьшится активность изотопа ${}_{92}\text{U}^{253}$ за время $t = 1\,000$ лет?

10-2. Сколько атомов полония распадается за 1 сутки из 1 млн атомов?

10-3. Найти число распадов за 1 с в 1 г радия.

10-4. Найти массу радона, активность которого равна 1 Кюри.

10-5. Найти количество полония ${}_{84}\text{Po}^{210}$, активность которого равна $3,7 \cdot 10^{10}$ расп/с.

10-6. Найти постоянную распада радона, если известно, что число атомов радона уменьшается за сутки на 18,2 %.

10-7. Найти удельную активность урана ${}_{92}\text{U}^{253}$.

10-8. Чему равна активность радона, образовавшегося из 1 г радия за 1 час?

10-9. Определить промежуток времени, в течение которого активность изотопа стронция Sr^{90} уменьшится в 10 раз.

10-10. На сколько процентов снизится активность изотопа Ir^{192} за 30 суток?

10-11. Сколько атомов радона распадается за 1 сутки из 1 млн атомов?

10-12. Вычислить массу ядра изотопа кислорода ${}^{\text{O}}_{16}$.

10-13. Сколько ядер изотопа U^{235} содержится в 4 г природного урана?

10-14. При делении ядра урана U^{235} в результате захвата медленного нейтрона образуются осколки: ксенон-139 и стронций-94. Одновременно выделяются три нейтрона. Найти энергию, освобождающуюся при одном акте деления.

10-15. Вычислить активность 1 г изотопа Ra^{228} и время, через которое активность упадет на 10 %.

10-16. Определить удельную энергию связи ядра ${}_{92}\text{U}^{253}$.

10-17. Определить дефект массы ядра ${}_{27}\text{Co}^{60}$.

10-18. Какое количество энергии выделяется в результате термоядерной реакции синтеза 1 г гелия, дейтерия и трития?

10-19. Вычислять дефект массы и энергию связи ядра изотопа лития ${}_{3}\text{Li}^7$.

10-20. Активность изотопа углерода ${}^{\text{C}}_{14}$ в древних деревянных предметах составляет 4/5 активности этого изотопа в свежесрубленных деревьях. Период полураспада изотопа ${}^{\text{C}}_{14}$ равен 5 770 годам. Определить возраст древних предметов.

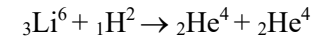
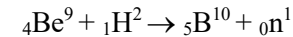
10-21. Сколько энергии можно получить при расщеплении урана ${}_{92}\text{U}^{235}$ массой 1 г, если при расщеплении каждого ядра урана выделяется энергия 200 МэВ?

10-22. Ядро бериллия ${}^4\text{Be}^9$, захватывая дейтрон, превращается в ядро бора ${}^5\text{B}^9$. Написать уравнение реакции и определить выделяющуюся энергию.

10-23. Ядро лития ${}^3\text{Li}^7$, захватывая протон, распадается на две α -частицы. Написать ядерную реакцию и определить энергию, выделяющуюся при этой реакции.

10-24. Ядро урана-238, захватывая нейтрон, испытывает последовательно два β - и один α -распад. Записать ядерные реакции соответствующие этим превращениям.

10-25. Определить энергию Q ядерных реакций:



Освобождается или поглощается энергия в каждом из указанных реакций?

10-26. Период полураспада стронция ${}^{90}_{38}\text{Sr}$ равен $T = 27$ лет. Через сколько лет произойдет распад $7/8$ от первоначального числа радиоактивных ядер?

10-27. Масса ядра дейтерия ${}^2_1\text{H}$ на $3,9 \cdot 10^{-30}$ кг меньше суммы масс нейтрона и протона. Какая энергия выделяется при ядерной реакции ${}^1_1\text{p} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^2_1\text{H}$?

10-28. При делении одного ядра урана ${}^{235}_{92}\text{U}$ выделяется $3,2 \cdot 10^{-11}$ Дж. Если атомная электростанция, имеющая КПД 25 %, расходует в сутки 235 г урана-235, то какова ее электрическая мощность?

10-29. Радиоизотоп ${}^{32}\text{P}$, период полураспада которого $T = 14,3$ сут, образуется в ядерном реакторе со скоростью $q = 2,7 \cdot 10^9$ ядер/с. Через сколько времени после начала образования этого радиоизотопа его активность станет $a = 1,0 \cdot 10^9$ Бк?

10-30. В начальный момент активность некоторого радиоизотопа составляла 10,8 Бк. Какова будет его активность по истечении половины периода полураспада?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Волькенштейн, В. С. Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. М.: Спецлитература, 2002.
2. Чертов, А. Г. Задачи по физике / А. Г. Чертов, Д. Д. Воробьев. М.: Высш. шк., 1981.
3. Иродов, И. Е. Задачи по общей физике / И. Е. Иродов. М.: Физматлитература, 2001.
4. Волькенштейн, В. А. Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн; В 2 т. М.: АСТ «Олимп», 1999.
5. Детлаф, А. А. Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. Т.3. М.: Высш. шк., 1999.
6. Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. М.: Высш. шк., 1998.
7. Фиргант, Е. В. Руководство к решению задач по курсу общей физики / Е. В. Фиргант. М.: Высш. шк., 1997.

Учебное издание

ЧЕРНЫШОВА Лидия Ивановна
СЛИНКИНА Тамара Александровна
БАРАНОВ Александр Григорьевич
КОСТЫЛЕВА Наталья Викторовна

**ОПТИКА,
АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ
ФИЗИКА**

Учебное пособие

Подписано в печать 24.02.2004.
Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. п. л. 5,9. Уч.-изд. л. 6,3. Тираж 300 экз.