

КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ III ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОГО ОБУЧЕНИЯ

Правила выполнения и оформления контрольных работ

При выполнении контрольных работ необходимо строго придерживаться указанных ниже правил. Работы, выполненные без соблюдения этих правил, не зачитываются и возвращаются студенту для переработки.

1. Каждая контрольная работа должна быть выполнена в отдельной тетради в клетку чернилами любого цвета, кроме красного.

2. В заголовке работы на обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия студента, его инициалы, учебный номер (шифр), названия дисциплины, номер контрольной работы; здесь же следует указать название учебного заведения, дату отсылки работы в университет и адрес студента. В конце работы следует поставить дату её выполнения и подпись студента.

3. В работу должны быть включены все задачи, указанные в задании, строго по положенному варианту. Контрольные работы, содержащие не все задачи задания, а также задачи не своего варианта не зачитываются.

4. Решения задач надо располагать в порядке возрастания их номеров, указанных в заданиях, сохраняя номера задач.

5. Перед решением каждой задачи надо полностью вписать ее условие. В том случае, если несколько задач, на которых студент выбирает задачи своего варианта, имеют общую формулировку, следует переписывать условие задачи, заменить общие данные конкретными, взятыми из соответствующего номера

6. Решения задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.

7. После получения прорецензированной работы, как не зачтенной, так и зачтенной, студент должен исправить все отмеченные рецензентом ошибки и недочеты и выполнить все рекомендации рецензента.

Если рецензент предлагает внести в решения задач те или иные исправления или дополнения и прислать их для повторной проверки, то это следует сделать в короткий срок.

В случае незачета работы и отсутствия прямого указания рецензента о том, что студент может ограничиться представлением исправленных решений отдельных задач, вся работа должна быть выполнена заново.

При высылаемых исправлениях должна обязательно находиться прорецензированная работа и рецензия на нее. Поэтому рекомендуется при выполнении контрольной работы оставлять в конце тетради несколько чистых листов для всех дополнений и исправлений в соответствии с указаниями рецензента. Вносить исправления в сам текст работы после ее рецензирования запрещается.

Студент должен выполнять вариант, номер которого совпадает с последней цифрой его шифра (номера зачетной книжки), если последняя цифра 0, то решают задачи с 10, 20...

Контрольная работа №III

№ Вар	Номера контрольных работ						
	№III						
1	1	11	21	31	41	51	61
2	2	12	22	32	42	52	62
3	3	13	23	33	43	53	63
4	4	14	24	34	44	54	64
5	5	15	25	35	45	55	65
6	6	16	26	36	46	56	66
7	7	17	27	37	47	57	67
8	8	18	28	38	48	58	68
9	9	19	29	39	49	59	69
10	10	20	30	40	50	60	70

1 – 10. Исследовать сходимость числового ряда.

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{\sqrt{n} \cdot 3^n}.$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(2n)!}.$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{3^n (2n+1)}.$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2 + 1}.$$

$$5. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{2n \cdot \sqrt{\ln n}}.$$

$$6. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{2n \cdot (\ln n)^2}.$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3 \cdot n!}.$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n^3 - 2}.$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}.$$

11 – 20. Найти область сходимости степенного ряда.

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{\sqrt[n]{n}} \cdot x^n.$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n(n+1)}.$$

$$13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-2)^3}{2n+3} \cdot (x+3)^n.$$

$$14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n (n^2+1)} \cdot (x-1)^n.$$

$$15. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{n \cdot \ln n}.$$

$$16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(3n+1) \cdot 2^n}.$$

$$17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n \cdot 9^n}.$$

$$18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+1}{3^n} \cdot (x+2)^n.$$

$$19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{4^n} \cdot (x+1)^n.$$

$$20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-2}{(n+1)^2 \cdot 2^n} \cdot (x-3)^n.$$

Теория вероятностей

Классическое определение вероятности события. Геометрическая вероятность.

21. Кубик, все грани которого окрашены, распилен на 1000 кубиков одинакового размера. Полученные кубики тщательно перемешаны. Определить вероятность того, что наудачу извлеченный кубик будет иметь ровно две окрашенные грани, три окрашенные грани.
22. На карточках написаны буквы: «а», «е», «к», «р». Карточки перемешиваются и раскладываются в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «река»?
23. Набирая номер телефона, абонент забыл последние три цифры и, помня лишь, что эти цифры различны, набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры.
24. Подсчитать вероятность того, что в наудачу выбранном телефонном номере, состоящем из 4 цифр, все цифры окажутся различными? (Предполагается наличие произвольного номера, в частности 0000.)
25. Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент знает предложенные ему экзаменатором 3 вопроса.
26. Из 33 карточек с буквами русского алфавита наудачу выбирается пять. Какова вероятность, что из них можно составить слово "буква"?
27. Найдите вероятность того, что наудачу выбранное двузначное число не содержит ни одной двойки
28. Какова вероятность того, что сумма двух наугад взятых положительных чисел, каждое из которых не больше 1, не превзойдет единицы, а их произведение будет не больше $\frac{2}{9}$?
29. Два студента условились встретиться в определенном месте между 12 и 13 часами дня. Пришедший первым ждет второго в течении $\frac{1}{3}$ часа, после чего уходит. Найти вероятность того, что встреча состоится, если каждый студент наудачу выбирает момент своего прихода (в промежутке от 12 до 13 часов).
30. Наудачу взяты два положительных числа x и y , каждое из которых не превышает двух. Найти вероятность того, что произведение xy будет не больше 1, а частное $\frac{y}{x}$ не больше 2.

Аксиоматика Колмогорова. Теоремы сложения и умножения.

31. Покупатель проходит мимо трех расположенных подряд стеллажей с товарами и совершает или не совершает покупку. Вероятность покупки товара на первом стеллаже 0,7 и уменьшается на 0,1 при каждом последующем стеллаже. Какова вероятность получить ровно две покупки?
32. Вероятность совершения покупки первым покупателем равна 0,7, а вторым – 0,8. Какова вероятность того, что будет совершена хотя бы одна покупка, если они совершаются независимо друг от друга?
33. Устройство состоит из трех элементов, работающих независимо. Вероятность безотказной работы (за время t) первого, второго и третьего элементов соответственно равны 0,6, 0,7 и 0,8. Найти вероятность того, что за время t безотказно будут работать: а) только один элемент; б) только два элемента; в) все три элемента.
34. В урне 5 белых и 4 черных шара. Из нее вынимаются подряд два шара. Найти вероятность того, что оба шара белые.
35. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

36. Брошены три игральные кости. Найти вероятности следующих событий: а) на каждой из выпавших граней появится пять очков; б) на всех выпавших гранях появится одинаковое число очков.
37. Имеется две урны, в первой 2 белых и 3 черных шара, во второй – 4 белых и 2 черных. Из каждой урны вынимается по одному шару. Найти вероятность того, что шары будут: а) одного и того же цвета; б) разного цвета.
38. В электрическую цепь последовательно включены три элемента, работающие независимо один от другого. Вероятность отказов первого, второго и третьего элементов соответственно равны $p_1 = 0,1$; $p_2 = 0,15$; $p_3 = 0,2$. Найти вероятность того, что сигнал цепь а) пройдет, б) не пройдет.
39. По каналу связи передается 5 сообщений. Каждое из них (независимо от других) с вероятностью 0,2 искажается. Найти вероятность следующих событий: а) A – все сообщения переданы без искажений; б) B – все сообщения будут искажены; в) C – не менее двух сообщений будет искажено.
40. Реклама растворимого кофе «Гранд» передается по каналам ОРТ, РТР, НТВ. Вероятность того, что потребитель увидит эту рекламу на канале ОРТ, равна 0,1; на РТР - 0,15 и на канале НТВ – 0,05. Найти вероятность того, что потребитель увидит эту рекламу: а) по всем трем каналам; б) хотя бы по одному из этих каналов.

Формула полной вероятности, асимптотические формулы

41. В пирамиде 5 винтовок, три из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет один выстрел из наудачу взятой винтовки.
42. Имеется две партии изделий по 12 и 10 штук, причем в первой партии одно изделие бракованное, а во второй партии два изделия бракованные. Изделие, взятое наудачу из первой партии, переложено во вторую, после чего выбирается наудачу изделие из второй партии. Определить вероятность извлечения бракованного изделия из второй партии.
43. Три станка автомата выпускают однотипные детали одного и того же количества. Вероятность появления бракованной детали для каждого станка равна 0,1, 0,05, 0,07 соответственно. Все детали произведенные станками помещаются в один ящик. Из него наудачу выбирают деталь, какова вероятность взятия стандартной детали.
44. Что вероятнее выиграть у равносильного противника: 1) три партии из четырех или пять из восьми? 2) не менее трех партий из четырех или не менее пяти партий из восьми?
45. Имеется 5 станций, с которыми поддерживается связь. Время от времени связь прерывается из-за атмосферных помех. Вследствие удаленности станций друг от друга перерыв связи с каждой из них происходит независимо от остальных с вероятностью $p = 0,2$. Найти вероятность того, что в данный момент времени будет иметься связь не более чем с двумя станциями.
46. Прибор состоит из 8 однородных элементов, но может работать при наличии в исправном состоянии не менее 6 из них. Каждый из элементов за время работы прибора t выходит из строя независимо от других с вероятностью 0,2. Найти вероятность того, что прибор откажет за время t .
47. При технологическом процессе 85% всей произведенной продукции высшего сорта. Найти наивероятнейшее число изделий высшего сорта в партии из 150 изделий.

48. Вероятность получения с конвейера изделий 1 сорта равна $\frac{9}{10}$. Определить вероятность того, что из взятых на проверку 600 изделий 530 будут 1 сорта. Определить наименее вероятное число изделий первого сорта.
49. Вероятность того, что деталь не прошла проверку отдела технического контроля $p = 0,2$. Найти вероятность того, что среди 400 случайным образом отобранных деталей окажется непроверенных от 70 до 100 деталей.
50. Вероятность производства стандартной детали равна 0,75. Найти вероятность того, что из 100 деталей стандартных будет: а) не менее 70 и не более 80 раз; б) не более 70 раз.

Случайные величины

51. Дискретная случайная величина задана рядом распределения. Построить многоугольник распределения, функцию распределения и ее график.
- | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|
| X | -2 | 0 | 1 | 5 |
| p_i | 0,1 | 0,3 | 0,4 | 0,2 |
52. В магазин в течении часа заходят 3 покупателя. Каждый из них совершает одну покупку с вероятностью 0,6; 0,7; 0,8 соответственно. Составить ряд распределения случайной величины выражающей число покупок. Построить полигон этой случайной величины, функцию распределения этой величины и ее график.
53. В лотерее из 50 билетов 4 выигрышных по 25, 50, 60 и 70 рублей. Некто покупает 4 билета. Составить ряд распределения случайной величины выражающей сумму выигрыша. Построить многоугольник распределения, функцию распределения, график функции распределения.
54. Задана непрерывная случайная величина своей функцией распределения
- $$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x^2}{25}, & 0 < x \leq 5 \\ 1, & x > 5 \end{cases}$$
- Найти плотность распределения случайной величины.
55. Непрерывная случайная величина задана плотностью распределения
- $$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ ax, & 1 < x \leq 10 \\ 0, & x > 10 \end{cases}$$
- Найти параметр a , интегральную функцию распределения.
56. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x) = \begin{cases} \frac{x+|x|}{4}, & x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$. Найти дифференциальную функцию $f(x)$.
57. Задана плотность распределения случайной величины x : $f(x) = \begin{cases} 0, & x < \frac{\pi}{6}; \\ 3 \sin 3x, & \frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{3}; \\ 0, & x > \frac{\pi}{3}. \end{cases}$

Найти: функцию распределения $F(x)$; $P\left(\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{4}\right)$.

58. Случайная величина задана функцией распределения $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ a(1 - \cos x), & 0 < x \leq \pi; \\ 1, & x > \pi. \end{cases}$

Найти $a, f(x)$.

59. Функция распределения случайной величины x задана выражением:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ ax^2, & 0 \leq x \leq 4; \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

Найти коэффициент a , плотность вероятности $f(x)$ и $P(1,5 \leq x < 3,5)$.

60. Функция распределения случайной величины x задана выражением:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ ax^3, & 0 \leq x \leq 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

Найти коэффициент a , плотность вероятности $f(x)$ и $P(1,5 \leq x < 3,5)$.

Числовые характеристики случайных величин

61. Случайная величина X задана законом распределения:

x_i	0	2	4	5
p_i	0,1	0,6	?	0,1

Какова вероятность того, что она примет значение 4?

62. Найти математическое ожидание случайной величины X , заданной законом

распределения: X :

x_i	-4	6	10
p_i	0,2	0,3	0,5

63. Найти математическое ожидание случайной величины Z , если известны математические ожидания X и Y . $Z = 3X + 4Y$, $M(X) = 2$, $M(Y) = 6$.

64. Дискретная случайная величина X принимает три возможных значения: $x_1 = 2$ с вероятностью $p_1 = 0,3$; $x_2 = 5$ с вероятностью $p_2 = 0,6$ и x_3 с вероятностью p_3 .
Найти x_3 и p_3 , зная, что $M(X) = 4$.

65. Случайная величина X распределена по закону:

x_i	2	4	6	8	10
p_i	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$

Найти $M(X)$, $D(X)$ и $\sigma(X)$.

66. Случайная величина X задана интегральной функцией

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1, \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} & \text{при } 1 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Найти плотность распределения вероятности того, что в результате испытания величина X примет значение, заключенное в интервале $\left(0, \frac{4}{3}\right)$.

67. Случайная величина X задана дифференциальной функцией распределения

$$f(x) = \frac{2a}{1+x^2}, \quad -\infty < x < \infty. \text{ Найти постоянный параметр } a \text{ и функцию}$$

распределения $F(x)$.

68. Дана плотность вероятности непрерывной случайной величины X :

$$p(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ A \sin x & \text{при } 0 < x \leq \pi, \\ 0 & \text{при } x > \pi. \end{cases} \text{ . Найти интегральную функцию } F(x), \text{ предварительно}$$

вычислив значение параметра A .

69. Случайная величина X задана плотностью вероятности $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ 2x & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 0 & \text{при } x > 1. \end{cases}$

Найти $M(X)$, $D(X)$.

70. Случайная величина X задана плотностью вероятности

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ 3x^2 & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 0 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Найти $M(X)$, $D(X)$.