начиная с исходной точки. По оси ординат в ... масштабе откладываются значения потенциалов соответствующих точек контура. Ломаная линия, соединяющая концы ординат, равных потенциалам соответствующих точек, представляет собой *потенциальную диаграмму*.

ЗАДАЧА №2

Расчет линейной электрической цепи однофазного синусоидального тока

Для цепи, изображенной на рис.2 требуется:

1. Определить комплексным методом действующие значения напряжений и токов на всех участках цепи.
2. Определить активные, реактивные и полные мощности каждого участка и всей цепи.
3. Составить баланс активных и реактивных мощностей и оценить погрешность расчета.
4. Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

Значение напряжения источника U и параметры резисторов, индуктивностей и емкостей для каждого варианта приведены в табл.2.

Частота питающего напряжения $f = 50$ Гц.

Теоретический материал и примеры расчета приведены в [1, §§4.3, 5.1–5.8; 2, §§4.2, 5.1–5.2; 3, §§3.4, 3.5, 3.11–3.21; 4, §§3.A–3.B; 5, §§1.A–1.B; 6, 16–17].

Таблица 2

Вариант	U, В	r_1, Ом	L_1, мГн	C_1, мкФ	r_2, Ом	L_2, мГн	C_2, мкФ	r_3, Ом	L_3, мГн	C_3, мкФ
1	220	40	150	40	35	100	100	20	80	30
2	380	30	70	30	20	150	80	25	100	40
3	127	45	140	20	40	200	60	30	60	50
4	220	60	120	120	50	120	75	40	50	80
5	220	50	150	70	30	50	45	25	100	100
6	127	15	60	60	10	80	30	15	100	90
7	380	35	50	80	20	75	20	10	60	75
8	380	20	80	150	15	60	40	12	70	60
9	127	25	100	100	18	90	50	20	50	40
0	220	10	40	50	12	110	90	15	40	30

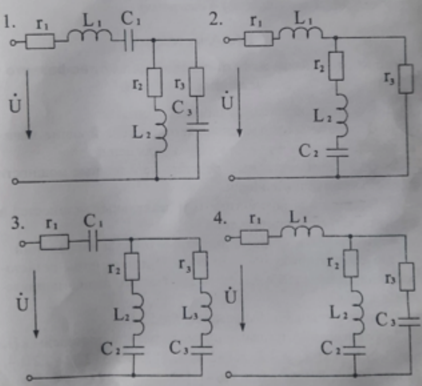

Рис.2

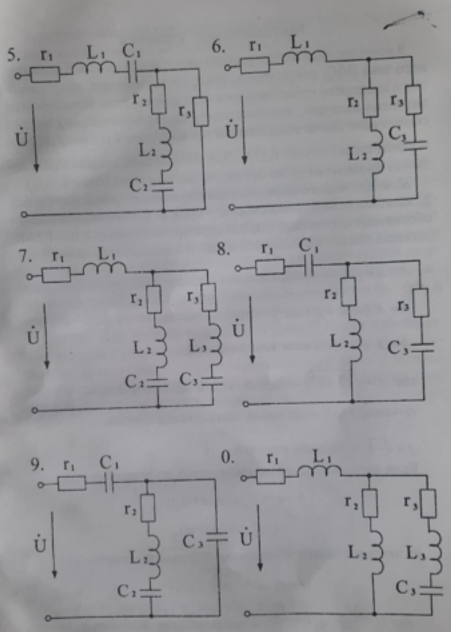

Рис.2 (окончание)

Методические указания

В комплексном методе расчета электрических цепей переменного тока ЭДС, напряжения, токи, сопротивления, проводимости и мощности представляют в виде комплексов. Комплексные значения величин, изменяющихся по гармоническому закону, обозначают соответствующими прописными буквами, над которыми ставят точку: $\dot{E}, \dot{U}, \dot{I}$. Для обозначения модулей этих величин применяют те же буквы, но без точек над ними E, U, I.

Комплекс полного сопротивления обозначают прописной буквой $\underline{Z}$, *комплекс полной проводимости* – буквой $\underline{Y}$. *Модули этих величин* обозначают соответствующими строчными буквами z и y. Комплексные числа записываются в одной из следующих форм

$\dot{A} = a + j \cdot b$ – алгебраическая форма;

$\dot{A} = A \cdot (\cos\alpha + j \cdot \sin\alpha)$ – тригонометрическая форма;

$\dot{A} = A \cdot e^{j\alpha}$ – показательная форма,

где $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ – модуль комплексного числа;

$\alpha = \mathrm{arctg}(b/a)$ – аргумент комплексного числа;

$j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица.

Если напряжение и ток изменяются по закону синуса

$$u = U_m \cdot \sin(\omega t + \psi_u);$$

$$i = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_i),$$

то эти величины в комплексной форме запишутся так

$$\dot{U} = U \cdot e^{j\psi_u} \text{ и } \dot{I} = I \cdot e^{j\psi_i},$$

где $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ и $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ – действующие значения напряжения и тока.

Комплекс полного сопротивления участка цепи, состояще-го из последовательно включенных r, L и C

$$\underline{Z} = r + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} = r + j\cdot(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = r + jx = z\cdot e^{j\varphi},$$

где $z = \sqrt{r^2 + x^2}$ – модуль комплексного сопротивления,

$\varphi = \operatorname{arctg}(x/r)$ – аргумент комплексного сопротивления.

Для расчета цепей синусоидального переменного тока комплексным методом применяются все методы, известные из теории электрических цепей постоянного тока. Отличие состоит в том, что вместо действительных чисел, соответствующих токам, напряжениям и сопротивлениям в цепях постоянного тока, при расчете цепей переменного тока используются комплексные числа. При умножении и делении комплексных чисел необходимо использовать показательную форму записи, а при сложении и вычитании – алгебраическую форму.

Пример. Для электрической цепи (рис.3) найти действующие значения токов и напряжений на всех участках цепи, активные, реактивные и полные мощности всей цепи и отдельных участков с проверкой баланса мощностей; построить векторную диаграмму токов и напряжений.

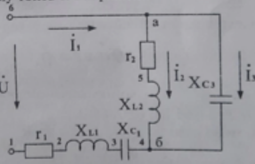

Рис.3

Дано:
U=380 В, r_1= 6 Ом, X_{L1}=12 Ом, X_{C1}= 4 Ом,

r_2= 10 Ом, X_{L2}= 8 Ом, X_{C3}= 6 Ом.

$\dot{U}_{C1} = \dot{I}_1\cdot(-jX_{C1}) = 39{,}6\cdot e^{-j7{,}9^0}\cdot 4\cdot e^{-j90^0} = 158{,}4\cdot e^{-j97{,}9^0}$ В;

$\dot{U}_{r2} = \dot{I}_2\cdot r_2 = 23{,}3\cdot e^{-j108{,}9^0}\cdot 10 = 233\cdot e^{-j108{,}9^0}$ В;

$\dot{U}_{L2} = \dot{I}_2\cdot jX_{L2} = 23{,}3\cdot e^{-j108{,}9^0}\cdot 8\cdot e^{j90^\circ} = 186{,}4\cdot e^{-j18{,}9^0}$ В;

$\dot{U}_{C3} = \dot{I}_3\cdot(-jX_{C3}) = 49{,}8\cdot e^{j19{,}8^0}\cdot 6\cdot e^{-j90^0} = 298{,}8\cdot e^{-j70{,}2^0}$ В.

Задавшись масштабом, отложим на комплексной плоскости векторы токов $\dot{I}_1, \dot{I}_2$ и $\dot{I}_3$ (рис.4). Сумма векторов токов $\dot{I}_2 + \dot{I}_3$ равна вектору тока $\dot{I}_1$. Примем потенциал точки 1 равным нулю и определим комплексные потенциалы остальных точек, обходя схему навстречу положительному направлению токов.

Комплексный потенциал $\dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_1 + \dot{I}_1\cdot r_1 = \dot{I}_1\cdot r_1$. Построив из точки 1 вектор напряжения на сопротивлении (совпадает по фазе с током $\dot{I}_1$), получим на диаграмме точку 2.

Комплексный потенциал $\dot{\varphi}_3 = \dot{\varphi}_2 + \dot{I}_1\cdot jX_{L1}$. Построив из точки 2 вектор индуктивного напряжения $\dot{I}_1\cdot jX_{L1}$ (по фазе опережает ток $\dot{I}_1$ на 90°), получим точку 3.

Комплексный потенциал $\dot{\varphi}_4 = \dot{\varphi}_3 + \dot{I}_1\cdot(-jX_{C1})$. Построив из точки 3 вектор $\dot{I}_1\cdot(-jX_{C1})$ емкостного напряжения (по фазе отстает от тока $\dot{I}_1$ на 90°), получим на диаграмме точку 4.

Аналогично определяем комплексные потенциалы точек 5 и 6.

Вектор, соединяющий точку 1 с точкой 6 и направленный из точки 1 к точке 6, изображает напряжение $\dot{U}$ на зажимах цепи. Вектор, проведенный из начала координат в какую – либо точку диаграммы, изображает комплексный потенциал соответствующей точки цепи.

Решение.

Записываем комплексы сопротивлений ветвей

$$\underline{Z}_1 = r_1 + jX_{L1} - jX_{C1} = 6 + j8 = 10 \cdot e^{j53,1^0} \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_2 = r_2 + jX_{L2} = 10 + j8 = 12,8 \cdot e^{j38,7^0} \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_3 = -jX_{C3} = -j6 = 6 \cdot e^{-j90^0} \text{ Ом}.$$

Найдем комплекс полного сопротивления цепи

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = 9,6 \cdot e^{j7,9^0} \text{ Ом}.$$

Приняв $\dot{U} = U$, найдем токи и напряжения отдельных участков

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = 39,6 \cdot e^{-j7,9^0} \text{ А},$$

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 \cdot \underline{Z}_1 = 396 \cdot e^{j45,2^0} \text{ В}, \qquad \dot{U}_{аб} = \dot{U} - \dot{U}_1 = 298,5 \cdot e^{-j70,2^0} \text{ В},$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{аб}}{\underline{Z}_2} = 23,3 \cdot e^{-j108,9^0} \text{ А}, \qquad \dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{аб}}{\underline{Z}_3} = 49,8 \cdot e^{j19,8^0} \text{ А}.$$

Комплекс полной мощности

$$\underline{S} = \dot{U} \cdot \overset{*}{I} = P + jQ,$$

где $\overset{*}{I} = 39,6 \cdot e^{j7,9^0}$ А – комплексно–сопряженный ток.

Откуда P=14905 Вт; Q=2068 Вар.

Аналогично находят $\underline{S}_1$, $\underline{S}_2$, $\underline{S}_3$ при этом

$$\underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3.$$

Для построения топографической диаграммы вычислим напряжения на всех элементах цепи:

$$\dot{U}_{r1} = \dot{I}_1 \cdot r_1 = 39,6 \cdot e^{-j7,9^0} \cdot 6 = 237,6 \cdot e^{-j7,9^0} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{L1} = \dot{I}_1 \cdot jX_{L1} = 39,6 e^{-j7,9^0} \cdot 12 e^{j90^0} = 475,2 e^{j82,1^0} \text{ В};$$

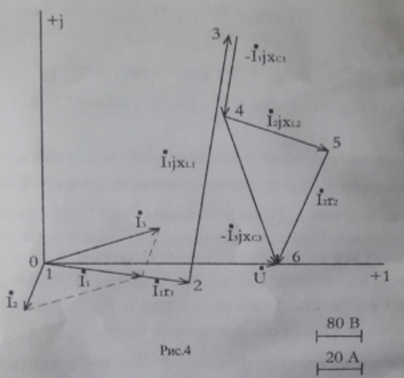

Рис.4

ЛИТЕРАТУРА

1. Теоретические основы электротехники: В 3–х т. Учебник для вузов. Том 1. – 4–е изд. / К. С. Демирчян, Л. Р. Нейман, Н.В. Коровкин, В. Л. Чечурин. – СПб.: Питер, 2003.

2. Коровкин Н.В., Селина Е.Е., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники: Сборник задач. – СПб.: Питер, 2004.

3. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: Учебник. – М.: Гардарики, 2000.

4. Бессонов Л.А. и др. Сборник задач по теоретическим основам электротехники. –М.: Высшая школа, 2000.

5. Шебес М.Р., Каблукова М.В. Задачник по теории линейных электрических цепей: Учеб. пособ. –М.: Высшая школа, 1990.

6. Дьяконов В.П. MathCAD 2000: учебный курс – СПб: Питер, 2000.