

1

КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД АНАЛИЗА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

ЗАДАНИЯ

1.1. *Провести анализ переходного процесса в цепи с одним энергоемким элементом* (схема и величины параметров элементов ее указаны в табл. 1).

1.1.1. Определить заданный ток и напряжения на элементах цепи в переходном режиме.

1.1.2. Построить график заданного тока в интервале времени от нуля до практического завершения переходного процесса.

Таблица 1

Номер варианта	Схема цепи	Величины параметров элементов						Искомый ток
		$E, В$	$C, мкФ$	$L, мГн$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$	
1	Рис.1	20	5	-	20	20	-	$i_1(t)$
2	Рис.2	20	5	-	10	10	20	$i_1(t)$
3	Рис.4	20	-	20	20	20	20	$i_1(t)$
4	Рис.7	20	-	20	10	10	10	$i_1(t)$
5	Рис.8	20	15	-	20	20	20	$i_1(t)$
6	Рис.5	50	5	-	40	40	-	$i_1(t)$
7	Рис.6	50	-	20	40	40	-	$i_1(t)$
8	Рис.3	50	-	20	20	20	-	$i_1(t)$
9	Рис.1	50	5	-	20	20	-	$i_2(t)$
10	Рис.2	50	5	-	10	10	10	$i_2(t)$
11	Рис.4	120	-	20	20	20	20	$i_2(t)$
12	Рис.7	120	-	20	10	10	10	$i_2(t)$
13	Рис.8	120	15	-	20	20	20	$i_2(t)$
14	Рис.5	120	5	-	40	40	-	$i_2(t)$
15	Рис.6	120	-	20	40	40	-	$i_2(t)$

Окончание табл. 1

Номер вари- анта	Схема цепи	Величины параметров элементов						Иско- мый ток
		$E, В$	$C, мкФ$	$L, мГн$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$	
16	Рис.3	50	-	20	20	20	-	$i_2(t)$
17	Рис.1	50	5	-	20	20	-	$i_3(t)$
18	Рис.2	50	5	-	10	10	10	$i_1(t)$
19	Рис.4	50	-	20	20	20	20	$i_3(t)$
20	Рис.7	50	-	20	10	10	10	$i_3(t)$
21	Рис.8	120	15	-	20	20	20	$i_2(t)$
22	Рис.5	120	5	-	40	40	-	$i_3(t)$
23	Рис.6	120	-	20	40	40	-	$i_3(t)$
24	Рис.3	120	-	20	20	20	-	$i_3(t)$
25	Рис.9	120	10	-	20	20	20	$i_1(t)$
26	Рис.9	100	2	-	20	20	20	$i_2(t)$
27	Рис.11	100	-	10	10	10	10	$i_1(t)$
28	Рис.12	100	1	-	20	20	20	$i_1(t)$
29	Рис.13	100	-	10	10	10	-	$i_1(t)$
30	Рис.14	100	1	-	10	10	-	$i_1(t)$
31	Рис.5	50	1	-	10	10	-	$i_2(t)$
32	Рис.10	50	-	200	30	30	30	$i_1(t)$
33	Рис.14	50	1	-	20	20	-	$i_2(t)$
34	Рис.15	50	1	-	10	10	10	$i_1(t)$
35	Рис.3	50	-	10	20	20	-	$i_2(t)$
36	Рис.12	100	1	-	20	20	20	$i_2(t)$
37	Рис.9	100	1	-	10	10	10	$i_2(t)$
38	Рис.15	100	1	-	10	10	10	$i_2(t)$
39	Рис.7	100	-	10	10	10	10	$i_2(t)$
40	Рис.10	100	-	200	30	30	30	$i_2(t)$
41	Рис.2	120	5	-	10	10	10	$i_3(t)$
42	Рис.10	100	-	10	10	10	10	$i_1(t)$
43	Рис.4	100	-	100	20	20	20	$i_1(t)$
44	Рис.8	100	5	-	10	10	10	$i_1(t)$
45	Рис.9	120	1	-	20	20	20	$i_3(t)$
46	Рис.1	100	1	-	10	10	-	$i_2(t)$
47	Рис.10	100	-	10	20	20	20	$i_3(t)$
48	Рис.10	120	-	100	30	30	30	$i_3(t)$
49	Рис.13	100	-	10	10	10	-	$i_2(t)$
50	Рис.6	100	-	0,1	10	10	-	$i_2(t)$

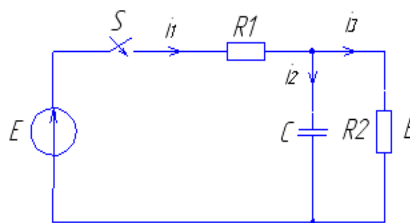


Рис. 1

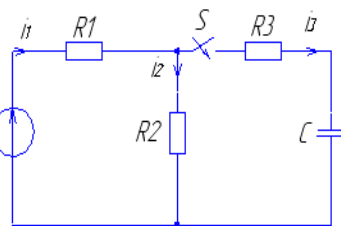


Рис. 2

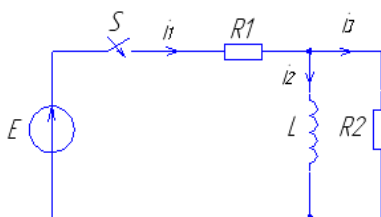


Рис. 3

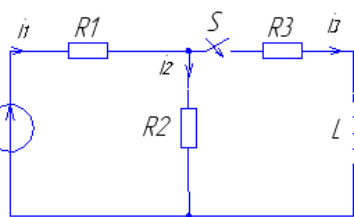


Рис. 4

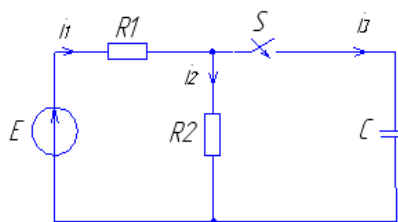


Рис. 5

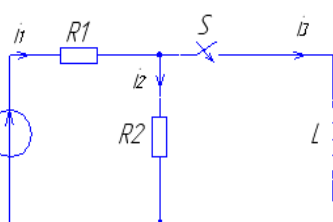


Рис. 6

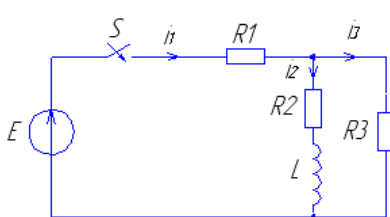


Рис. 7

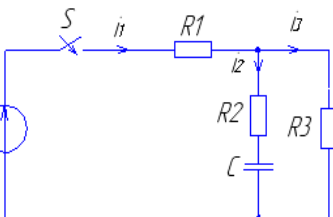


Рис. 8

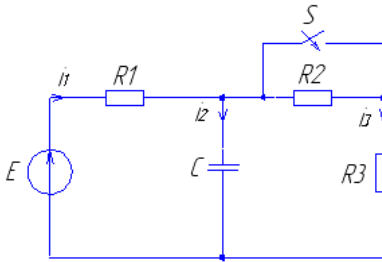


Рис. 9

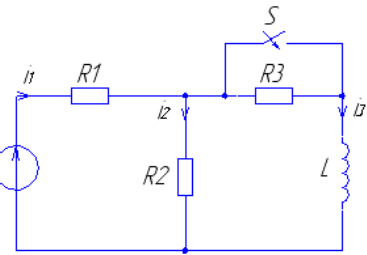


Рис. 10

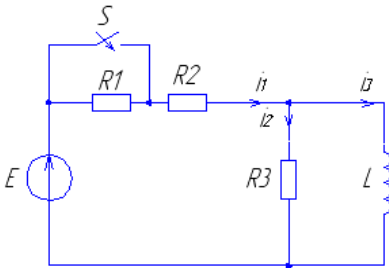


Рис. 11

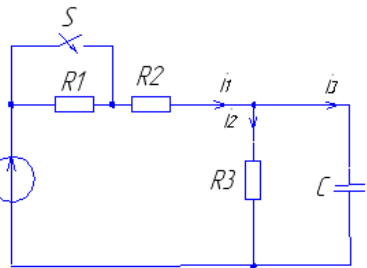


Рис. 12

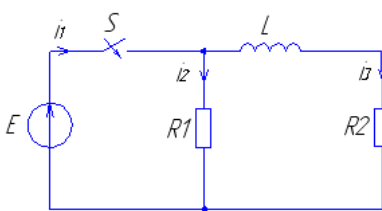


Рис. 13

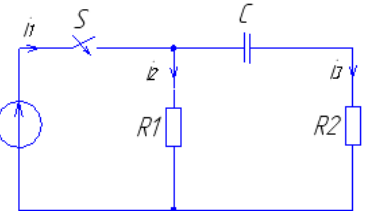


Рис. 14

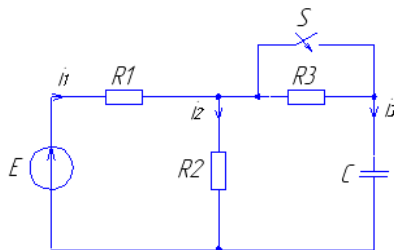


Рис. 15

МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

Порядок анализа переходных процессов классическим методом

Анализ цепи до коммутации, т.е. определение токов индуктивностей и напряжений емкостей в момент времени, непосредственно предшествующий коммутации ($t = 0_-$).

Определение независимых начальных условий. Независимые начальные условия – это токи индуктивностей и напряжения емкостей в первый момент после коммутации ($t = 0_+$). Независимые начальные условия находят с помощью законов коммутации или принципов непрерывности потокосцепления и электрического заряда.

Составление дифференциального уравнения цепи после коммутации (при $t \geq 0$). Дифференциальное уравнение цепи получают из системы уравнений электрического равновесия цепи, составленной любым методом, путем исключения всех неизвестных величин, кроме одной, представляющей собой ток или напряжение какой-либо ветви.

Анализ установившегося процесса в цепи после коммутации, т.е. нахождение вынужденной составляющей реакции цепи (частное решение дифференциального уравнения цепи).

Определение свободной составляющей реакции цепи сводится к решению однородного дифференциального уравнения цепи. Для этого составляют характеристическое уравнение цепи, находят его корни и определяют вид свободной составляющей реакции цепи.

Нахождение общего вида реакции цепи. Общий вид реакции цепи (общее решение дифференциального уравнения цепи) находят путем суммирования свободной и вынужденной составляющих реакции цепи.

Определение постоянных интегрирования. Постоянные интегрирования находят по зависимым начальным условиям (значе-

ниям искомым токам или напряжениям и их $\nu-1$ первых производных в начальный момент времени после коммутации). Для определения зависимых начальных условий используют независимые начальные условия и уравнения электрического равновесия цепи при $t = 0_+$.

Определение реакции цепи, соответствующей заданным начальным условиям. Подставляя постоянные интегрирования в общее решение дифференциального уравнения цепи после коммутации, находят частные решения дифференциального уравнения, соответствующие заданным начальным условиям, т.е. искомый ток или напряжение одной из ветвей при $t > 0$.

1.1. Анализ переходного процесса в цепи с одним энергоёмким элементом классическим методом

1.1.1. Рассмотрим переходный процесс при замыкании ключа в цепи (рис. 30) с одним энергоёмким элементом, используя классический метод анализа.

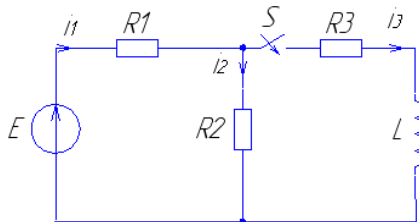


Рис. 30

Величины параметров элементов цепи приведены в табл. 3.

Таблица 3

Величины параметров элементов цепи					Искомый ток
$E, В$	$L, мГн$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$	
120	200	20	20	20	$i_2(t)$

Анализ цепи до коммутации показывает, что ток индуктивности $i_3(0_-)$ равен нулю.

Независимое начальное условие определяется на основании первого закона коммутации и может быть записан: $i_3(0_+) = i_3(0_-) = 0$, т.е. ток индуктивности в первый момент после коммутации равен току индуктивности до коммутации, а затем может плавно изменяться.

Для нахождения заданного тока $i_2(t)$ составим *дифференциальное уравнение цепи после коммутации*. Дифференциальное уравнение цепи получим из системы уравнений электрического равновесия цепи (1)

$$\begin{aligned} i_1 &= i_2 + i_3; & u_{R1} &= i_1 R_1; \\ u_{R1} + u_{R2} &= E; & u_{R2} &= i_2 R_2; \\ u_{R3} + u_L - u_{R2} &= 0; & u_{R3} &= i_3 R_3; \\ & & u_L &= L \frac{di_3}{dt}, \end{aligned} \quad (1)$$

последовательно исключая все неизвестные величины кроме тока i_2 , запишем выражение (2)

$$\frac{E - i_2 R_2 - i_2 R_1}{R_1} R_3 + L \frac{d[E - i_2(R_1 + R_2)]}{dt} - i_2 R_2 = 0. \quad (2)$$

Используя свойства дифференциала приходим к дифференциальному уравнению цепи

$$\frac{R_1 + R_2}{R_1} L \frac{di_2}{dt} + \left(R_2 + R_3 \frac{R_1 + R_2}{R_1} \right) i_2 = \frac{ER_3}{R_1}. \quad (3)$$

Решение уравнения (3) будем искать в виде суммы свободной $i_{2\text{св}}$ и вынужденной $i_{2\text{вын}}$ составляющих тока второй ветви:

$$i_2 = i_{2\text{св}} + i_{2\text{вын}}. \quad (4)$$

Анализ установившегося процесса в цепи после коммутации позволяет найти вынужденную составляющую тока $i_{2\text{вын}}$ (частное решение дифференциального уравнения цепи).

В установившемся режиме при постоянном токе сопротивление катушки индуктивности равно нулю и схема принимает вид, изображенный на рис. 31.

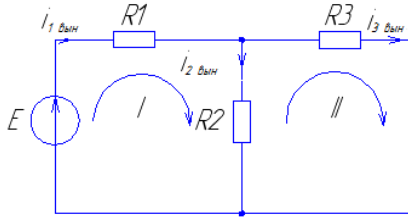


Рис. 31

Вынужденный ток $i_{2\text{вын}}$ можно найти по методу контурных токов.

Будем считать, что в первом контуре (рис. 32) протекает контурный ток $i_{1\text{вын}}$, во втором – $i_{3\text{вын}}$.

$$\begin{aligned} (R_1 + R_2)i_{1\text{вын}} - R_2i_{3\text{вын}} &= E; \\ -R_2i_{3\text{вын}} + (R_2 + R_3)i_{3\text{вын}} &= 0. \end{aligned}$$

Применяя формулы Крамера, определим контурные токи:

$$\begin{aligned} i_{1\text{вын}} &= \frac{\Delta_{11}}{\Delta} E = \frac{E(R_2 + R_3)}{(R_1 + R_2)(R_2 + R_3) - R_2^2} = \\ &= \frac{120(20 + 20)}{(20 + 20)(20 + 20) - 400} = 4 \text{ А}; \\ i_{3\text{вын}} &= \frac{\Delta_{12}}{\Delta} E = \frac{ER_2}{(R_1 + R_2)(R_2 + R_3) - R_2^2} = \\ &= \frac{120 \cdot 20}{(20 + 20)(20 + 20) - 400} = 2 \text{ А}. \end{aligned}$$

Вынужденный ток во второй ветви равен разности контурных токов

$$i_{2\text{вын}} = i_{1\text{вын}} - i_{3\text{вын}} = 4 - 2 = 2 \text{ А}.$$

Свободную составляющую тока $i_{2\text{св}}$ находим, решая однородное дифференциальное уравнение, полученное из дифференциального уравнения цепи (3) (правая часть равна нулю):

$$\frac{R_1 + R_2}{R_1} L \frac{di_2}{dt} + \left(R_2 + R_3 \frac{R_1 + R_2}{R_1} \right) i_2 = 0.$$

Далее составляем характеристическое уравнение цепи

$$\frac{R_1 + R_2}{R_1} Lp + R_2 + R_3 \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 0$$

находим его корень

$$p = -\frac{R_2 + R_3 \frac{R_1 + R_2}{R_1}}{\frac{R_1 + R_2}{R_1} L} = -\frac{20 + 20 \frac{20 + 20}{20}}{\frac{20 + 20}{0,2}} = -150 \text{ с}^{-1}$$

и определяем вид свободной составляющей тока второй ветви

$$i_{2св} = Ae^{pt} = Ae^{-150t}.$$

Общий вид реакции цепи соответствует сумме вынужденной и свободной составляющих тока второй ветви

$$i_2(t) = i_{2вын} + i_{2св} = (2 + Ae^{-150t}) \text{ A}.$$

Определим постоянную интегрирования A по зависимым начальным условиям, т.е. по значению тока $i_2(0_+)$ в начальный момент времени после коммутации и уравнениям электрического равновесия цепи при $t = 0_+$

$$i_1(0_+) = i_2(0_+) + i_3(0_+);$$

$$i_1(0_+)R_1 + i_2(0_+)R_2 = E.$$

Отсюда $i_1(0_+) = i_2(0_+)$, так как $i_3(0_+) = 0$ и

$$i_2(0_+)R_1 + i_2(0_+)R_2 = E,$$

$$i_2(0_+) = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{120}{20 + 20} = 3 \text{ A}.$$

Тогда постоянная интегрирования при подстановке $i_2(0_+)$ в выражение (4) будет равна

$$3 = 2 + Ae^{-150 \cdot 0}$$

$$A = 1.$$

Таким образом, ток $i_2(t)$ после замыкания ключа будет записан в виде $i_2(t) = 2 + e^{-150t}$ А.

Напряжения на резисторах R_1 и R_2 можно определить, используя компонентное уравнение

$$u_{R_2} = i_2 R_2 = (2 + e^{-150t})20 = 40 + 20e^{-150t} \text{ В}$$

и топологическое уравнение цепи (1)

$$u_{R_1} = E - u_{R_2} = 120 - 40 - 20e^{-150t} = 80 - 20e^{-150t} \text{ В.}$$

Для нахождения напряжения на катушке индуктивности и резисторе R_3 необходимо знать ток $i_3(t)$. На основании первого закона Кирхгофа

$$i_3 = i_1 - i_2 = \frac{u_{R_1}}{R_1} - i_2 = \frac{80 - 20e^{-150t}}{20} - (2 + e^{-150t}) = 2 - 2e^{-150t} \text{ А.}$$

Следовательно напряжение на резисторе R_3

$$u_{R_3} = i_3 R_3 = (2 - 2e^{-150t})20 = 40 - 40e^{-150t} \text{ В,}$$

а напряжение на катушке индуктивности

$$u_L = L \frac{di_3}{dt} = 0,2 \frac{d(2 - 2e^{-150t})}{dt} = 60e^{-150t} \text{ В.}$$

Нетрудно заметить, что уравнения баланса напряжений для контуров цепи

$$u_{R_1} + u_{R_2} = E;$$

$$-u_{R_2} + u_{R_3} + u_L = 0,$$

выполняются в переходном режиме:

$$u_{R_1} + u_{R_2} = 80 - 20e^{-150t} + 40 + 20e^{-150t} = 120 \text{ В;}$$

$$-u_{R_2} + u_{R_3} + u_L = -40 - 20e^{-150t} + 40 - 40e^{-150t} + 60e^{-150t} = 0 \text{ В.}$$

Следует отметить, что для нахождения свободной составляющей тока во второй ветви было составлено дифференциальное уравнение цепи и решено характеристическое уравнение, которое позволило найти искомый ток.

Проще найти свободную составляющую тока любой ветви по следующей схеме:

1) записать формулу входного сопротивления цепи в комплексной форме $z(j\omega)$;

2) в формуле $z(j\omega)$ заменить $j\omega$ на p ;

3) полученное операторное входное сопротивление $Z(p)$ приравнять к нулю $z(p) = 0$.

4) полученное выражение будет являться характеристическим уравнением.

Операторное входное сопротивление можно получить относительно любой ветви цепи. Однако в разветвленных цепях с одним энергоемким элементом удобнее рассматривать формулу входного сопротивления относительно ветви с энергоемким элементом. При нахождении операторного входного сопротивления источники тока размыкаются, а источники напряжения закорачиваются.

Например, составим характеристическое уравнение для цепи, схема которой изображена на рис. 30.

Комплексное входное сопротивление рассмотрим относительно контактов ключа S в третьей ветви.

$$z(j\omega) = R_3 + j\omega L + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (5)$$

Заменим в выражении (5) $j\omega$ на p

$$z(p) = R_3 + pL + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (6)$$

и получим операторное входное сопротивление. Приравняем его к нулю

$$z(p) = R_3 + pL + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 0. \quad (7)$$

Подставим численные значения из табл. 3 в уравнение (7), получим корень характеристического уравнения:

$$p = -\frac{R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{L} = -\frac{20 + \frac{20 \cdot 20}{20 + 20}}{0,2} = -150 \text{ с}^{-1}.$$

1.1.2. Построим график тока второй ветви $i_2(t)$ цепи, рассмотренной в задании 1.1.1.

Переходный процесс теоретически длится бесконечно долго. Однако к моменту времени равному 3τ после замыкания ключа S, свободная составляющая тока $i_2(t)$ уменьшается до уровня менее 0,05 от начального значения, а к моменту времени равному 5τ – до уровня менее 0,01 от начального значения, таким образом переходные процессы в цепи можно считать практически закончившимися через промежуток времени $t_y = (3-5)\tau$ после коммутации. Следовательно, масштаб и диапазон изменения на временной оси следует выбирать из этого соотношения. Учитывая, что корень характеристического уравнения (7)

$$p = -\frac{R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{L} = -\frac{1}{\tau} = -150 \text{ с}^{-1},$$

где $\tau = \frac{L}{R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{1}{150} \text{ с}$ – постоянная времени цепи (рис. 31),

то диапазон изменения времени следует брать от нуля до (20-35) мс, а масштаб в 1 см – 4,0 мс.

Максимальное значение тока $i_2(t) = 2 + e^{-150t}$ А будет при $t = 0$ и составит 3 А, следовательно, масштаб по оси координат (тока) для наглядности представления лучше выбрать в 1 см – 0,5 А.

Определим значения тока $i_2(t)$ для установленного диапазона времени, полученные данные сведем в табл. 4.

Таблица 4

t	$e^{-\frac{t}{\tau}}$	e^{-150t} , А	$i_2(t) = 2 + e^{-150t}$, А
0,1 τ	$e^{-0,1}$	0,9048	2,9048
0,2 τ	$e^{-0,2}$	0,8187	2,8187
0,3 τ	$e^{-0,3}$	0,7408	2,7408
0,4 τ	$e^{-0,4}$	0,6703	2,6703
0,5 τ	$e^{-0,5}$	0,6065	2,6065
0,6 τ	$e^{-0,6}$	0,5489	2,5489
0,7 τ	$e^{-0,7}$	0,4966	2,4966
0,8 τ	$e^{-0,8}$	0,4493	2,4496
0,9 τ	$e^{-0,9}$	0,4066	2,4066
τ	e^{-1}	0,3679	2,3679
1,5 τ	$e^{-1,5}$	0,2231	2,2231
2 τ	e^{-2}	0,1353	2,1353
2,5 τ	$e^{-2,5}$	0,08208	2,08208
3 τ	e^{-3}	0,04979	2,04979
4 τ	e^{-4}	0,01832	2,01832
5 τ	e^{-5}	0,00674	2,00674

Используя данные таблицы 4, построим график тока второй ветви $i_2(t)$ (рис. 32). Анализ графика тока $i_2(t)$ показывает, что ток

до коммутации равен постоянному току $i_2(0_-) = \frac{E}{R_1 + R_2}$.

В начальный момент времени после подключения к цепи ветви с катушкой индуктивности, индуктивность ведет себя подобно источнику тока, ток которого равен начальному значению тока че-

рез индуктивность. Поскольку ток $i_3(0_-) = 0$, ветвь с индуктивностью в начальный момент времени можно считать разомкнутой, т.е. сопротивление индуктивности при $t = 0_+$ имеет бесконечно большое значение. Затем оно уменьшается и ток третьей ветви $i_3(t)$ начинает расти, при этом ток второй ветви $i_2(t)$ уменьшается. При $t \rightarrow \infty$ сопротивление индуктивности постоянному току равно нулю и ток третьей ветви $i_3(t)$ зависит от величины сопротивления резистора R_3 . Поскольку сопротивление резисторов $R_2 = R_3$, то и равны токи $i_2(t) = i_3(t)$ при $t \rightarrow \infty$. При этом ток второй ветви $i_2(t)$ достигает установившегося значения.

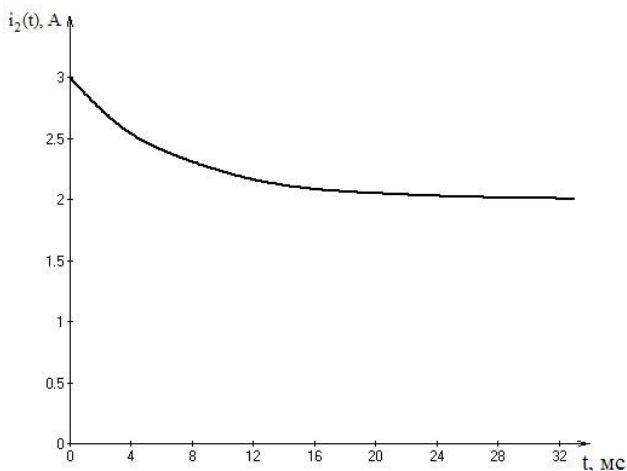


Рис. 32

2

ОПЕРАТОРНЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

ЗАДАНИЯ

2.1. Провести анализ переходного процесса в цепи с одним энергоемким элементом операторным методом (варианты схем и величины параметров элементов цепей приведены в табл. 1).

2.1.1. Определить заданный ток и напряжения на элементах цепи операторным методом.

2.1.2. Провести анализ полученных результатов, сравнить их с результатами расчета переходного процесса классическим методом.

МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

Порядок анализа переходных процессов операторным методом

Анализ цепи до коммутации и определение независимых начальных условий.

Составление операторной схемы замещения цепи после коммутации. Составление операторной схемы замещения цепи производится по схеме замещения цепи для мгновенных значений путем замены каждого идеализированного пассивного элемента его операторной схемой замещения и представления токов и напряжений идеализированных источников тока или напряжения их операторными изображениями.

Составление уравнений электрического равновесия цепи в операторной форме по операторной схеме замещения цепи любым методом.

Решение уравнений электрического равновесия цепи относительно изображений искомых токов или напряжений.

Определение оригиналов искомых токов и напряжений. Определение оригиналов искомых токов и напряжений производится по таблицам обратного преобразования Лапласа с учетом основных свойств преобразования Лапласа, либо используют теоремы разложения.

2.1. Анализ переходного процесса в цепи с одним энергоемким элементом операторным методом

2.1.1. Определим заданный ток и напряжения на элементах в переходном режиме при замыкании ключа S в цепи с одним энергоемким элементом (рис. 30).

Анализируя процессы в цепи до коммутации, определяем начальное значение тока индуктивности:

$$i_3(0_-) = 0.$$

Независимое начальное значение тока индуктивности на основании первого закона коммутации также равно нулю:

$$i_3(0_+) = i_3(0_-) = 0.$$

Составим операторную схему замещения цепи после коммутации (рис. 35).

Для этого заменим идеализированные пассивные элементы их операторными схемами замещения, ЭДС идеализированного источника напряжения E – операторной ЭДС $E(p) = \frac{E}{p}$, мгновенные

значения токов $i(t)$ и напряжений $u(t)$ ветвей – операторными токами $I(p)$ и напряжениями $U(p)$ соответственно.

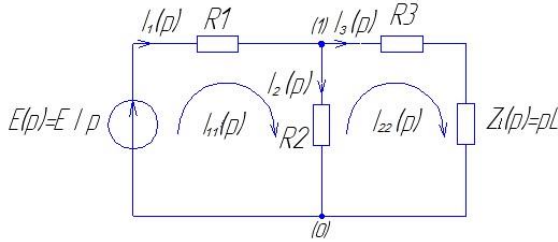


Рис. 35

Составим уравнения электрического равновесия цепи в операторной форме, используя метод контурных токов:

$$\begin{aligned} (R_1 + R_2)I_{11}(p) - R_2I_{22}(p) &= E(p); \\ -R_2I_{11}(p) + (R_2 + R_3 + pL)I_{22}(p) &= 0. \end{aligned}$$

Решение уравнений электрического равновесия цепи с помощью формул Крамера позволяет определить контурные токи:

$$\begin{aligned} I_{11}(p) &= \frac{\frac{E}{p}(R_2 + R_3 + pL)}{(R_1 + R_2)(R_2 + R_3 + pL) - R_2^2} = \\ &= \frac{120(20 + 20 + 0,2p)}{p[(20 + 20)(20 + 20 + 0,2p) - 400]} = \frac{3p + 600}{p(p + 150)}; \\ I_{22}(p) &= \frac{\frac{E}{p}R_2}{(R_1 + R_2)(R_2 + R_3 + pL) - R_2^2} = \\ &= \frac{120 \cdot 20}{p[(20 + 20)(20 + 20 + 0,2p) - 400]} = \frac{300}{p(p + 150)}. \end{aligned}$$

Тогда операторные изображения токов ветвей цепи можно представить в виде:

$$I_1(p) = I_{11}(p), \quad I_3(p) = I_{22}(p),$$

а искомый ток будет равен разности контурных токов:

$$I_2(p) = I_{11}(p) - I_{22}(p) = \frac{3p + 600}{p(p + 150)} - \frac{300}{p(p + 150)} = \frac{3p + 300}{p(p + 150)}.$$

Операторные изображения напряжений на резисторах R_1 , R_2 и R_3 и катушки индуктивности можно записать на основании закона Ома в операторной форме:

$$U_{R_1}(p) = R_1 I_1(p) = \frac{60p + 12000}{p(p + 150)};$$

$$U_{R_2}(p) = R_2 I_2(p) = \frac{60p + 6000}{p(p + 150)};$$

$$U_{R_3}(p) = R_3 I_3(p) = \frac{6000}{p(p + 150)};$$

$$U_L(p) = Z_L(p) I_3(p) = \frac{0,2p \cdot 300}{p(p + 150)} = \frac{60}{p + 150}.$$

Преобразуем полученные выражения к такому виду, при котором можно непосредственно воспользоваться таблицей обратного преобразования Лапласа (см. прил. 1):

$$I_2(p) = 3 \frac{1}{p + 150} + 300 \frac{1}{p(p + 150)};$$

$$U_1(p) = 60 \frac{1}{p + 150} + 600 \frac{1}{p(p + 150)};$$

$$U_2(p) = 60 \frac{1}{p + 150} + 12000 \frac{1}{p(p + 150)};$$

$$U_3(p) = 6000 \frac{1}{p(p + 150)};$$

$$U_L(p) = 60 \frac{1}{p + 150}.$$

Учитывая, что $\frac{1}{p + \alpha} = e^{-\alpha t}$ и $\frac{1}{p(p + \alpha)} = \frac{1 - e^{-\alpha t}}{\alpha}$, находим выражения для искомого тока и напряжений на элементах электрической цепи после замыкания ключа S:

$$\begin{aligned}i_2(t) &= 3e^{-150t} + 2(1 - e^{-150t}) = 2 + e^{-150t} \text{ А,} \\u_1(t) &= 60e^{-150t} + 80(1 - e^{-150t}) = 80 - 20e^{-150t} \text{ В,} \\u_2(t) &= 60e^{-150t} + 40(1 - e^{-150t}) = 40 + 20e^{-150t} \text{ В,} \\u_3(t) &= 40(1 - e^{-150t}) = 40 - 40e^{-150t} \text{ В,} \\u_L(t) &= 60e^{-150t} \text{ В.}\end{aligned}$$

2.1.2. Анализ полученных соотношений показывает, что в начальный момент времени ток индуктивности равен нулю, поскольку до коммутации ключ S в цепи (рис. 30) разомкнут, а затем плавно возрастает достигая 2 А. Величину тока индуктивности ограничивает резистор R_3 . Ток второй ветви после коммутации скачком изменяется до 3 А, а затем плавно уменьшается до 2 А.

Ток i_1 после замыкания ключа S скачком достигает значения $i_1(0_+) = \frac{E}{R_1 + R_2} = 3 \text{ А}$. С ростом тока индуктивности, ток $i_1(t)$

начинает увеличиваться, поскольку к резистору R_2 параллельно подключается ветвь с резистором R_3 и индуктивностью L и при

$t \rightarrow \infty$, ток $i_1(t) = \frac{E}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = 4 \text{ А}$ достигает максимального значения.

Так как сопротивление резисторов R_2 и R_3 равны, то в установившемся режиме токи второй и третьей ветвей равны 2 А, при этом сопротивление индуктивности постоянному току равно нулю.

Напряжение на индуктивности в начальный момент времени скачком изменяется от нуля до $u_L(0_+) = 60 \text{ В}$, а затем по экспоненте стремится к нулю. Индуктивность в цепи ведет себя подобно идеализированному источнику тока, в начальный момент ток этого источника равен нулю, и в этом случае третью ветвь можно считать разомкнутой.

Результаты, полученные операторным методом, полностью совпадают с результатами расчета цепи классическим методом.

3

РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ С ПОМОЩЬЮ ИНТЕГРАЛЛА ДЮАМЕЛЯ

ЗАДАНИЯ

3.1. Найти переходную и импульсную характеристики цепи, схема и величины параметров элементов которой (в соответствии с заданным вариантом) приведены в табл. 6.

В таблице 6 указаны параметры внешнего воздействия, в виде прямоугольного положительного импульса напряжения (рис. 42), реакция цепи на внешнее воздействие – напряжение на зажимах 2-2'.

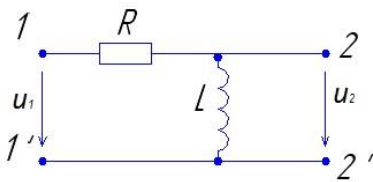


Рис. 38

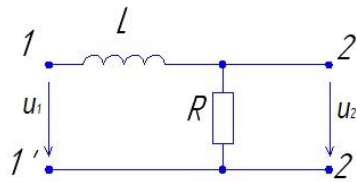


Рис. 39

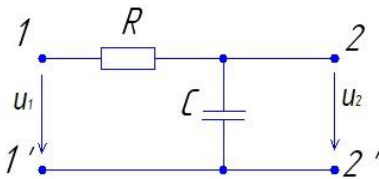


Рис. 40

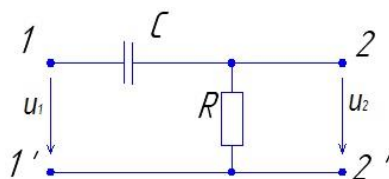


Рис. 41

Таблица 6

Вариант	Схема цепи	Величины параметров элементов цепи			Величины параметров внешнего воздействия	
		R, Ом	L, мГн	C, нФ	U, В	τ_U , мс
1	Рис. 39	1000	100	-	1,0	1,0
2	Рис. 40	1000	100	-	1,0	1,0
3	Рис. 41	1000	-	2000	1,0	1,0
4	Рис. 42	1000	-	2000	1,0	1,0
5	Рис. 41	500	-	2000	2,0	0,1
6	Рис. 42	500	-	2000	2,0	0,1
7	Рис. 39	500	100	-	1,0	0,1
8	Рис. 40	500	100	-	1,0	0,1
9	Рис. 39	2000	100	-	1,0	1,0
10	Рис. 40	2000	100	-	1,0	1,0
11	Рис. 39	1000	50	-	10,0	0,1
12	Рис. 40	1000	50	-	10,0	0,1
13	Рис. 41	500	-	100	10,0	1,0
14	Рис. 42	500	-	100	10,0	1,0
15	Рис. 41	500	-	100	10,0	5,0
16	Рис. 42	500	-	100	10,0	5,0
17	Рис. 39	100	200	-	5,0	5,0
18	Рис. 40	100	200	-	5,0	5,0
19	Рис. 39	100	200	-	5,0	5,0
20	Рис. 40	100	200	-	5,0	5,0
21	Рис. 41	1000	-	5000	5,0	0,1
22	Рис. 42	1000	-	5000	5,0	0,1
23	Рис. 41	1000	-	1000	5,0	0,2
24	Рис. 42	1000	-	1000	5,0	0,2
25	Рис. 41	1000	-	1000	5,0	0,5
26	Рис. 39	100	20	-	2,0	0,5
27	Рис. 40	100	20	-	2,0	0,1
28	Рис. 39	100	50	-	2,0	0,1
29	Рис. 40	100	50	-	2,0	0,5
30	Рис. 41	400	-	5000	2,0	0,1
31	Рис. 42	400	-	1000	1,0	0,2
32	Рис. 41	400	-	1000	1,0	0,2
33	Рис. 42	400	-	500	1,0	0,4
34	Рис. 41	400	-	500	1,0	0,4
35	Рис. 42	400	-	2000	1,0	0,5

Окончание табл. 6

Вариант	Схема цепи	Величины параметров элементов цепи			Величины параметров внешнего воздействия	
		R , Ом	L , мГн	C , нФ	U , В	τ_U , мс
36	Рис. 39	200	1000	-	6,0	10,0
37	Рис. 40	300	1000	-	6,0	10,0
38	Рис. 39	300	1000	-	6,0	4,0
39	Рис. 40	200	1000	-	6,0	4,0
40	Рис. 39	200	1000	-	6,0	4,0
41	Рис. 41	5000	-	10 000	20,0	10,0
42	Рис. 41	5000	-	10 000	20,0	20,0
43	Рис. 41	5000	-	10 000	20,0	50,0
44	Рис. 41	5000	-	10 000	20,0	100,0
45	Рис. 41	5000	-	10 000	20,0	100,0
46	Рис. 42	1000	-	500	5,0	50,0
47	Рис. 42	1000	-	100	5,0	10,0
48	Рис. 42	1000	-	50	5,0	5,0
49	Рис. 42	1000	-	200	5,0	2,0
50	Рис. 42	1000	-	400	5,0	1,0

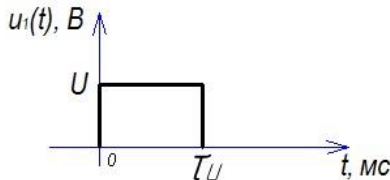


Рис. 42

3.2. Определить реакцию цепи, для заданного варианта, на воздействие прямоугольного импульса (рис. 42) по переходной характеристике цепи.

3.3. Определить реакцию цепи для заданного воздействия (задание 3.2) по ее импульсной характеристике.

МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

3.1. Временные (переходная $g(t)$ и импульсная $h(t)$) характеристики линейной цепи находят, используя соотношения, связывающие частотные и временные характеристики. Для этого со-

ставляют операторную схему замещения электрической цепи при нулевых начальных условиях. Используя полученную схему, определяют операторную характеристику $H_{kv}(p)$, соответствующую заданному внешнему воздействию на цепь $X_v(t)$ и полученной реакции цепи $S_k(t)$. По операторной характеристике находят временные характеристики:

$$g(t) := \frac{H_{kv}(p)}{P}; \quad (18)$$

$$h(t) := H_{kv}(p). \quad (19)$$

Рассмотрим методику определения временных характеристик цепи (рис. 38) в режиме холостого хода на режимах 2-2'. Внешнее воздействие на цепь источник напряжения, подключенный в момент времени $t = 0$, реакция цепи – напряжение на зажимах 2-2' $S(t) = u_2$.

Составим операторную схему замещения цепи (рис. 43) при нулевых начальных условиях.

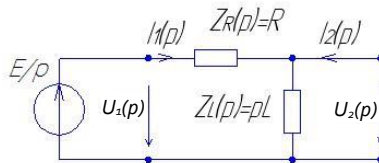


Рис. 43

Определим операторный коэффициент передачи цепи по напряжению в режиме холостого хода ($I_2(p) = 0$)

$$H_{kv}(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{I_1(p) \cdot Z_L(p)}{I_1(p) [Z_R(p) + Z_L(p)]} = \frac{pL}{R + pL}.$$

Следовательно, операторные изображения переходной и импульсной характеристики цепи имеют вид

$$g(t) := \frac{H(p)}{p} = \frac{1}{p + \frac{R}{L}};$$

$$h(t) := H(p) = \frac{p}{p + \frac{R}{L}} = 1 - \frac{R}{L} \frac{1}{p + \frac{R}{L}}.$$

Используя таблицы обратного преобразования Лапласа (см. прил. 1), переходим от изображений искомым временных характеристик к оригиналам:

$$g(t) = e^{-\frac{R}{L}t}; \quad (20)$$

$$h(t) = \delta(t) - \text{Re} \frac{R}{L} t. \quad (21)$$

Временные характеристики цепи имеют вид, представленный на рис. 44: а) переходная; б) импульсная характеристика цепи.

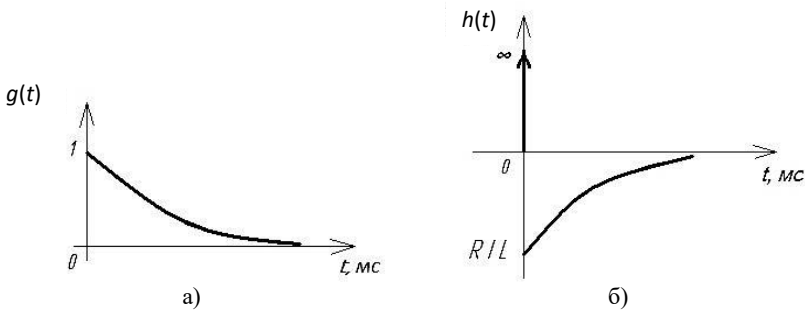


Рис. 44

3.2. Определим реакцию цепи (рис. 38) на воздействие прямоугольного импульса по ее переходной характеристике с помощью интеграла Дюамеля (интеграл наложения)

$$S(t) = u(t_0)g(t - t_0) + \int_{t_0}^t \frac{du(\tau)}{d\tau} g(t - \tau) d\tau. \quad (22)$$

С помощью интеграла Дюамеля можно определить реакцию цепи на заданное воздействие, когда оно описывается кусочно-непрерывной функцией, т.е. функцией, которая имеет конечное число разрывов.

В этом случае интервал интегрирования необходимо разбить на несколько промежутков в соответствии с интервалами непрерывности функции $u_1(t)$ и учесть реакцию цепи на конечные скачки функции $u_1(t)$ в точках разрыва.

Внешнее воздействие можно записать:

$$u_1(t) = \begin{cases} 0, & \text{при } t < 0; \\ U, & \text{при } 0 \leq t < \tau_u; \\ 0, & \text{при } t \geq \tau_u. \end{cases}$$

Разбиваем ось времени на три промежутка в соответствии с интервалами непрерывности функции $u_1(t)$.

При $t < 0$ реакция цепи $u_2(t)$ тождественно равна нулю.

На участке $0 \leq t < \tau_u$, функция $u_1(t)$ непрерывна, поэтому реакция цепи определяется с помощью интеграла Дюамеля (22) при $t = 0$.

$$u_2(t) = u_1(0)g(t) + \int_0^t \frac{du_1(\tau)}{d\tau} g(t-\tau) d\tau.$$

Выражение переходной характеристики цепи $g(t-\tau)$ получим при $t_0 \neq 0$, заменив t на $t-\tau$ в выражении (20)

$$g(t-\tau) = e^{-\frac{R}{L}(t-\tau)}.$$

Тогда реакция цепи на рассмотренном участке принимает вид:

$$u_2(t) = Ue^{-\frac{R}{L}t} + \int_0^t \frac{du_1(\tau)}{d\tau} e^{-\frac{R}{L}(t-\tau)} d\tau.$$

Поскольку $U = \text{const}$, $\frac{dU}{d\tau} = 0$, то реакция цепи $u_2(t) = Ue^{-\frac{R}{L}t}$.

При $t \geq \tau_u$ интервал интегрирования содержит точку разрыва функции $u_1(t)$. Для определения реакции цепи интервал интегрирования разобьем на два промежутка $[0, \tau_u]$ и $[\tau_u, t]$ и учтем реакцию цепи на скачки функции в точке τ_u . Принимаем во внимание, что при $t \geq \tau_u$ $u_1(t) = 0$, $\frac{du_1(t)}{dt} = 0$, находим

$$u_2(t) = u_1(0)g(t) + \int_0^{\tau_u} \frac{du_1(\tau)}{d\tau} g(t-\tau) d\tau + [0 - u_1(t)]g(t-\tau_u) + \int_{\tau_u}^t \frac{du_1(\tau)}{d\tau} g(t-\tau) d\tau = Ue^{-\frac{R}{L}t} + 0 - Ue^{-\frac{R}{L}(t-\tau_u)} + 0 = U \left[e^{-\frac{R}{L}t} - e^{-\frac{R}{L}(t-\tau_u)} \right].$$

Графики реакции цепи на воздействие прямоугольного импульса в зависимости от его длительности имеют вид, представленный на рис. 47, при $\tau_u \approx \frac{L}{R}$ (рис. 45, а), при $\tau_u \gg \frac{L}{R}$ (рис. 45, б).

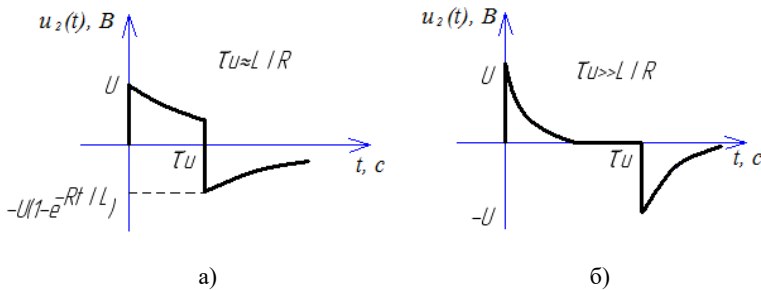


Рис. 45

3.3. Определим реакцию цепи (рис. 38) на воздействие прямоугольного импульса напряжения по ее импульсной характеристике-

ке (21). Как и в предыдущем случае, разобьем интервал интегрирования на несколько промежутков в соответствии с интервалами непрерывности функции $u_1(t)$ и на этих интервалах вычислим интеграл Дюамеля

$$u_2(t) = \int_{t_0}^t u_1(\tau)h(t-\tau)d\tau \quad (23)$$

При $t < 0$ напряжение на зажимах 2-2' цепи тождественно равно нулю (нет воздействия, нет реакции).

На участке $[0, \tau_u]$ функция $u_1(t)$ не имеет разрывов, поэтому напряжение $u_2(t)$ находится непосредственно с помощью выражения (23)

$$u_2(t) = \int_0^t u_1(\tau)h(t-\tau)d\tau,$$

где $h(t-\tau)$ – импульсная характеристика, полученная из выражения (21) при замене t на $t-\tau$

$$h(t-\tau) = \delta(t-\tau) - \frac{R}{L}e^{-\frac{R}{L}(t-\tau)}.$$

Реакция цепи на данном участке запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} u_2(t) &= \int_0^t U \left[\delta(t-\tau) - \frac{R}{L}e^{-\frac{R}{L}(t-\tau)} \right] d\tau = \int_0^t U \delta(t-\tau) d\tau - \frac{R}{L} \int_0^t U e^{-\frac{R}{L}(t-\tau)} d\tau = \\ &= U \int_0^t \delta(t-\tau) d\tau - U \frac{R}{L} e^{-\frac{R}{L}t} \int_0^t e^{\frac{R}{L}\tau} d\tau = U - U e^{-\frac{R}{L}t} \left[e^{\frac{R}{L}t} - 1 \right] = U e^{-\frac{R}{L}t}. \end{aligned}$$

При $t \geq \tau_u$ интервал интегрирования $[0, t]$ содержит точку разрыва функции $u_1(t)$, разобьем его на два промежутка $[0, \tau_u]$ и $[\tau_u, t]$ и найдем выражение для напряжения на зажимах 2-2'

$$\begin{aligned}
u_2(t) &= \int_0^{\tau_u} u_1(\tau) h(t-\tau) d\tau + \int_{\tau_u}^t u_1(\tau) h^\delta(t-\tau) d\tau = \\
&= U \int_0^{\tau_u} \left[\delta(t-\tau) - \frac{R}{L} e^{-\frac{R}{L}(t-\tau)} \right] d\tau + 0 = \int_0^{\tau_u} U \delta(t-\tau) d\tau - \frac{R}{L} U e^{-\frac{R}{L}t} \int_0^{\tau_u} e^{\frac{R}{L}\tau} d\tau = \\
&= -\frac{R}{L} U e^{-\frac{R}{L}t} \cdot \frac{L}{R} \left(e^{\frac{R}{L}\tau_u} - 1 \right) = U \left(e^{-\frac{R}{L}t} - e^{-\frac{R(t-\tau_u)}{L}} \right).
\end{aligned}$$

Как и следовало ожидать, выражения для реакции цепи на воздействие прямоугольного импульса напряжения, найденные с помощью импульсной характеристики цепи, совпадают с соответствующими выражениями, полученными с использованием переходной характеристики цепи.

Углубить знания по данному разделу можно, ознакомившись с литературой [1, с. 351-369; 2, с. 245-274; 3, с. 285-299].

4

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

РГР является учебно-техническим документом, который содержит исчерпывающие систематизированные сведения о выполненной работе.

4.1. Общими требованиями к РГР являются:

- четкость и логическая последовательность изложения материала;
- убедительность аргументации;
- краткость и точность формулировок, исключающих возможность неоднозначного толкования;
- конкретность изложения результатов работы.

4.2. РГР должна содержать:

- титульный лист;
- введение;
- основную часть;
- заключение;
- список используемых источников.

Кратко охарактеризуем каждый из разделов РГР.

Введение включает оценку решаемых заданий и возможность применения различных методов расчета.

Основная часть содержит:

- обоснование выбора примененного метода расчета и анализа электрических цепей;
- расчет электрических цепей;
- анализ полученных результатов.

Заключение должно содержать оценку полноты решения поставленной задачи, её значимость и краткие выводы по результатам проделанной работы.

4.3. Общие правила оформления РГР должны соответствовать ЕСКД.

Она должна быть оформлен рукописным или машинным способом на белой бумаге формата А4 (297×210 мм) на одной или обеих сторонах листа.

Печатать допускается в Word 2003-2016 и т.д. шрифтом Times New Roman Cyr, Times ET и др.

РГР следует оформлять, соблюдая следующие размеры полей: левое – не менее 25 мм, правое – не менее 10 мм, верхнее – не менее 15 мм, нижнее – не менее 30 мм.

Размер шрифта (кегель) – 14 пт, при выполнении текста РГР букв и цифр должна быть не менее 2,5 мм.

Подписи к рисункам, таблицы выполнять шрифтом кегль 14 пт.

Абзацный отступ – 10 мм.

Интерлиньяж (межстрочный интервал) – авто- (одинарный) или множитель – 1,5.

Колонцифра (номер страницы) – кегель 14:

от края до колонтитула нижнего – 25 мм.

Перед названием нового раздела следует пропустить два межстрочных интервала.

Заголовки подразделов отделяются от текста сверху и снизу одним межстрочным интервалом.

В целом оформление РГР представляемой в сшитом виде, должно соответствовать ГОСТ 2.105-95 и 2.304-81.

4.3.1. Рубрики РГР следует производить индексационной нумерацией (с цифровыми номерами, содержащими во всех ступенях номер как своей рубрики, так и рубрик, которым она подчинена: 1; 1.1; 1.2; 2; 2.1; 2.2). Число номеров в индексе не должно быть больше четырех. При необходимости можно ис-

пользовать римские цифры, арабские со скобкой, литеры со скобкой.

Точку в конце рубрики, вынесенной в отдельную строку, опускают. Заголовки не подчеркивают и располагают посередине страницы.

Не допускается переносить слова в заголовках, оставлять заголовков внизу страницы, а текст переносить на следующую страницу.

При написании текста следует руководствоваться ГОСТ 7.0.12-2011 «Библиографическая запись. Сокращение слов на русском языке. Общие требования и правила».

Допускается применять общепринятые сокращения с расшифровкой в списке сокращений.

4.3.2. Все иллюстрации (чертежи, схемы, графики, диаграммы и рисунки) имеют одно название – рисунок.

Иллюстрации должны иметь подписи «Рис.» и порядковый номер, после которого точка не ставится. Рисунки могут иметь сквозную нумерацию по всему документу (Рис. 1, Рис. 2 и т.д.).

При необходимости иллюстрации могут иметь полную подпись, которая включает: а) условное сокращенное название иллюстрации «Рис.»; б) порядковый номер иллюстрации или её части (как правило, арабскими цифрами); в) собственно подпись; г) пояснение деталей (частей) иллюстрации; д) расшифровку условных обозначений и другие тексты типа примечаний.

4.3.3. Расчеты в РГР следует проводить поэтапно, сопровождая каждое действие пояснительным текстом. Все формулы приводить в общем виде, а затем подставлять в них численные значения. Размерность физических величин подставлять в формулы в международной системе единиц. Расчет проводить с точностью до третьей значащей цифры.

Формулы записывать в отдельные строки, располагать их можно как посередине строки, так и сдвинув к левому краю. Допускается размещение несложных формул внутри строк текста.

Нумеровать следует наиболее важные формулы, на которые имеются ссылки в последующем тексте. Порядковые номера формул обозначают арабскими цифрами в круглых скобках с правой стороны листа.

При ссылке на какую-либо формулу её номер ставят арабскими цифрами в круглых скобках.

Экспликацию (расшифровку буквенных обозначений формулы) помещают после формулы. В конце формулы ставится запятая, затем слово «где» (с левого края листа), за ним обозначение первой величины, после тире – его расшифровку и т.д. В конце каждой расшифровки ставят точку с запятой, а в конце последней – точку.

4.3.4. Получение расчетных данных в РГР следует сводить в таблицы. Таблицы необходимо нумеровать, для того чтобы упростить связь таблицы с текстом, так при ссылке в тексте достаточно указать (табл. 1) и по номеру легко можно найти таблицу 1.

Система нумерации может быть сквозной и по разделам, расположенной в части листа над таблицей, представленной словом «Таблица» и арабскими цифрами, указывающими её номер.

Заголовки граф таблицы ставят в именительном падеже единственного числа, без произвольного сокращения слов.

4.3.5. Каждый раздел отчета по РГР должен заканчиваться выводом, где оцениваются полученные результаты отдельных заданий.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Попов, В. П. Основы теории цепей: учеб. для вузов / В. П. Попов. – М.: Юрайт, 2012. – 696 с.
2. Бакалов, В. П. Основы анализа цепей: учеб. для вузов / В. П. Бакалов, О. Б. Журавлев, Б. И. Круг. – М.: Горячая линия Телеком, Радио и связь, 2007. – 591 с.
3. Атабеков, Г. И. Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи: учеб. пособие / Г. И. Атабеков. – Изд. 8-е, стер. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2010. – 591 с.
4. Шебес, М. Р. Задачник по теории линейных электрических цепей: учеб. пособие для электротехнич., радиотехнич. спец. вузов / М. Р. Шебес, М. Р. Каблукова. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш.шк., 1990. – 544 с.

Таблица оригиналов и изображений по Лапласу

Изображение	Оригинал при $t \geq 0$
$1/p$	1
$1/p^2$	t
$1/p^{n+1}$	$t^n / n!$
1	$\delta(t)$
$1/(p+\alpha)$	$e^{-\alpha t}$
$1/[p(p+\alpha)]$	$(1 - e^{-\alpha t})/\alpha$
$1/[p^2(p+\alpha)]$	$(e^{-\alpha t} + \alpha t - 1)/\alpha^2$
$e^{j\beta} / (p - j\alpha)$	$e^{j(\alpha+\beta)t}$
$1/(p+\alpha)^2$	$te^{-\alpha t}$
$1/(p+\alpha)^n$	$e^{-\alpha t} t^{n-1} / (n-1)!$
$p/(p+\alpha)^2$	$(1 - \alpha t)e^{-\alpha t}$
$1/[p(p+\alpha)^2]$	$[1 - e^{-\alpha t}(1 + \alpha t)]/\alpha^2$
$1/[(p+\alpha)(p+\beta)]$	$(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t})/(\beta - \alpha)$
$1/[p(p+\alpha)(p+\beta)]$	$\frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\beta - \alpha} \left(\frac{e^{-\beta t}}{\beta} - \frac{e^{-\alpha t}}{\alpha} \right)$
$p/[(p+\alpha)(p+\beta)]$	$\frac{1}{\beta - \alpha} (\beta e^{-\beta t} - \alpha e^{-\alpha t})$
$\frac{1}{(p+\alpha)(p+\beta)(p+\gamma)}$	$\frac{e^{-\alpha t}}{(\beta - \alpha)(\gamma - \alpha)} + \frac{e^{-\beta t}}{(\alpha - \beta)(\gamma - \beta)} +$ $+ \frac{e^{-\gamma t}}{(\alpha - \gamma)(\beta - \gamma)}$
$\frac{(p \cos \beta - \alpha \sin \beta)}{(p^2 + \alpha^2)}$	$\cos(\alpha t + \beta)$

Окончание приложения

Изображение	Оригинал при $t \geq 0$
$(p \sin \beta + \alpha \cos \beta) / (p^2 + \alpha^2)$	$\sin(\alpha t + \beta)$
$(p^2 - \alpha^2) / (p^2 + \alpha^2)^2$	$t \cos \alpha t$
$(p + \alpha) / [(p + \alpha)^2 + \beta^2]$	$e^{-\alpha t} \cos \beta t$
$\beta / [(p + \alpha)^2 + \beta^2]$	$e^{-\alpha t} \sin \beta t$
$(p + \alpha) / [(p + \alpha)^2 - \beta^2]$	$e^{-\alpha t} ch \beta t$
$\beta / [(p + \alpha)^2 - \beta^2]$	$e^{-\alpha t} sh \beta t$
$\alpha / (p^2 - \alpha^2)$	$sh \alpha t$
$p / (p^2 - \alpha^2)$	$ch \alpha t$
$1 / \sqrt{p}$	$1 \sqrt{\pi t}$
$1 / \sqrt{p + \alpha}$	$e^{-\alpha t} / \sqrt{\pi t}$