

Индивидуальное домашнее задание (весенний семестр)

1. В условиях задачи 10 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
 - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин ξ и η .
 - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η
 - 3) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины μ , математическое ожидание и ковариацию случайных величин μ_1 и μ_2
2. В условиях задачи 12 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите
 - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин ξ и η .
 - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η .
 - 3) Математическое ожидание случайной величины μ .
3. В условиях задачи 10 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
 - 1) условное математическое ожидание с.в. ξ при условии η ;
 - 2) условное математическое ожидание с.в. η при условии ξ ;
4. В условиях задачи 12 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите условное математическое ожидание с.в. η при условии ξ и условное математическое ожидание с.в. ξ при условии η .
5. Выполните следующие задания:
 - 1) По заданным плотностям $p_\xi(x)$ и $p_\eta(y)$ найдите характеристические функции $f_\xi(t)$ и $f_\eta(t)$ случайных величин ξ и η ; характеристическую функцию $f_\mu(t)$ случайной величины $\mu = \xi + \eta$
 - 2) По заданной характеристической функции $f_\xi(t)$ вычислите математическое ожидание случайной величины ξ и дисперсию случайной величины ξ .
6. Посетитель тира платит a рублей за выстрел. При попадании в девятку получает выигрыш b рублей, при попадании в десятку получает выигрыш c рублей. Если стрелок не попадает ни в девятку, ни в десятку, то деньги ему не выплачиваются. Вероятности попадания в девятку, десятку и промаха равны p_1 , p_2 и p_3 соответственно. Число посетителей равно n .
С помощью **неравенства Чебышева**:
 - 1) найдите границы, в которых будет лежать суммарная прибыль владельца тира с вероятностью не менее α ;
 - 2) найдите число посетителей тира, чтобы вероятность отклонения суммарной прибыли от среднего размера суммарной прибыли на величину не меньше β % (от средней суммарной прибыли) равнялась pС помощью **центральной предельной теоремы** оцените вероятность того, что
 - 1) размер убытка у владельца тира будет лежать в пределах от m_1 до m_2 рублей;
 - 2) что суммарная прибыль окажется в пределах от n_1 до n_2 рублей.
7. По заданным выборкам X_1, X_2, \dots, X_n и Y_1, Y_2, \dots, Y_n объема $n = 50$ найти и построить:
 - 1) минимальный и максимальный элементы выборки, разброс выборки, статистический ряд;
 - 2) гистограмму, полигон относительных частот, эмпирическую функцию распределения (для выборки X_1, X_2, \dots, X_n);
 - 3) выборочные характеристики: среднее, дисперсию (смещенную и несмещенную) (по выборке и по статистическому ряду), медиану.
8. Известно, что выборка X_1, X_2, \dots, X_n подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью $p_\xi(x)$ с неизвестным параметром. Найдите оценку неизвестного параметра методом моментов.
9. а) Известно, что выборка X_1, X_2, \dots, X_n подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью

$$p(x) = \begin{cases} 2\sqrt{\frac{a}{\pi}} e^{-\left(x\sqrt{a} - \frac{\sqrt{b}}{x}\right)^2}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

с неизвестными параметрами (a, b) .

б) Известно, что выборка Y_1, Y_2, \dots, Y_n подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{a\pi x^2}} e^{-\frac{(\ln x - b)^2}{2a}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

с неизвестными параметрами (a, b) .

Найдите оценку максимального правдоподобия этих параметров

10. С помощью критерия отношения правдоподобия проверьте:

- 1) гипотезы H_0 и H_1 о принадлежности выборки X_1, X_2, \dots, X_n дискретному распределению с заданными параметрами.
- 2) гипотезы H_0 и H_1 о принадлежности выборки Y_1, Y_2, \dots, Y_n непрерывному распределению с заданными параметрами.

11. С помощью критерия χ^2 проверьте:

- 1) гипотезу о принадлежности выборки X_1, X_2, \dots, X_n к заданному дискретному распределению (с помощью метода моментов найдите параметры распределения).
- 2) гипотезу о принадлежности выборки Y_1, Y_2, \dots, Y_n заданному непрерывному распределению (с помощью метода моментов найдите параметры распределения).

Распределение баллов (15 баллов)

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6
1, 5 балла	1,5 балла	1 балл	1 балл	1,5 балла	1,5 балла

Задача 7	Задача 8	Задача 9	Задача 10	Задача 11
1,5 балл	1 балл	1,5 балла	1,5 балла	1,5 балла

1.	5.	Независимые непрерывные случайные величины ξ и η имеют плотности распределения $p_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x, & 1 \leq x \leq 3 \\ 0, & x < 1, \ x > 3 \end{cases} \text{ и } p_{\eta}(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}(2 - y), & 0 \leq y \leq 2 \\ 0, & y < 0, \ y > 2 \end{cases}.$ $f(t) = \frac{e^{2e^{it}-8t^2}}{e^{2it+2}}.$																																					
	6.	$a = 100, b = 300, c = 500, \quad p_1 = 0,2, p_2 = 0,05, p_3 = 0,75, \quad n = 300,$ $\alpha = 0,8, \beta = 10, p = 0,2;$ $m_1 = 0, \ m_2 = 50, \ n_1 = 1000, \ n_2 = 4000$																																					
	7.	Выборка X_1, \dots, X_n 3 7 4 4 8 5 5 5 8 6 6 5 5 5 7 5 2 6 4 7 9 7 4 8 4 10 4 6 8 2 4 10 6 6 4 3 2 5 6 7 3 3 4 8 3 10 1 5 9 6 Выборка Y_1, \dots, Y_n -3.47 -9.08 -4.47 -6.82 -6.45 -4.99 -6.47 -3.70 -2.48 -8.13 -6.65 -7.86 -7.60 -5.50 -5.25 -3.83 -7.09 -4.02 -4.88 -9.13 -3.34 -6.59 -8.30 -7.78 -5.73 -7.38 -6.87 -6.86 -6.91 -3.69 -3.46 -6.01 -6.58 -5.13 -4.39 -8.57 -7.30 -3.52 -7.66 -4.34 -5.17 -1.19 -6.60 -8.48 -6.11 -5.91 -4.55 -6.56 -8.33 -6.45																																					
	8.	Выборка X_1, \dots, X_n – имеет плотность распределения $f(x) = \begin{cases} \frac{p}{a} + \frac{1-p}{b}, & x \in (0; a) \\ \frac{1-p}{b}, & x \in (a; b) \\ 0, & x \notin (0; b) \end{cases}$ При заданных значениях параметров $b = 4$ и $a = 2$ найти оценку параметра p . Таблица частот <table><tr><td>интер-валы</td><td>0-0.8</td><td>0.8-1.6</td><td>1.6-2.4</td><td>2.4-3.2</td><td>3.2-4</td><td>4-4.8</td><td>4.8-5.6</td><td>5.6-6.4</td><td>6.4-7.2</td><td>7.2-8</td></tr><tr><td>частоты</td><td>175</td><td>148</td><td>118</td><td>88</td><td>26</td><td>17</td><td>11</td><td>10</td><td>7</td><td>5</td></tr></table>	интер-валы	0-0.8	0.8-1.6	1.6-2.4	2.4-3.2	3.2-4	4-4.8	4.8-5.6	5.6-6.4	6.4-7.2	7.2-8	частоты	175	148	118	88	26	17	11	10	7	5															
	интер-валы	0-0.8	0.8-1.6	1.6-2.4	2.4-3.2	3.2-4	4-4.8	4.8-5.6	5.6-6.4	6.4-7.2	7.2-8																												
частоты	175	148	118	88	26	17	11	10	7	5																													
9.	По заданной таблице частот найти оценку ММП параметров a и b <table><tr><td>интер-валы</td><td>0.6-1.6</td><td>1.6-2.6</td><td>2.6-3.6</td><td>3.6-4.6</td><td>4.6-5.6</td><td>5.6-6.6</td><td>6.6-7.6</td></tr><tr><td>частоты</td><td>178</td><td>408</td><td>266</td><td>108</td><td>31</td><td>6</td><td>3</td></tr></table> По заданной таблице частот найти оценку ММП параметров a и b <table><tr><td>интервалы</td><td>0.0-4.5</td><td>4.5-9.0</td><td>9.0-13.5</td><td>13.5-18.0</td><td>18.0-22.5</td><td>22.5-27.0</td><td>27.0-31.5</td><td>31.5-36.0</td><td>36.0-40.5</td><td>40.5-45.0</td></tr><tr><td>частоты</td><td>114</td><td>445</td><td>283</td><td>95</td><td>39</td><td>19</td><td>3</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>	интер-валы	0.6-1.6	1.6-2.6	2.6-3.6	3.6-4.6	4.6-5.6	5.6-6.6	6.6-7.6	частоты	178	408	266	108	31	6	3	интервалы	0.0-4.5	4.5-9.0	9.0-13.5	13.5-18.0	18.0-22.5	22.5-27.0	27.0-31.5	31.5-36.0	36.0-40.5	40.5-45.0	частоты	114	445	283	95	39	19	3	1	0	1
интер-валы	0.6-1.6	1.6-2.6	2.6-3.6	3.6-4.6	4.6-5.6	5.6-6.6	6.6-7.6																																
частоты	178	408	266	108	31	6	3																																
интервалы	0.0-4.5	4.5-9.0	9.0-13.5	13.5-18.0	18.0-22.5	22.5-27.0	27.0-31.5	31.5-36.0	36.0-40.5	40.5-45.0																													
частоты	114	445	283	95	39	19	3	1	0	1																													
10.	Гипотеза H_0 --- биномиальное распределение $Binom(k = 20, p = 0.6)$. Гипотеза H_1 --- биномиальное распределение $Binom(k = 20, p = 0.5), \alpha = 0.083$ 10 8 11 10 12 11 10 11 9 8 9 9 10 6 11 12 7 12 8 5 10 9 7 9 12 8 8 14 5 10 11 11 11 9 9 12 13 11 11 7 7 10 9 12 9 9 10 10 8 12 Гипотеза H_0 --- гамма распределение $Gamma(\lambda = 0.5, \gamma = 4)$. Гипотеза H_1 --- гамма распределение $Gamma(\lambda = 0.4, \gamma = 4), \alpha = 0.092$ 4.21 7.57 6.81 13.57 5.91 13.63 2.20 6.59 10.10 2.03 5.03 4.22 3.56 9.89 4.17 11.01 5.40 7.72 6.58 4.44 7.26 7.53 7.67 10.40 3.93 14.53 5.51 11.35 3.07 3.97 14.87 12.35 10.77 5.94 17.74 5.30 5.38 4.96 3.39 5.92 4.93 4.32 10.97 16.34 12.29 4.32 8.25 5.33 11.84 6.40																																						

	11.	<p>Распределение Пуассона с неизвестным параметром λ, $\alpha = 0.05$</p> <p>Выборка X_1, \dots, X_n</p> <table><tr><td>3</td><td>7</td><td>4</td><td>4</td><td>8</td><td>5</td><td>5</td><td>5</td><td>8</td><td>6</td></tr><tr><td>6</td><td>5</td><td>5</td><td>5</td><td>7</td><td>5</td><td>2</td><td>6</td><td>4</td><td>7</td></tr><tr><td>9</td><td>7</td><td>4</td><td>8</td><td>4</td><td>10</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>2</td></tr><tr><td>4</td><td>10</td><td>6</td><td>6</td><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr><tr><td>3</td><td>3</td><td>4</td><td>8</td><td>3</td><td>10</td><td>1</td><td>5</td><td>9</td><td>6</td></tr></table> <p>Нормальное распределение с неизвестными параметрами m и σ^2, $\alpha = 0.1$</p> <p>Выборка Y_1, \dots, Y_n</p> <table><tr><td>-3.47</td><td>-9.08</td><td>-4.47</td><td>-6.82</td><td>-6.45</td><td>-4.99</td><td>-6.47</td><td>-3.70</td><td>-2.48</td><td>-8.13</td></tr><tr><td>-6.65</td><td>-7.86</td><td>-7.60</td><td>-5.50</td><td>-5.25</td><td>-3.83</td><td>-7.09</td><td>-4.02</td><td>-4.88</td><td>-9.13</td></tr><tr><td>-3.34</td><td>-6.59</td><td>-8.30</td><td>-7.78</td><td>-5.73</td><td>-7.38</td><td>-6.87</td><td>-6.86</td><td>-6.91</td><td>-3.69</td></tr><tr><td>-3.46</td><td>-6.01</td><td>-6.58</td><td>-5.13</td><td>-4.39</td><td>-8.57</td><td>-7.30</td><td>-3.52</td><td>-7.66</td><td>-4.34</td></tr><tr><td>-5.17</td><td>-1.19</td><td>-6.60</td><td>-8.48</td><td>-6.11</td><td>-5.91</td><td>-4.55</td><td>-6.56</td><td>-8.33</td><td>-6.45</td></tr></table>	3	7	4	4	8	5	5	5	8	6	6	5	5	5	7	5	2	6	4	7	9	7	4	8	4	10	4	6	8	2	4	10	6	6	4	3	2	5	6	7	3	3	4	8	3	10	1	5	9	6	-3.47	-9.08	-4.47	-6.82	-6.45	-4.99	-6.47	-3.70	-2.48	-8.13	-6.65	-7.86	-7.60	-5.50	-5.25	-3.83	-7.09	-4.02	-4.88	-9.13	-3.34	-6.59	-8.30	-7.78	-5.73	-7.38	-6.87	-6.86	-6.91	-3.69	-3.46	-6.01	-6.58	-5.13	-4.39	-8.57	-7.30	-3.52	-7.66	-4.34	-5.17	-1.19	-6.60	-8.48	-6.11	-5.91	-4.55	-6.56	-8.33	-6.45
3	7	4	4	8	5	5	5	8	6																																																																																													
6	5	5	5	7	5	2	6	4	7																																																																																													
9	7	4	8	4	10	4	6	8	2																																																																																													
4	10	6	6	4	3	2	5	6	7																																																																																													
3	3	4	8	3	10	1	5	9	6																																																																																													
-3.47	-9.08	-4.47	-6.82	-6.45	-4.99	-6.47	-3.70	-2.48	-8.13																																																																																													
-6.65	-7.86	-7.60	-5.50	-5.25	-3.83	-7.09	-4.02	-4.88	-9.13																																																																																													
-3.34	-6.59	-8.30	-7.78	-5.73	-7.38	-6.87	-6.86	-6.91	-3.69																																																																																													
-3.46	-6.01	-6.58	-5.13	-4.39	-8.57	-7.30	-3.52	-7.66	-4.34																																																																																													
-5.17	-1.19	-6.60	-8.48	-6.11	-5.91	-4.55	-6.56	-8.33	-6.45																																																																																													