

## 4. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЦЕПЯХ ВТОРОГО ПОРЯДКА

### 4.1. Краткие теоретические сведения

Под переходным процессом понимают режим работы электрической цепи, являющийся следствием различного рода коммутаций: включение и отключение источников или приемников энергии, изменение параметров элементов и др. На схеме электрической цепи начало переходного процесса ( $t=0$ ) соответствует моменту включения или выключения ключа, коммутация которого считается мгновенной.

Система уравнений для токов и напряжений в переходном режиме составляется по законам Кирхгофа для мгновенных значений с учетом дифференциальных соотношений для индуктивных и емкостных элементов:

$$u_L = L \frac{di_L}{dt}, \quad i_C = C \frac{du_C}{dt}.$$

В результате преобразования системы уравнений получают неоднородное линейное дифференциальное уравнение для искомой переменной, например, тока  $i(t)$  в некоторой ветви:

$$a_2 \frac{d^2 i}{dt^2} + a_1 \frac{di}{dt} + a_0 = f(t).$$

Это дифференциальное уравнение соответствует схеме с двумя реактивными элементами.

Классический метод решения уравнения заключается в представлении искомой функции в виде суммы принужденной и свободной составляющих:

$$i(t) = i_{\text{пр.}}(t) + i_{\text{св.}}(t).$$

Расчет установившегося режима в цепи после коммутации позволяет найти  $i_{\text{пр.}}(t)$  — частное решение неоднородного дифференциального уравнения.

Свободная составляющая является общим решением линейного однородного дифференциального уравнения:

$$a_2 \frac{d^2 i_{\text{св.}}}{dt^2} + a_1 \frac{di_{\text{св.}}}{dt} + a_0 = 0.$$

По этому уравнению записывается характеристическое алгебраическое уравнение (оператор  $\frac{d}{dt}$  заменяется на переменную  $p$ ):

$$a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0.$$

Характеристическое уравнение может быть получено непосредственно по схеме электрической цепи. Для этого надо найти комплексное входное сопротивление  $Z_{\text{вх}}(j\omega)$  относительно разрыва любой ветви схемы после коммутации, заменить в нем оператор  $j\omega$  на  $p$  и приравнять к нулю:

$$Z_{\text{вх}}(p) = a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0.$$

Вид свободной составляющей тока зависит от корней характеристического уравнения.

Если корни — действительные разные ( $p_1 \neq p_2$ ), то

$$i_{\text{св}}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}.$$

Если корни — действительные равные ( $p_1 = p_2 = p$ ), то

$$i_{\text{св}}(t) = A_1 e^{p t} + A_2 t e^{p t}.$$

Если корни — комплексно-сопряженные ( $p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega$ ), то соответствующую им сумму удобно представить в виде

$$i_{\text{св}}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} = e^{-\alpha t} \cdot (A_1 e^{+j\omega t} + A_2 e^{-j\omega t}) = A e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \psi).$$

Постоянные интегрирования ( $A_1, A_2$ ) или ( $A, \psi$ ) определяются по начальным условиям для искомой функции  $i(0+)$  и ее производной  $\frac{di}{dt}(0+)$ .

Независимые начальные условия — это неизменные в момент коммутаций ток в индуктивном элементе  $i_L(0+) = i_L(0-)$  и напряжение на емкостном элементе  $u_C(0+) = u_C(0-)$ , что соответствует законам коммутации.

Зависимые начальные условия для переходных функций и их производных определяются по независимым начальным условиям и законам Кирхгофа для мгновенных значений в момент непосредственно после коммутации ( $t = 0+$ ).

**Операторный метод** расчета переходных процессов предполагает составление по заданной схеме во временной области эквивалентной операторной схемы.

Источники ЭДС  $e(t)$  и тока  $j(t)$ , во временной области, называемые оригиналами, заменяются их операторными изображениями  $E(p)$  и  $J(p)$ , определяемыми по таблицам соответствия оригиналов и изображений.

Значения токов в индуктивных элементах  $i_L(0_-)$  и напряжений на емкостных элементах  $u_C(0_-)$  находятся в результате расчета электрической цепи в режиме, предшествующем коммутации.

Эквивалентная операторная схема составляется с использованием соответствующих схем замещения элементов цепи во временной и операторной областях (табл.4.1).

Таблица 4.1

Временная область	Операторная область

По операторной схеме известными методами расчета электрических цепей находятся изображения искомых токов и напряжений в виде рациональных дробей:

$$F(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$$

По найденным изображениям определяются оригиналы – переходные токи и напряжения во временной области.

Для перехода от изображения искомой функции  $F(p)$  к ее оригиналу можно использовать следующие три способа:

- 1) непосредственное нахождение  $f(t)$  по таблице соответствия оригиналов и изображений;
- 2) представление рациональной дроби изображения для схемы с двумя реактивными элементами

$$F(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{a_1 p + a_0}{b_2 p^2 + b_1 p + b_0},$$

в виде суммы простых дробей с неопределенными коэффициентами

$$F(p) = \frac{A_1}{p - p_1} + \frac{A_2}{p - p_2},$$

где  $A_1, A_2$  — неопределенные коэффициенты;

$p_1, p_2$  — действительные разные корни полинома  $F_2(p) = 0$ .

При этом искомая функция — оригинал имеет вид:

$$f(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}.$$

3) использование теоремы разложения, согласно которой при разных действительных корнях  $p_1, p_2$  полинома  $F_2(p) = 0$  оригинал изображения  $F(p)$  имеет вид:

$$f(t) = \frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{F_1(p_2)}{F_2'(p_2)} e^{p_2 t}, \quad F_2'(p) = \frac{dF_2(p)}{dp}.$$

Если один из корней  $F_2(p)$  равен нулю, т.е.  $F_2(p) = pF_3(p)$ , то

$$f(t) = \frac{F_1(0)}{F_3(0)} + \frac{F_1(p_1)}{p_1 F_3'(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{F_1(p_2)}{p_2 F_3'(p_2)} e^{p_2 t}.$$

Если  $F_2(p)$  имеет пару комплексно-сопряженных корней  $p_{1,2} = \pm j\omega$ , то

$$f(t) = 2 \operatorname{Re} \left[ \frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} e^{p_1 t} \right].$$

При наличии нулевого корня, т.е.  $F_2(p) = pF_3(p)$ ,

$$f(t) = \frac{F_1(0)}{F_3(0)} + 2 \operatorname{Re} \left[ \frac{F_1(p_1)}{p_1 F_3'(p_1)} e^{p_1 t} \right].$$

## 4.2. Расчетно-графическая работа № 2

### «Переходные процессы в цепях второго порядка»

Для схем, представленных на рис. 4.1, с параметрами указанными в табл. 4.2 (в соответствии с вариантом и номером группы), выполнить расчет переходного процесса.

#### ЗАДАНИЯ

1. Классическим методом рассчитать, в соответствии с вариантом, (см. табл. 4.2) зависимости токов и напряжения после замыкания ключа.
2. Определить длительность переходного процесса.
3. Построить графики найденных зависимостей токов и напряжений.
4. Определить ток  $i_2(t)$  операторным методом, используя найденные ранее начальные условия для непрерывных переменных (по указанию преподавателя).

#### УКАЗАНИЯ

1. Номер варианта и схемы выбирается по номеру, под которым фамилия студента записана в журнале. Номер группы указывается преподавателем.
2. Выполняемый расчет оформляется студентами на листах формата А4 в соответствии с требованиями, предъявляемыми к оформлению расчетно-графических работ.

Таблица 4.2

Вариант	E, В	R1, Ом	R2, Ом	R3, Ом	L, мГн	C, мкФ (по группам)					Рассчитываемые зависимости
						№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	100	25	5	100	125	40	50	60	70	80	$i_1(t), i_3(t), u_L(t)$
2	100	25	10	10	125	50	60	70	80	90	$i_1(t), i_2(t), u_C(t)$
3	100	50	5	5	125	60	70	80	90	100	$i_1(t), i_2(t), u_C(t)$
4	100	25	10	10	125	70	80	90	100	110	$i_1(t), i_3(t), u_L(t)$
5	100	50	5	5	125	80	90	100	110	120	$i_1(t), i_3(t), u_C(t)$
6	100	25	100	50	125	90	100	110	120	130	$i_1(t), i_3(t), u_L(t)$
7	100	25	10	10	125	100	110	120	130	140	$i_1(t), i_3(t), u_L(t)$
8	100	—	25	50	125	110	120	130	140	150	$i_1(t), i_3(t), u_L(t)$
9	100	25	50	—	125	120	130	140	150	160	$i_1(t), i_2(t), u_L(t)$
10	100	25	—	25	125	130	140	150	160	170	$i_1(t), i_2(t), u_L(t)$
11	100	25	—	25	125	190	200	210	220	230	$i_1(t), i_2(t), u_C(t)$
12	100	10	10	—	125	210	220	230	240	250	$i_1(t), i_2(t), u_C(t)$
13	100	—	25	50	125	150	160	170	180	190	$i_2(t), i_3(t), u_C(t)$
14	100	10	40	—	125	170	180	190	200	210	$i_1(t), i_2(t), u_C(t)$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
15	100	25	-	25	125	180	190	200	210	220	$i_2(t), i_3(t), u_L(t)$
16	100	20	-	5	125	190	200	210	220	230	$i_1(t), i_2(t), u_L(t)$
17	100	50	-	-	125	250	260	270	280	290	$i_1(t), i_2(t), u_C(t)$
18	100	-	-	50	125	260	270	280	290	300	$i_1(t), i_2(t), u_L(t)$
19	100	-	40	50	125	220	230	240	250	260	$i_2(t), i_3(t), u_C(t)$
20	100	50	50	-	125	230	240	250	260	270	$i_1(t), i_2(t), u_C(t)$
21	100	20	5	20	125	130	140	150	160	170	$i_1(t), i_2(t), u_L(t)$
22	100	10	40	40	125	190	200	210	220	230	$i_1(t), i_3(t), u_L(t)$
23	100	25	-	25	125	210	220	230	240	250	$i_2(t), i_3(t), u_C(t)$
24	100	20	-	10	125	150	160	170	180	190	$i_1(t), i_2(t), u_L(t)$

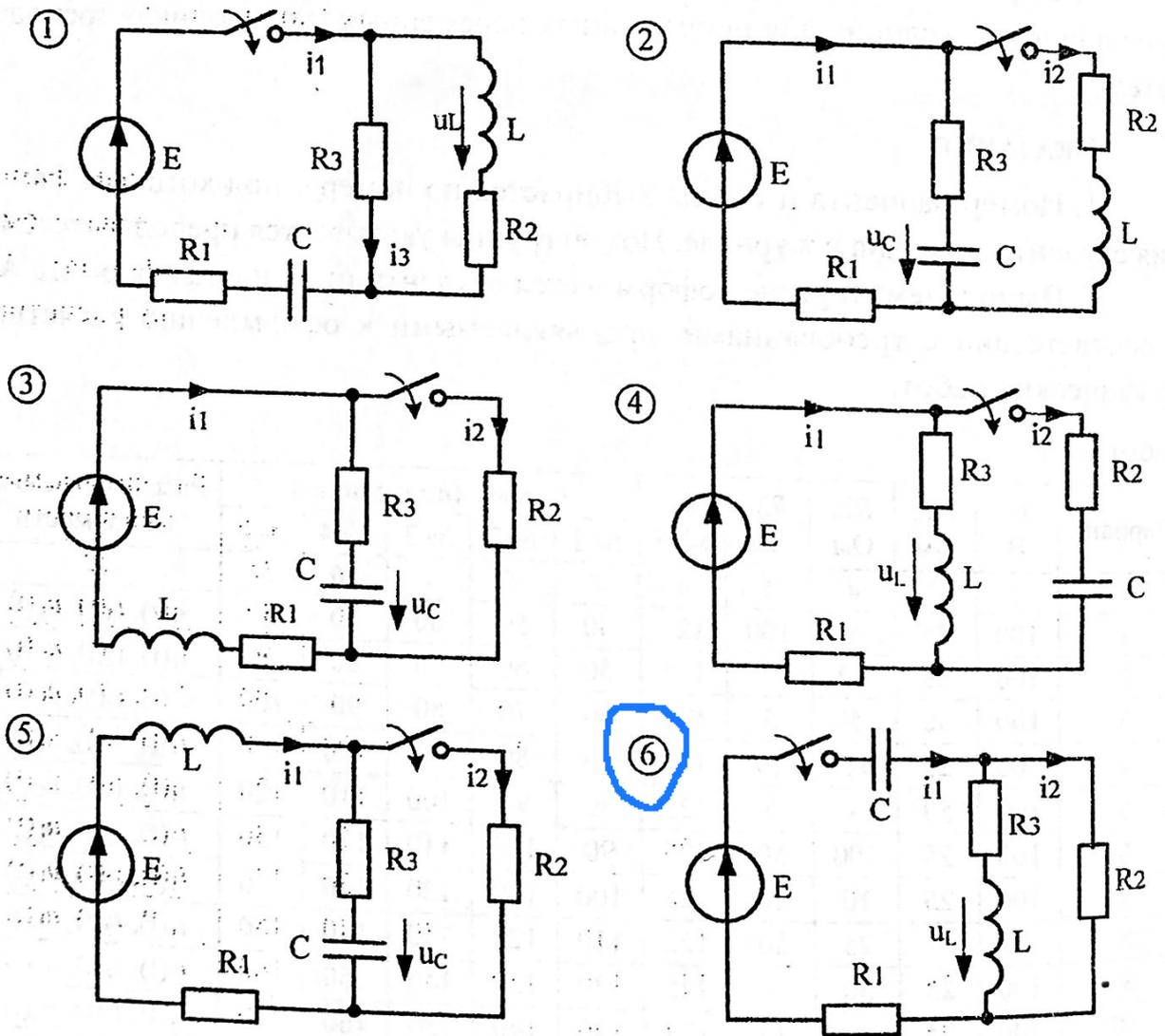
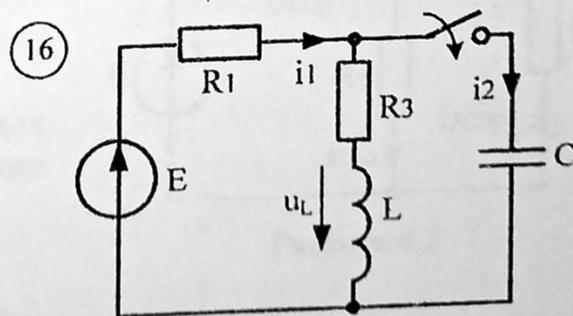
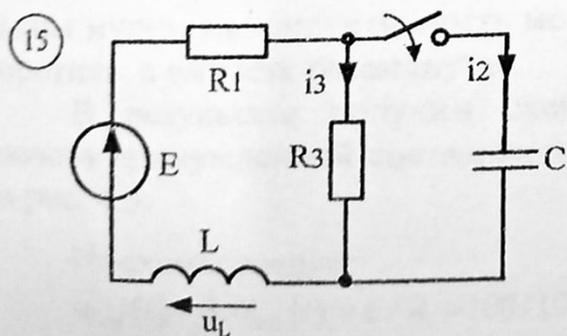
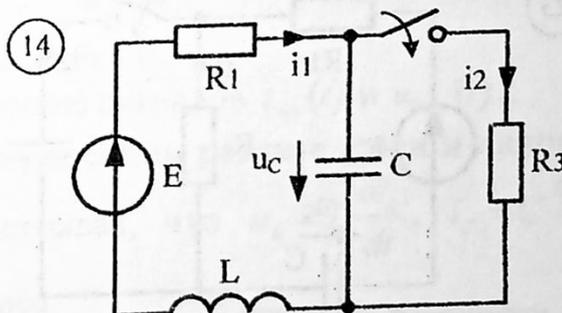
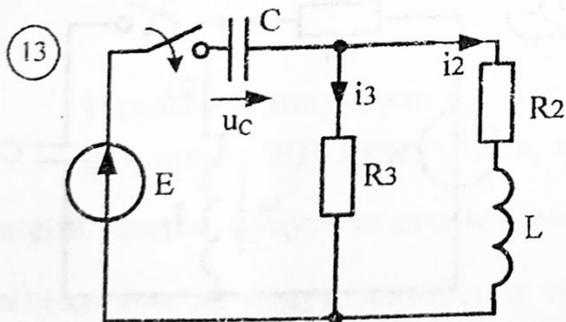
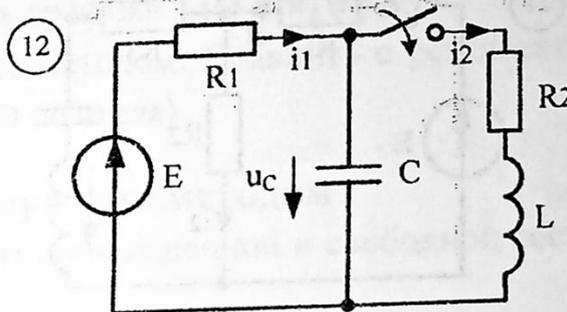
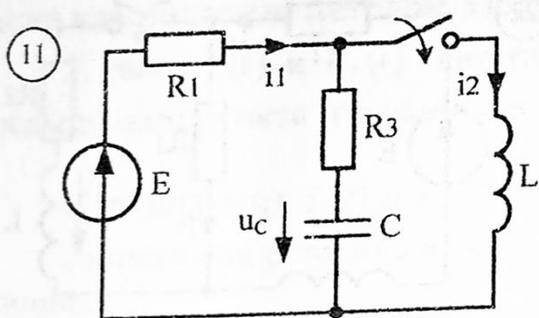
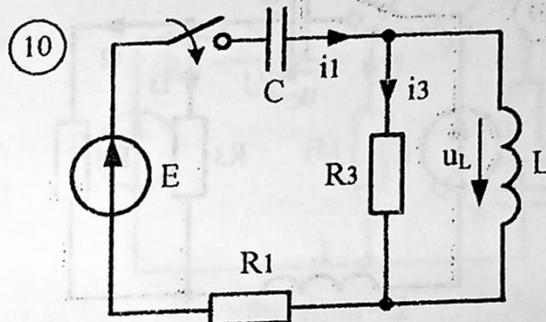
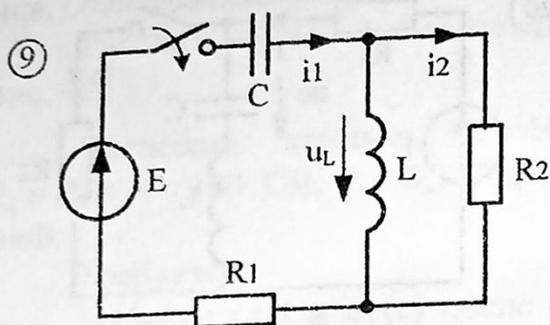
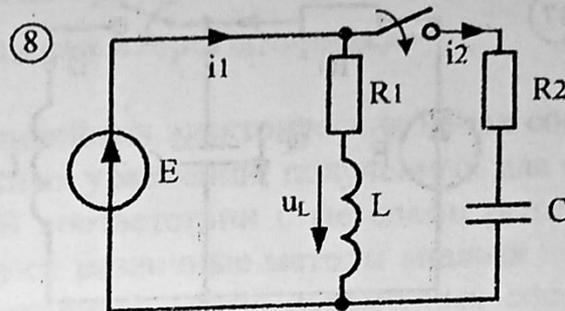
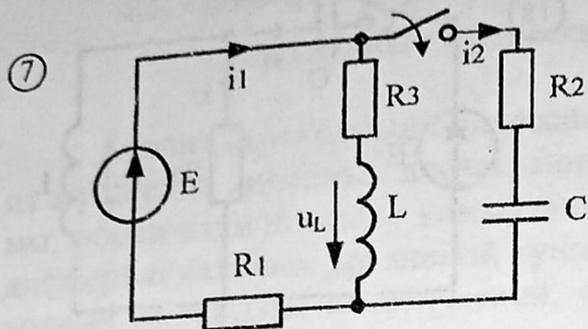
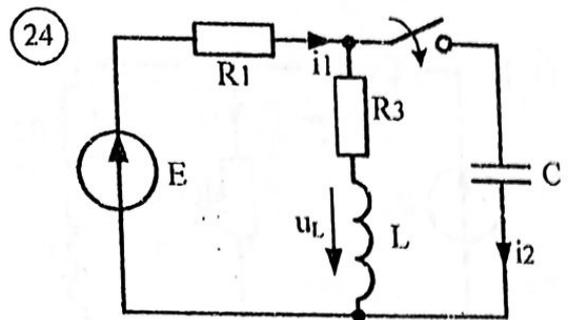
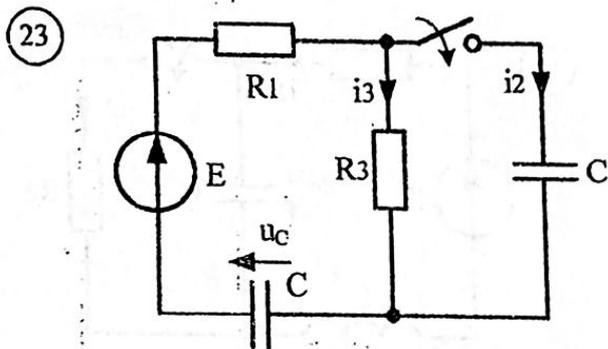
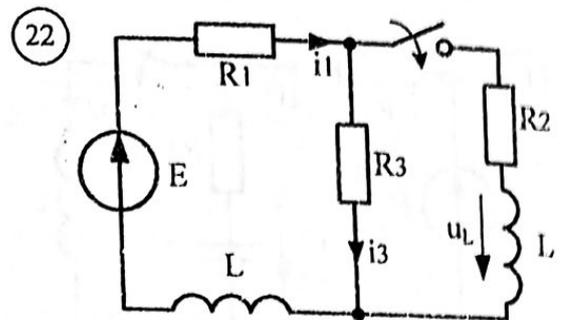
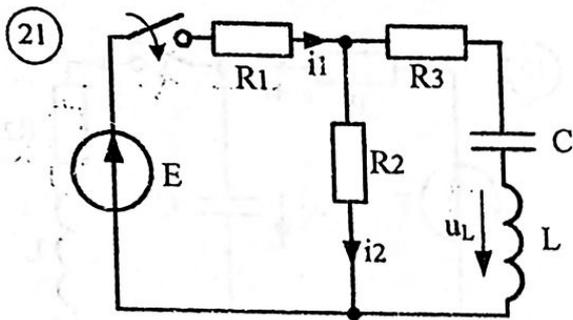
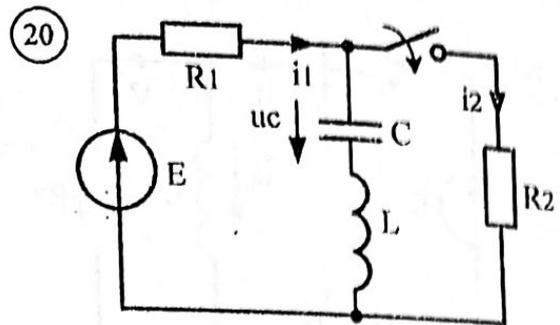
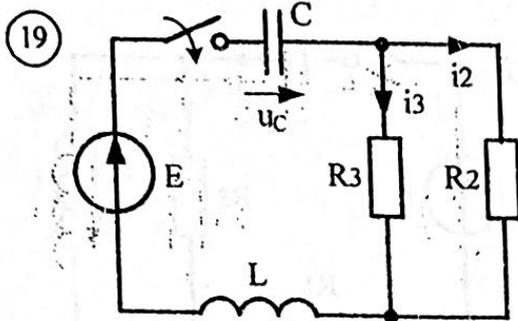
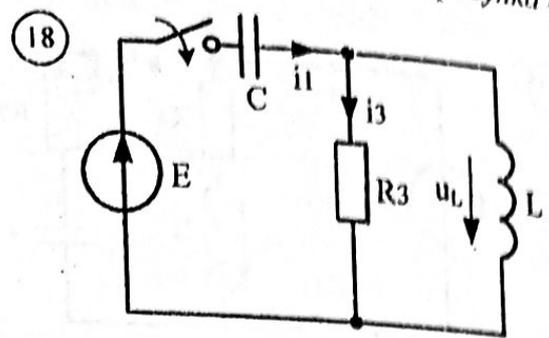
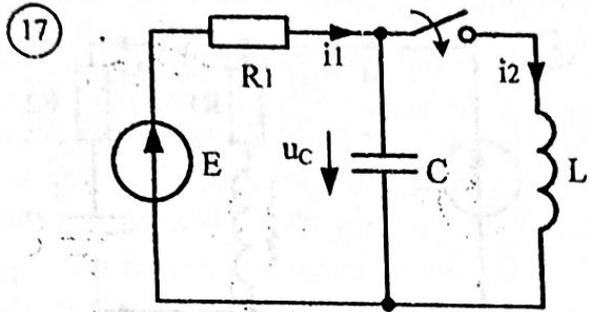


Рисунок 4.1



Окончание рисунка 4.1



### 4.3. Пример выполнения расчетно-графической работы № 2 «Переходные процессы в цепях второго порядка»

Анализ переходных процессов в линейных электрических цепях состоит в решении линейных дифференциальных уравнений, полученных для схемы, образованной после коммутации. В соответствии с методами решения дифференциальных уравнений существуют различные методы анализа переходных процессов: классический, операторный, метод переменных состояния, спектральный и др.

Рассчитываемая схема показана на рис. 4.2.

Числовые данные:  $E = 100$  В,  
 $R_1 = R_2 = R = 100$  Ом,  $L = 0,1$  Гн,  $C = 100$  мкФ.

Требуется:

1. Найти  $i_1(t)$  и  $u_L(t)$  после коммутации классическим методом. Построить графики  $i_1(t)$  и  $u_L(t)$ .
2. Найти  $i_1(t)$  и  $u_L(t)$  операторным методом. Сравнить с результатами предыдущего пункта (по указанию преподавателя).

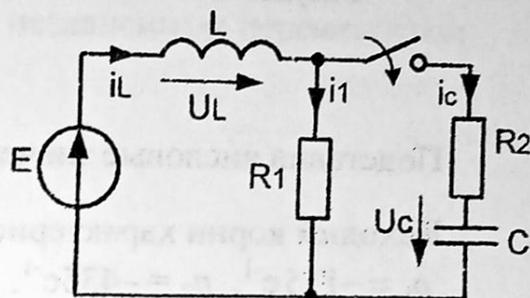


Рисунок 4.2

#### НАХОЖДЕНИЕ $i_1(t)$ и $u_L(t)$ КЛАССИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Записываем решение в виде суммы принужденной и свободной составляющих:

$$i_1(t) = i_{1\text{пр.}} + i_{1\text{св.}}(t);$$

$$u_L(t) = u_{L\text{пр.}} + u_{L\text{св.}}(t).$$

Находим принужденные составляющие сигналов  $i_{1\text{пр.}}(t)$  и  $u_{L\text{пр.}}(t)$ .

Поскольку ЭДС постоянна, в принужденном режиме токи и напряжения в схеме будут постоянными. Учитывая, что  $u_L = L \frac{di_L}{dt}$ ,  $i_C = C \frac{du_C}{dt}$ ,

напряжение на индуктивности и ток через емкость в принужденном режиме будут равны нулю (т.е. индуктивность можно замкнуть, а емкость разомкнуть).

В результате получим схему для расчета принужденной составляющей, как на рис. 4.3.

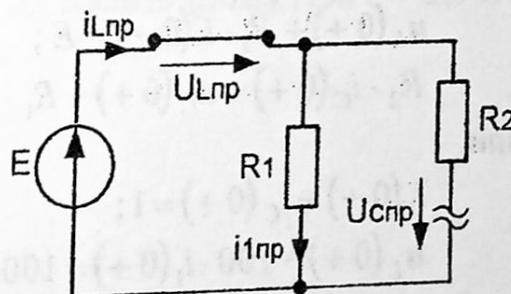


Рисунок 4.3

Из схемы следует

$$u_{L\text{пр.}}(t) = 0, \quad i_{1\text{пр.}}(t) = E / R_1 = 100 / 100 = 1 \text{ А.}$$

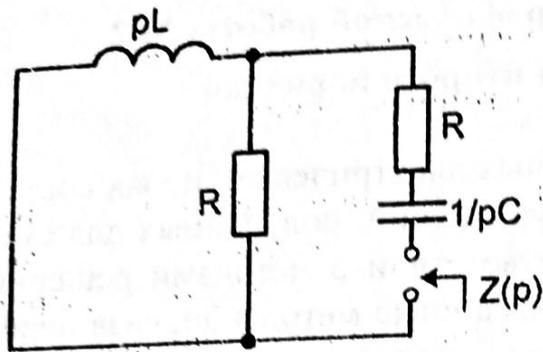


Рисунок 4.4

Далее порядок решения таков:

1. Составляем характеристическое уравнение и находим его корни. Один из способов состоит в нахождении входного операторного сопротивления (рис. 4.4) и в приравнивании его к нулю.

$$Z_{ax}(p) = \frac{1}{pC} + R + \frac{R \cdot p \cdot L}{R + p \cdot L} = 0 \quad \text{или}$$

$$p^2 + \left( \frac{1}{2RC} + \frac{R}{2L} \right) p + \frac{1}{2LC} = 0.$$

Подставив числовые значения, получим:  $p^2 + 550p + \frac{10^5}{2} = 0$ .

Находим корни характеристического уравнения:

$$p_1 = -115 \text{ с}^{-1}, \quad p_2 = -435 \text{ с}^{-1}.$$

Корни — действительные разные. Поэтому решение ищем в виде

$$u_L(t) = B_1 \cdot e^{-115t} + B_2 \cdot e^{-435t},$$

$$i_1(t) = i_{1пр} + i_{1св} = 1 + A_1 \cdot e^{-115t} + A_2 \cdot e^{-435t}.$$

2. Рассчитываем независимые начальные условия из режима до коммутации:

$$i_L(0-) = \frac{E}{R} = 1 \text{ А}, \quad u_C(0-) = 0.$$

Согласно законам коммутации

$$i_L(0+) = i_L(0-) = \frac{E}{R} = 1 \text{ А}, \quad u_C(0+) = u_C(0-) = 0.$$

3. Находим зависимые начальные условия по уравнениям Кирхгофа для схемы, образованной после коммутации:

$$i_L(0+) = i_1(0+) + i_C(0+);$$

$$u_L(0+) + R_1 \cdot i_1(0+) = E;$$

$$R_2 \cdot i_C(0+) + u_C(0+) - R_1 \cdot i_1(0+) = 0;$$

или

$$i_1(0+) + i_C(0+) = 1;$$

$$u_L(0+) + 100 \cdot i_1(0+) = 100;$$

$$100 \cdot i_C(0+) + 0 - 100 \cdot i_1(0+) = 0.$$

Откуда  $i_1(0+) = i_C(0+) = 0,5 \text{ А}$ ,  $u_L(0+) = 50 \text{ В}$ .

Находим начальные условия для производных. Для этого формально дифференцируем систему уравнений, составленных по закону Кирхгофа:

$$i_L'(0+) = i_1'(0+) + i_C'(0+);$$

$$u_L'(0+) + R_1 \cdot i_1'(0+) = 0;$$

$$R_2 \cdot i_C'(0+) + u_C'(0+) - R_1 \cdot i_1'(0+) = 0.$$

При решении системы для производных необходимо предварительно найти «начальные условия для производных независимых переменных»:

$$\frac{di_L(0+)}{dt} = \frac{u_L(0+)}{L} \quad \text{и} \quad \frac{du_C(0+)}{dt} = \frac{i_C(0+)}{C}.$$

$$i_L'(0+) = \frac{u_L(0+)}{L} = \frac{50}{0,1} = 500 \text{ A/c};$$

$$\frac{du_C(0+)}{dt} = \frac{i_C(0+)}{C} = \frac{0,5}{10^{-4}} = 5000 \text{ В/с}.$$

Итак,

$$i_1'(0+) + i_C'(0+) = 500;$$

$$u_L'(0+) + 100 \cdot i_1'(0+) = 0;$$

$$100 \cdot i_C'(0+) + 5000 - 100 \cdot i_1'(0+) = 0.$$

Откуда находим

$$\frac{di_1(0+)}{dt} = 275 \text{ A/c}, \quad \frac{du_L(0+)}{dt} = -27500 \text{ В/с}.$$

Вычисляем начальные условия для искомым переменных и их производных. Найденные начальные условия подставляем в уравнения искомым переходных функций для  $t = 0_+$  и в уравнения их производных при  $t = 0_+$ . Откуда находим постоянные интегрирования:

$$i_1(0+) = 1 + A_1 + A_2;$$

$$i_1'(0+) = -115 \cdot A_1 - 435 \cdot A_2;$$

$$u_L(0+) = B_1 + B_2;$$

$$u_L'(0+) = -115 \cdot B_1 - 435 \cdot B_2$$

Подставляем начальные условия:

$$0,5 = 1 + A_1 + A_2;$$

$$275 = -115A_1 - 435A_2;$$

$$50 = B_1 + B_2;$$

$$-27500 = -115B_1 - 435B_2.$$

Решая записанные выше системы уравнений, находим  $A_1 = 0,179A$ ,  $A_2 = -0,675A$ ,  $B_1 = -18B$ ,  $B_2 = 68B$ . Итак, после коммутации, найденные классическим методом  $i_1(t)$  и  $u_L(t)$ , имеют вид:

$$i_1(t) = 1 + 0,179 \cdot e^{-115t} - 0,675 \cdot e^{-435t} \text{ А};$$

$$u_L(t) = -18 \cdot e^{-115t} + 68 \cdot e^{-435t} \text{ В}.$$

Найдем постоянные времени цепи, определяемые корнями характеристического уравнения:

$$\tau_1 = \frac{1}{|p_1|} = \frac{1}{115} = 8,69 \cdot 10^{-3} \text{ с};$$

$$\tau_2 = \frac{1}{|p_2|} = \frac{1}{435} = 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ с}.$$

Практическое время переходного процесса составляет

$$t_{\text{практ.}} \cong 3\tau_1 = 26,1 \cdot 10^{-3} \text{ с}.$$

Следовательно, графики  $i_1(t)$  и  $u_L(t)$  следует строить в интервале времени  $0 \leq t \leq 26,1 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ .

#### НАХОЖДЕНИЕ $i_1(t)$ И $u_L(t)$ ОПЕРАТОРНЫМ МЕТОДОМ

Рассчитаем  $i_1(t)$  и  $u_L(t)$  операторным методом. Составляем операторную расчетную схему, представленную на рис. 4.5.

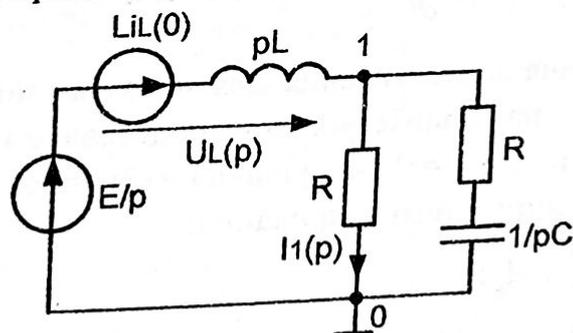


Рисунок 4.5.

Для анализа схемы (рис. 4.5) воспользуемся методом узловых потенциалов:

$$\left( \frac{1}{pL} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R + \frac{1}{pC}} \right) \varphi_1(p) = \frac{1}{pL} \left( \frac{E}{p} + L \cdot i_L(0_-) \right).$$

Находим изображение потенциала первого узла:

$$\varphi_1(p) = \frac{R}{2} \cdot \frac{i_L(0_-)p^2 + \left( \frac{E}{L} + \frac{1}{RC} i_L(0_-) \right) p + \frac{E}{RLC}}{p \left( p^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{RC} + \frac{R}{L} \right) p + \frac{1}{2LC} \right)}.$$

Найдем изображения тока  $i_1(t)$  и напряжения  $u_L(t)$ :

$$I_1(p) = \frac{\varphi_1(p)}{R} = \frac{1}{2} \cdot \frac{i_L(0_-)p^2 + \left( \frac{E}{L} + \frac{1}{RC} i_L(0_-) \right) p + \frac{E}{RLC}}{p \left( p^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{RC} + \frac{R}{L} \right) p + \frac{1}{2LC} \right)}.$$

$$U_L(p) = \frac{E}{p} - \varphi_1(p) = \frac{E}{p} - \frac{R}{2} \cdot \frac{i_L(0_-)p^2 + \left( \frac{E}{L} + \frac{1}{RC} i_L(0_-) \right) p + \frac{E}{RLC}}{p \left( p^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{RC} + \frac{R}{L} \right) p + \frac{1}{2LC} \right)} =$$

$$= \frac{\frac{E}{2} p}{p^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{RC} + \frac{R}{L} \right) p + \frac{1}{2LC}}.$$

Прежде чем переходить к оригиналам, проверим правильность найденных изображений по предельным теоремам:

$$i_1(0+) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot I_1(p) = \frac{1}{2} i_L(0_-) = 0,5 \text{ A},$$

$$i_1(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot I_1(p) = \frac{E}{R} = 1 \text{ A},$$

$$u_L(0+) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot U_L(p) = \frac{E}{2} = 50 \text{ В},$$

$$u_L(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot U_L(p) = 0.$$

Проверка дала положительные результаты.

Подставляем в найденные изображения числовые значения. В результате получаем:

$$I_1(p) = \frac{\varphi_1(p)}{R} = \frac{1}{2} \frac{p^2 + 1100p + 10^5}{p(p^2 + 550p + 10^5/2)} = \frac{F_1(p)}{p \cdot F_3(p)}, \quad F_3'(p) = 2p + 550.$$

Корни полинома знаменателя:

$$p_1 = -115 \text{ с}^{-1}, p_2 = -435 \text{ с}^{-1}.$$

Для перехода к оригиналу воспользуемся формулой разложения

$$i_1(t) = \frac{F_1(0)}{F_3(0)} + \sum_{k=1}^2 \frac{F_1(p_k)}{p_k \cdot F_3'(p_k)} e^{p_k t} = 1 + \frac{1}{2} \frac{(-115)^2 + 1100(-115) + 10^5}{(-115)[2(-115) + 550]} e^{-115t} +$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{(-435)^2 + 1100(-435) + 10^5}{(-435)[2(-435) + 550]} e^{-435t} = 1 + 0,179e^{-115t} - 0,675e^{-435t} \text{ А};$$

$$U_L(p) = \frac{50p}{p^2 + 550p + \frac{10^5}{2}} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}; \quad F_2'(p) = 2p + 550.$$

Находим  $u_L(t)$  по формуле разложения:

$$u_L(t) = \sum_{k=1}^2 \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} e^{p_k t} = \frac{50(-115)}{2(-115) + 550} e^{-115t} + \frac{50(-435)}{2(-435) + 550} e^{-435t} =$$

$$= -18e^{-115t} + 68e^{-435t} \text{ В}.$$

Графики  $i_1(t)$  и  $u_L(t)$  построены с использованием пакета MathCad и представлены на рис. 4.6 и рис. 4.7 соответственно.

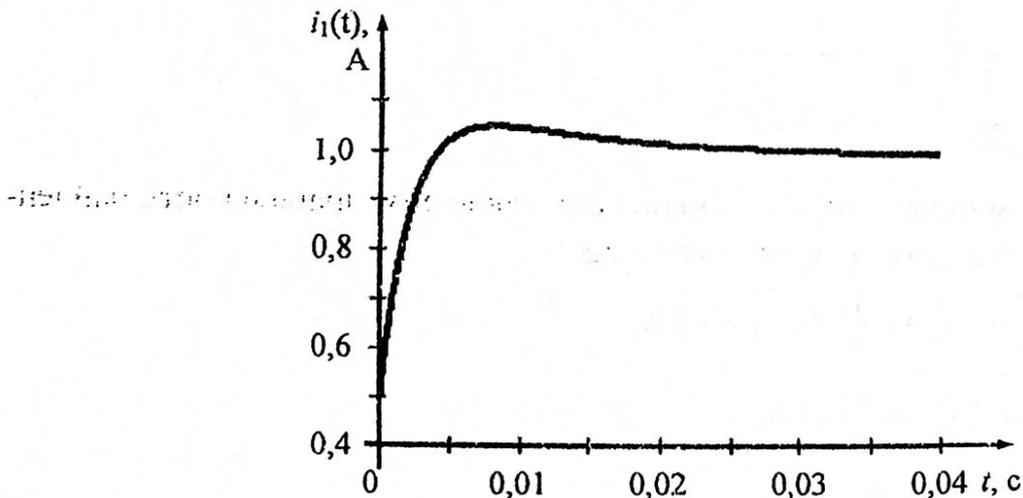


Рисунок 4.6

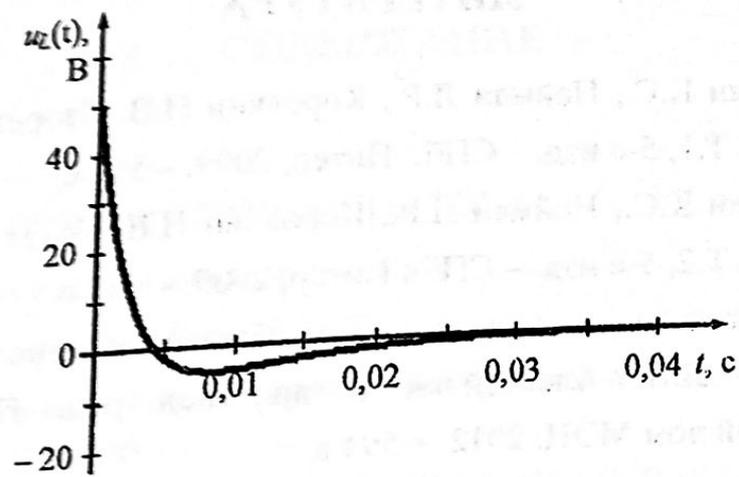


Рисунок 4.7

## ЛИТЕРАТУРА

1. Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В. Теоретические основы электротехники. Т.1, 5-е изд. – СПб.: Питер, 2009. – 512 с.
2. Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В. Теоретические основы электротехники. Т.2, 5-е изд. – СПб.: Питер, 2009. – 432 с.
3. Сборник задач по теоретическим основам электротехники: в 2 т. / П.А. Бутырин, Л.В. Алексейчик и др.; под ред. П.А.Бутырина. – М.: Издательский дом МЭИ. 2012. – 594 с.
4. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи / Бессонов Л.А. – 10-е изд., перераб. и доп. – М.: Гардарики, 2002. – 637 с.