

18. В равностороннем треугольнике  $ABC$  со стороной 24 на сторонах  $AB$  и  $AC$  выбраны точки  $D$  и  $E$  соответственно, причем  $AD = 5$ ,  $AE = 8$ . На стороне  $BC$  выбрана точка  $F$  так, что периметр треугольника  $DEF$  минимален. Найти этот периметр.

19. Описанный многоугольник пересечен прямой, которая делит его на две части равной площади и равного периметра. Доказать, что эта прямая проходит через центр окружности, вписанной в этот многоугольник.

20. В  $\triangle ABC$  отметили на стороне  $AB$  точку  $D$ . Для произвольной точки  $F$  на отрезке  $CD$  провели лучи  $AF$  и  $BF$ , которые пересекают стороны  $BC$  и  $AC$  в точках  $E$  и  $G$  соответственно. Доказать, что независимо от выбора точки  $F$  все прямые  $GE$  проходят через одну и ту же точку плоскости.

21. Квадрат  $ABCD$  вписан в окружность. Точка  $M$  лежит на дуге  $BC$ , прямая  $AM$  пересекает  $BD$  в точке  $P$ , прямая  $DM$  пересекает  $AC$  в точке  $Q$ . Доказать, что  $S_{APQD} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$ .

22. Четырехугольник  $ABCD$  вписан в окружность радиуса  $R$ . На сторонах  $AB$  и  $CD$ , как на диаметрах, построены окружности, одна из которых пересекает диагонали  $AC$  и  $BD$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно, а другая – те же диагонали в точках  $K$  и  $L$ . Сами диагонали пересекаются в точке  $P$ . Известно, что  $BC = 8$ ,  $AD = 26$ ,  $\angle APB > 90^\circ$ , а площади четырехугольников  $ABCD$  и  $MNKL$  относятся как  $169:25$ . Найти  $R$ .

23. Пешеход, мотоциклист и автомобилист двигались в одном направлении. В момент, когда велосипедист догнал пешехода, автомобилист отставал на 10 км. Когда автомобилист догнал пешехода, велосипедист был от них в 2 км. На какое расстояние отставал пе-

шеход в момент, когда автомобилист догнал велосипедиста, если скорости участников движения постоянны?

24. Из пункта  $A$  в пункт  $B$  в некоторый момент времени выехал первый автомобиль. Когда он проезжал пункт  $C$ , расположенный посередине между  $A$  и  $B$  из этого пункта в  $A$  выехал второй автомобиль. Когда первый автомобиль добрался до пункта  $B$  из этого пункта в  $A$  выехал третий автомобиль, который догнал второй автомобиль и приехал в пункт  $A$  на 20 минут раньше, чем второй автомобиль. Определить какую часть расстояния от  $A$  до  $B$  проехал третий автомобиль до встречи со вторым, если известно, что он прибыл в пункт  $A$  через 40 минут после начала движения первого автомобиля.

25. Известно, что  $4x^2 + 9y^2 = 16$ . Какие значения может принимать выражение  $8x + 12y$ .

26. В равнобедренной трапеции  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ) угол при большем основании  $AD$  равен  $80^\circ$ . Длина диагонали равна сумме оснований трапеции. На стороне  $AB$  выбрана точка  $K$  так, что  $AK = AD$ . Найти угол  $KCB$ .

27. В выпуклом четырехугольнике  $ABCD$  проведены диагонали  $AC$  и  $BD$ . Известно, что  $AD = 2$ ,  $\angle ABD = \angle ACD = 90^\circ$  и расстояние между точками пересечения биссектрис треугольников  $ABD$  и  $ACD$  равно  $\sqrt{2}$ . Найти  $BC$ .

28. Через вершины  $A, B, C$  параллелограмма  $ABCD$  со сторонами  $AB = 3, CA = 5$  проведена окружность, пересекающая прямую  $BD$  в точке  $E$ , причем  $BE = 9$ . Найти  $BD$ .

29. Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$ . Найти площадь параллелограмма, если  $BC = 12$ , а расстояние от точки  $E$  до  $AB$  равно 9.

30. Один из двух отрезков, соединяющих середины противоположных сторон четырехугольника, делит его площадь пополам, а второй – в отношении  $11:17$ . 1). Доказать, что данный четырехугольник – трапеция. 2). Найти основания этой трапеции.

31. В трапеции  $ABCD$  точка  $E$  – середина основания  $AD$ , точка  $M$  – середина боковой стороны  $AB$ . Отрезки  $CE$  и  $DM$  пересекаются в точке  $O$ . 1). Доказать, что площадь четырехугольника  $AMOE$  и площадь треугольника  $COD$  равны. 2). Найти отношение площади четырехугольника  $AMOE$  к площади трапеции  $ABCD$ , если  $BC = 3, AD = 4$ .

32. Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность с центром на катете  $AC$  касается гипотенузы  $AB$  и пересекает катет  $BC$  в точке  $P$ , причем  $BP:PC = 2:3$ . Найти отношение радиуса окружности к  $BC$ , если  $AC:BC = 4:5$ .