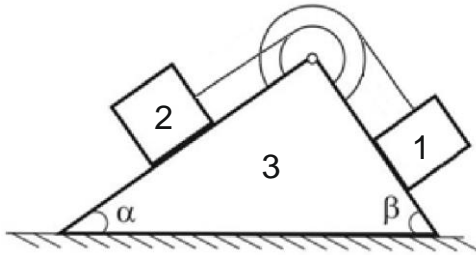


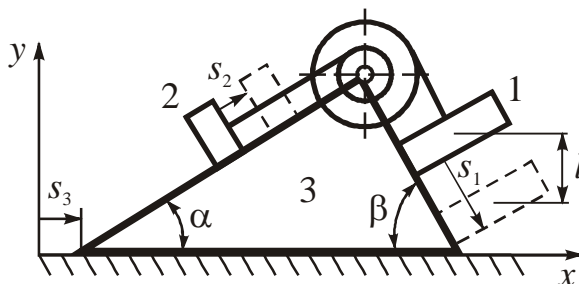
Задача Д2

Для заданной механической системы определить перемещение призмы (носителя) по гладкой горизонтальной поверхности при опускании груза 1 на высоту l , если в начальный момент времени призма и грузы находились в покое. Нить считать невесомой и нерастяжимой. Во время движения механической системы вертикальные участки нитей сохраняют свое направление. P_1 – вес груза 1, P_2 – вес груза 2, P_3 – вес призмы вместе с вращающимся блоком.



Вариант 32						
α , град	β , град	P_1 , кН	P_2 , кН	P_3 , кН	r/R	l , м
30	60	1,4	0,36	2,0	0,5	1,4

Решение



1. Запишем дифференциальное уравнение теоремы о движении центра масс механической системы в проекции на ось x :

$$M \frac{d^2 x_C}{dt^2} = \Sigma F_{kx}^e.$$

Проекция активных внешних сил на ось x равны 0,

$$M \frac{d^2 x_C}{dt^2} = 0,$$

где $M = m_1 + m_2 + m_3 = m_A + m_B + m_C = \frac{P_1 + P_2 + P_3}{g}$ – масса всей системы, $m_1 = \frac{P_1}{g}$,

$$m_2 = \frac{P_2}{g}, \quad m_3 = \frac{P_3}{g}.$$

Проинтегрируем дифференциальное уравнение дважды:

$$\frac{dx_C}{dt} = C_1, \quad x_C = C_1 t + C_2.$$

Начальные условия: при $t = 0$ $x_{C0} \neq 0$, $\frac{dx_{C0}}{dt} = 0$.

Подставляем начальные условия: $\frac{dx_{C0}}{dt} = C_1$, $x_{C0} = C_2$. Отсюда $C_1 = 0$, $C_2 = x_{C0}$.

Таким образом, для любого момента времени

$$\dot{x}_C = 0, \quad x_C = x_{C0}.$$

Вдоль оси x центр масс механической системы не перемещается, движение тел 1 и 2 возможно только с одновременным движением тела 3.

2. Определим координату центра масс системы в любой момент времени t :

$$x_C = \frac{m_1 x_{C1} + m_2 x_{C2} + m_3 x_{C3}}{M}.$$

Координата центра масс в начальный момент рассматриваемого движения:

$$x_{C0} = \frac{m_1 x_{C10} + m_2 x_{C20} + m_3 x_{C30}}{M}.$$

Перемещение тела 3 обозначим s_3 и примем его направленным в сторону возрастания координаты x . Перемещение тела 1 обозначим s_1 , перемещение тела 2 обозначим s_2 .

Тогда перемещения тел системы:

$$x_{C1} = x_{C10} + s_3 + s_1 \cos \beta = x_{C10} + s_3 + \frac{l}{\sin \beta} \cos \beta,$$

$$x_{C2} = x_{C20} + s_3 + s_2 \cos \alpha = x_{C20} + s_3 + \frac{r}{R} \frac{l}{\sin \beta} \cos \alpha,$$

$$x_{C3} = x_{C30} + s_3.$$

Подставляем выражения для перемещений тел, приравниваем x_C и x_{C0} и выражаем s_3 :

$$\begin{aligned} m_1(x_{C10} + s_3 + \frac{l}{\sin \beta} \cos \beta) + m_2(x_{C20} + s_3 + \frac{r}{R} \frac{l}{\sin \beta} \cos \alpha) + m_3(x_{C30} + s_3) = \\ = m_1 x_{C10} + m_2 x_{C20} + m_3 x_{C30}, \\ -m_1 \frac{l}{\sin \beta} \cos \beta - m_2 \frac{r}{R} \frac{l}{\sin \beta} \cos \alpha \\ s_3 = \frac{\quad}{M}. \end{aligned}$$

Подставляем числовые данные:

$$s_3 = \frac{-\frac{1,4}{9,8} \cdot 1,4 \cdot \frac{\cos 60}{\sin 60} - \frac{0,36}{9,8} \cdot 0,5 \cdot \frac{1,4}{\sin 60} \cos 30}{\frac{1,4}{9,8} + \frac{0,36}{9,8} + \frac{2}{9,8}} = -\frac{0,14}{0,38} = -0,37 \text{ (м)}.$$

Знак «минус» означает, что при заданных параметрах системы положительной координате s_1 тела 1 соответствует координата $s_3 < 0$, т. е. тело 3 перемещается из первоначального положения влево.

Ответ:

$$s_3 = 0,37 \text{ м}.$$