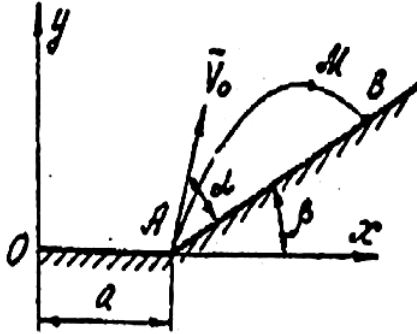


Задача Д1

Материальная точка М брошена из положения А с начальной скоростью \bar{v}_0 , составляющей с горизонтом угол α . Сопротивлением среды пренебречь.

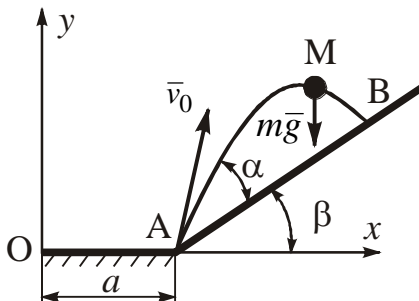
Определить:

- уравнения движения точки М;
- абсциссу x_B места падения точки;
- время полета точки Т.



Вариант					
4		7		7	9
v_0 , м/с	β (град)	a (м)	α (град)	b (м)	№ схемы
100	60	3	15	-	9

Решение



1. Рассмотрим движение материальной точки. Движение происходит под действием только силы тяжести.

Начальные условия:

при $t = 0$: $x_0 = x(0) = a = 3$ м, $y_0 = y(0) = 0$,

$$v_{0x} = \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} = v_0 \cos(\alpha + \beta), \quad v_{0y} = \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} = v_0 \sin(\alpha + \beta).$$

Активные силы: $m\bar{g}$.

Связи: нет.

Реакции связей: нет.

Система сил: $\{m\bar{g}\}$.

2. Применяем основной закон динамики материальной точки. Запишем дифференциальные уравнения движения точки при координатном способе задания движения (в проекциях на оси координат):

$$m\bar{a} = m\bar{g},$$

$$x: m \frac{d^2 x}{dt^2} = 0,$$

$$y: m \frac{d^2 y}{dt^2} = -mg.$$

Выполним двойное интегрирование:

$$\frac{dx}{dt} = C_1, \quad x = C_1 t + C_2;$$

$$\frac{dy}{dt} = -gt + C_3, \quad y = -\frac{gt^2}{2} + C_3 t + C_4.$$

Найдем неизвестные константы, используя начальные условия:

$$x(0) = C_1 \cdot 0 + C_2 = 3, \quad C_2 = 3;$$

$$y(0) = -\frac{g \cdot 0^2}{2} + C_3 \cdot 0 + C_4 = 0, \quad C_4 = 0;$$

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} = v_0 \cos(\alpha + \beta) = C_1, \quad C_1 = v_0 \cos(\alpha + \beta);$$

$$\left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} = v_0 \sin(\alpha + \beta) = -g \cdot 0 + C_3, \quad C_3 = v_0 \sin(\alpha + \beta).$$

Получены закон изменения скорости и закон движения материальной точки:

$$\begin{cases} v_x(t) = \frac{dx}{dt} = v_0 \cos(\alpha + \beta) \\ v_y(t) = \frac{dy}{dt} = -gt + v_0 \sin(\alpha + \beta) \\ x(t) = v_0 t \cos(\alpha + \beta) + 3 \\ y(t) = -\frac{gt^2}{2} + v_0 t \sin(\alpha + \beta) \end{cases}$$

$$\text{Уравнения движения точки М: } \begin{cases} x(t) = 25,9t + 3 \\ y(t) = -4,9t^2 + 96,6t \end{cases}$$

3. Для определения координаты x_B места падения и времени полёта T запишем закон движения материальной точки для конечного момента времени ($t = T$), когда точка М прилетает в точку В:

$$\begin{cases} x(T) = x_B = 25,9T + 3 \\ y(T) = y_B = -4,9T^2 + 96,6T \end{cases}$$

С использованием геометрии схемы задачи определим координаты точки В:

$$\begin{cases} x_B = a + AB \cos \beta = 3 + 0,5AB \\ y_B = AB \sin \beta = 0,87AB \end{cases}$$

Тогда

$$\frac{0,87AB}{0,5AB} = \frac{-4,9T^2 + 96,6T}{25,9T},$$

$$1,74 = -0,19T + 3,73.$$

Время полета: $T = 10,5$ с.

Определим абсциссу x_B места падения:

$$x_B = 25,9 \cdot 10,5 + 3 = 274,95 \text{ м.}$$

Ответ:

$$T = 10,5 \text{ с, } x_B = 274,95 \text{ м.}$$