Методические указания к выполнению контрольной работы по дисциплине

«Специальные главы математического анализа»

**1. Общие указания.**

Перед решением контрольной работы следует полностью выписать её условие. Решения задач располагайте в порядке возрастания номеров, указанных в задании.

Решения следует излагать, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения. Необходимые рисунки следует помещать в тексте по ходу решения. Ответы в конце решения задачи следует выделять.

При необходимости используйте справочник по элементарной и высшей математике, прилагаемый к курсу (далее – ***Справочник***).

Контрольную работу следует посылать отдельным файлом, помещая в начале титульный лист.

Работа может быть зачтена даже в случае незначительных ошибок в решении, но может быть возвращена на доработку в случае существенной ошибки.

**2. Примеры решения задач.**

**Задача 1**. *Найти частное решение дифференциального уравнения*

*, удовлетворяющего начальному условию .*

**Решение.**

Разделим обе части уравнения на : .

Полученное уравнение есть однородное дифференциальное уравнение 1 порядка. Сделаем замену: , , .

Получим ; ; 

Разделим переменные: ; .

Интегрируем обе части равенства

; 

Упрощая, получим  или .

Выполним обратную замену : .

Получено общее решение данного уравнения. Найдем частное решение по данному начальному условию (решим задачу Коши).

При  имеем , .

Таким образом,  или .

**Ответ** 

**Задача 2.**

*Найти частное решение дифференциального уравнения* *, удовлетворяющее начальным условиям , двумя способами:*

1. *классическим и 2) операционным.*
2. **Решение классическим методом.**

Данное уравнение - линейное неоднородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

Его решение находим в виде: , где  - общее решение соответствующего однородного уравнения ,  - какое-либо частное решение исходного уравнения.

Решим соответствующее однородное уравнение. Составим характеристическое уравнение и найдем его корни:

 

Итак, данное уравнение имеет два различных действительных корня.

Общее решение однородного уравнения имеет вид:

 , где и произвольные постоянные.

Так как правая часть уравнения совпадает с одним из базисных решений, то частное решение нашего уравнения следует искать в виде:



Найдем неопределенный коэффициент *А.* Для этого подставим  в исходное уравнение:

.

;  ; .

Следовательно, и общее решение данного уравнения примет вид:



Найдем теперь частное решение, используя начальные условия. Заметим, что

Имеем  и . Тогда

 ИЛИ 

Получаем: 

**ОТВЕТ: **

1. **Решение операционным методом.**

Найдем изображение исходного уравнения. Обозначим изображение искомой функции Y(p), т.е. 

Используя теорему о дифференцирования оригинала, получим:





Изображение правой части 

Изображение уравнения примет вид





Выразим Y(p) :



Для восстановления оригинала разложим дробь на простейшие дроби



Применим метод неопределенных коэффициентов для нахождения А,В и С:



Получим 

Окончательно:



**ОТВЕТ **

**Задача 3. Найти частное решение дифференциального уравнения с заданными начальными условиями операторным методом**



***Решение:***

Пусть искомой функции  соответствует изображение .

На основании теоремы о дифференцировании оригинала:



Для заданных начальных условий :

.

Изображение функции , находим по таблице соответствия оригинал-изображение, используя теорему линейности:

.

Запишем уравнение в изображениях:



Разложим дробь на простейшие:



Используя теорему линейности и табличные соотношения, находим решение в оригиналах:



***Ответ:*** .