4. Задача № 4

**Расчет балки на прочность при плоском изгибе**

Таблица 4.1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер строки | *а*, м |  |  |  | ,  кН/м | Номер  схемы | Расположение опоры в точке | Определить прогиб и угол поворота в точке |
| 1 | 0.5 | 1.2 | 0.6 | 0.2 | 6 | 1 | В | С |
| 2 | 1.0 | 1.4 | 0.5 | 0.4 | 8 | 2 | С | В |
| 3 | 1.5 | 1.6 | 0.8 | 0.6 | 10 | 3 | В | С |
| 4 | 2.0 | 1.8 | 1.2 | 0.8 | 12 | 4 | С | В |
| 5 | 2.5 | 2.0 | 1.5 | 1.0 | 14 | 5 | В | С |
| 6 | 1.5 | 1.1 | 1.6 | 0.1 | 16 | 6 | С | В |
| 7 | 2.0 | 1.3 | 1.0 | 0.3 | 11 | 7 | В | С |
| 8 | 1.0 | 1.5 | 1.8 | 0.5 | 9 | 8 | С | В |
| 9 | 2.5 | 1.7 | 2.4 | 0.7 | 7 | 9 | В | С |
| 0 | 0.5 | 1.9 | 2.0 | 0.9 | 5 | 0 | С | В |
|  | *M* | *M* | *K* | *M* | *L* | *N* | *N* | |

4.1. Задание. Для двухопорной балки определить опорные реакции построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов в масштабе, определить максимальный расчетный изгибающий момента  и подобрать номер двутаврового поперечного сечения из расчета на прочность, если допускаемое нормальное напряжение равно = 200 МПа. Числовые данные взять из табл. 4.1, схему-из табл. 4.3. Сосредоточенную силу и момент выразить через величину распределенной нагрузки  и длину  по формулам , .

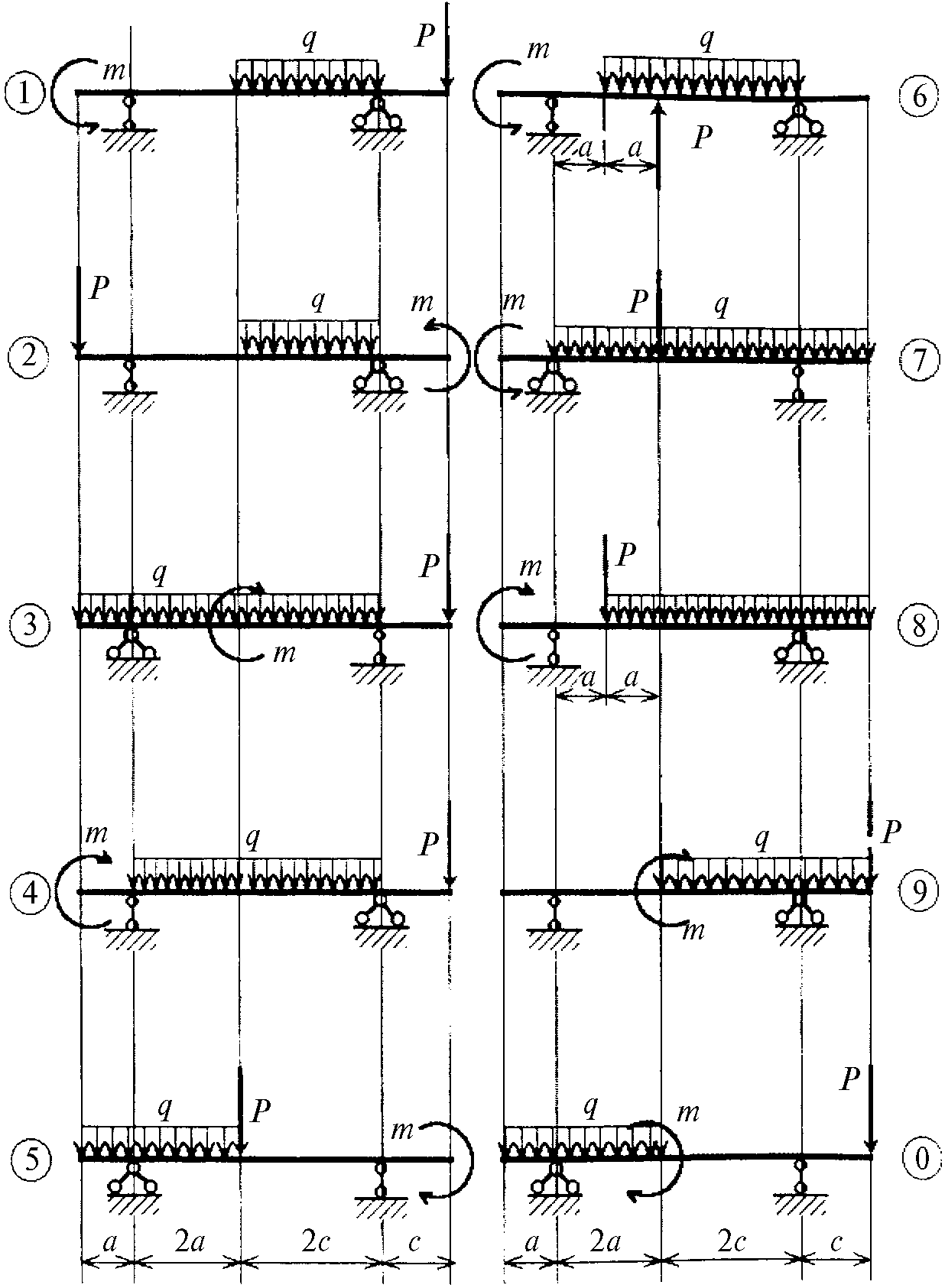
Цифру N определить по правилу, изложенному в условии к задаче 5.

Значения моментов сопротивления  двутавровых сечений (ГОСТ 8239-72) приведены в табл. 4.2.

Таблица 4.2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер двутавра | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 18а | 20 | 20а |
| Wx , см3 | 39,7 | 58,4 | 81,7 | 109 | 143 | 159 | 184 | 203 |
| Номер двутавра | 22 | 22а | 24 | 24а | 27 | 27а | 30 | 30а |
| Wx, см3 | 232 | 254 | 289 | 317 | 371 | 407 | 472 | 518 |
| Номер двутавра | 33 | 36 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 |
| Wx, см3 | 597 | 743 | 953 | 1231 | 1589 | 2035 | 2510 | 3120 |

Таблица 4.3



Руководствуясь эпюрой изгибающих моментов, приблизительно изобразить изогнутую ось балки*.*

4.2. Теоретическая справка

Пусть ось у системы координат расположена в плоскости действия нагрузок, проходящей через продольную ось балки и направлена вверх, а ось х- перпендикулярно этой плоскости от наблюдателя.

Изгиб стержня – это вид нагружения, при котором в поперечных сечениях стержня возникают только изгибающие моменты  и поперечные силы . стержень, работающий на изгиб, называют балкой (рис. 4.1).

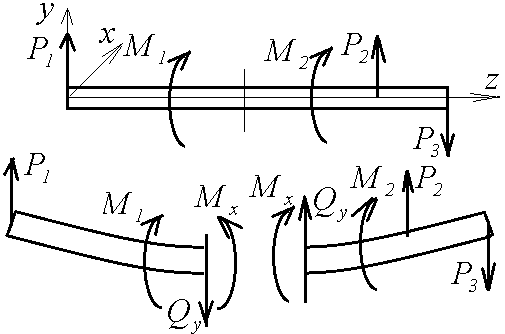
От действия изгибающего момента в каждой точке поперечного сечения балки возникает нормальное напряжение . От действия поперечной силы возникает касательное напряжение . Пусть *Cх , Cу* главные центральные оси поперечного сечения балки, *Cz* – продольная ось балки. Если все внешние силы приложены в плоскости *уCz* (рис. 5.1 а), то реализуется прямой поперечный изгиб балки и напряжения в поперечном сечении определяются по формулам

Рис. 4.1

  (4.1)

где *Мх* – изгибающий момент относительно оси *Cх;*  – осевой момент инерции поперечного сечения относительно оси *Сх*; y – координата точки, в которой определяется напряжение; *b* – ширина поперечного сечения; - статический момент относительно оси *Сх* площади части поперечного сечения, расположенной выше точки с координатой у.

Для длинных балок касательными напряжениями τ, ввиду их малости, пренебрегают и проводят расчет на прочность по нормальным напряжениям

, (4.2)

где - осевой момент сопротивления поперечного сечения при изгибе; - допускаемое нормальное напряжение.

4.3. Пример решения задачи для двухопорной балки

Шарнирно закрепленная на двух опорах стальная двутавровая балка (рис. 4.2, а) нагружена равномерно распределенной по длине нагрузкой интенсивности *q* = 10 кН/м, сосредоточенной силой и моментом, соответствующим  2 и  0.9. Допускаемое нормальное напряжение  МПа, расстояния *a* = 0.5м,  1.9. Требуется построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов в масштабе, определить максимальный изгибающий момента , и подобрать номер двутаврового поперечного сечения из расчета на прочность.

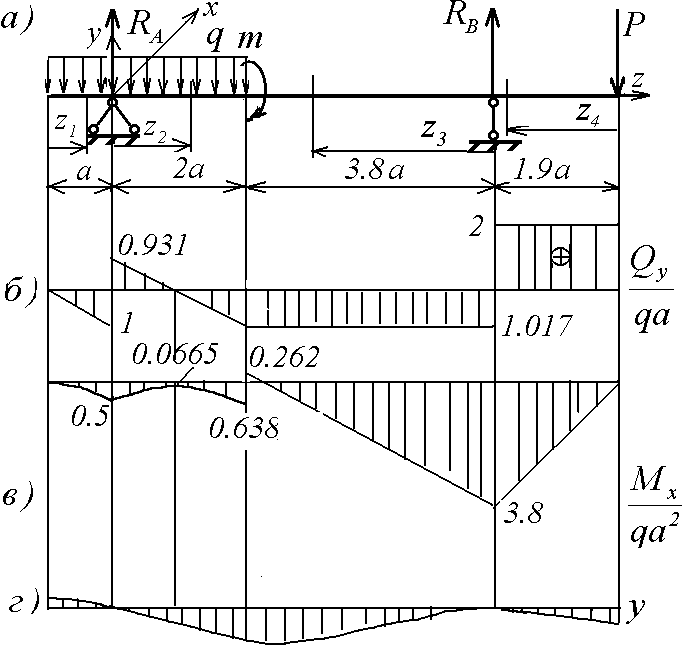
Решение подобных задач ведется в следующем порядке.

Рис. 4.2

а) Строится в масштабе расчетная схема балки (рис. 4.2).

б) Определение опорных реакций.

Балка имеет шарнирно – подвижную опору А и шарнирно – неподвижную опору В. Поскольку система сил, действующих на балку, включает только вертикальные силы и опора В перемещается горизонтально, горизонтальные составляющие реакции в опорах А и В будут равны нулю.

Вертикальные составляющие реакций  и  определим из уравнений равновесия моментов сил относительно точек А и В:

*, .*

*, .*

или

*, .*

Отсюда следует

*, .*

Проверка

, .

в) Составление аналитических выражений изменения изгибающего момента  и поперечной силы  на всех участках.

Балка имеет 4 участка.

1 участок .

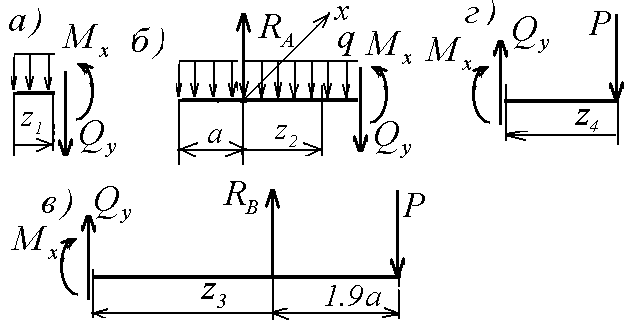
Рассечем мысленно балку на две части поперечным сечением, отстоящим на расстояние *z1* от левого конца балки. Рассматриваем левую отсеченную часть балки. Отбросим правую часть балки, ее действие на левую часть заменим поперечной силой  и изгибающим моментом *Мх.* Их положительные направления показаны на рис. 4.3, а.

Рис. 4.3

Составим уравнения равновесия для сил, действующих на оставшуюся левую часть балки: сумма проекций сил на ось *Cу* равна нулю и сумма моментов относительно оси *Cх* равна нулю:

, *R2 – qz1 – Q* = 0,

, , 

, ,

, , .

Следовательно, при рассмотрении левой отсеченной части балки поперечная сила  равна алгебраической сумме вертикальных внешних сил, расположенных слева от поперечного сечения, при этом положительные слагаемые в сумме – силы направленные вверх, отрицательные слагаемые – силы направленные вниз. Изгибающий момент *Мх* равен сумме моментов относительно оси *Сх*, проходящей через центр тяжести *С* поперечного сечения. При этом положительные слагаемые в сумме – это моменты, направленные по ходу часовой стрелки, а отрицательные слагаемые – моменты, направленные против хода часовой стрелки.

При рассмотрении правой отсеченной части балки учитываются силы, расположенные справа от поперечного сечения, и применяется обратное правило знаков.

2 участок  1.9.

Рассматриваем левую отсеченную часть балки (рис. 4.3 ,б) и записываем, как и для первого участка уравнения равновесия проекций сил и моментов сил. Из этих уравнений получаем

,

Это же выражение можно получить, составляя для рассматриваемой части балки уравнение равновесия сил в проекциях на ось у.

, , 

 -0.5 ,  -0.638 .

Это же выражение можно получить, составляя для рассматриваемой части балки уравнение равновесия моментов сил относительно оси, параллельной оси х и проходящей через центр тяжести сечения.

Экстремальное значение  найдем из условия

,

отсюда .

Поскольку , то кривая  имеет выпуклость вверх и в сечении с координатой   имеет максимальное значение

.

3 участок  2.

Рассматриваем правую отсеченную часть балки (рис. 4.3, в) и записываем, как и выше, уравнения равновесия проекций сил и моментов сил. Из этих уравнений получаем

,

, , .

4 участок  .

Рассматриваем правую отсеченную часть балки (рис. 4.3, г) и записываем, как и выше, уравнения равновесия проекций сил и моментов сил. Из этих уравнений получаем

, .

г) По полученным величинам  и  строим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (рис. 4.2 б, в). По эпюре  определяем максимальный по модулю изгибающий момент в поперечных сечениях балки

 3.8= 3.8\*2.5= 9.500 кН\*м.

д) При построении прогиба продольной оси балки следует принять во внимание, что

* в опорных точках прогиб балки равен нулю;
* в точках, в которых изгибающий момент положителен изогнутая продольная ось балки имеет выпуклость вниз;
* в точках, в которых изгибающий момент отрицателен изогнутая продольная ось балки имеет выпуклость вверх;
* в точках, в которых изгибающий момент равен нулю имеется точка перегиба продольной оси балки.

Приблизительный вид изогнутой оси балки показан на рис. 4.2 г.

е) Подбор двутаврового сечения*.*

Расчетная величина момента сопротивления балки

 9.5\*106/200= 47500 мм3= 47.5 см3.

По табл. 4.2 определяем двутавр № 12 с характеристиками  58.4 см3,  350 см4.