

## ТЕМА 4. ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

### Основные понятия, определения и законы

**Трехфазная цепь** представляет собой совокупность трех электрических цепей, в которых действуют синусоидальные ЭДС одинаковой частоты, различающиеся по фазе и создаваемые общим источником энергии. Трехфазная цепь состоит из трех типов элементов: источника электрической энергии (трехфазный генератор), линии передачи и приемников. Каждую из частей трехфазной системы, характеризующуюся одинаковым током называют **фазой**.

Четырехпроводная линия трехфазной системы имеет четыре провода: три линейных, по которым протекают линейные токи  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$  и один нулевой (нейтральный) провод, предназначенный для поддержания одинаковых значений фазных напряжений на всех трех фазах потребителя. По нулевому проводу может протекать уравнивающий ток  $I_0$ , называемый нулевым или **нейтральным током**. **Соединение звездой** – это такое соединение, когда все концы фаз источника соединены в общий узел (на рис.4.1. - точка  $N$ ), которая называется нейтральной (нулевой), а начала фаз соединены с нагрузкой, образующей трехлучевую звезду источников (рис. 4.1).

Провода, соединяющие начала фаз обмоток генератора и приемника, называются **линейными**. Провод, соединяющий нейтральную точку генератора и приемника - **нейтральным**, а провода, соединяющие концы фаз приемника с нулевой точкой - фазными проводами. Токи, текущие от генератора к приемнику по линейным проводам, называются линейными токами, а токи в фазных обмотках генератора или в фазах приемника, называются фазными токами.

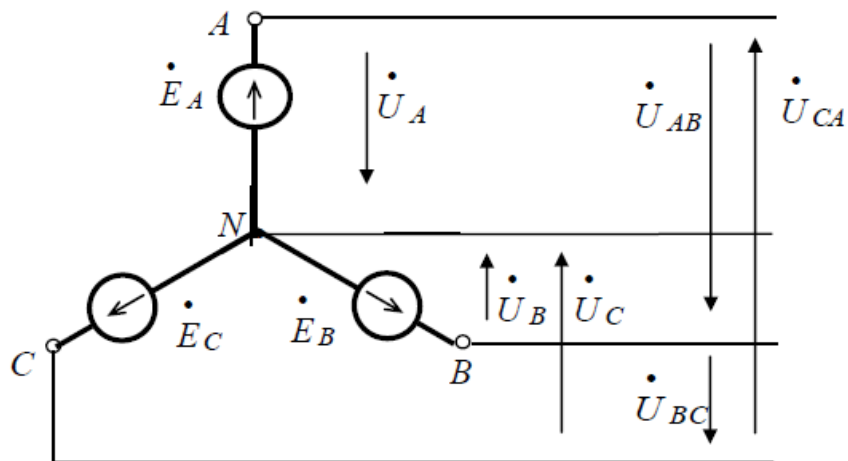


Рис.4.1. Схема соединения фаз источника «звездой»



током и напряжением в каждой фазе. Линейные токи в этом случае равны фазным токам:

$$I_{\text{л}} = I_{\text{ф}}.$$

В соответствии с первым законом Кирхгофа ток в нейтральном проводе

$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C.$$

Если приемники симметричные, то токи в фазах будут равны между собой и сдвинуты по фазе по отношению к соответствующим фазным напряжениям на один и тот же угол. В случае симметричного приемника ток в нейтральном проводе  $I_N=0$ , поэтому необходимость в нейтральном проводе отпадает.

*Потребители электрической энергии при питании от трехфазного источника, как и трехфазные источники электрической энергии, могут быть соединены в треугольник (рис.4.3.).*

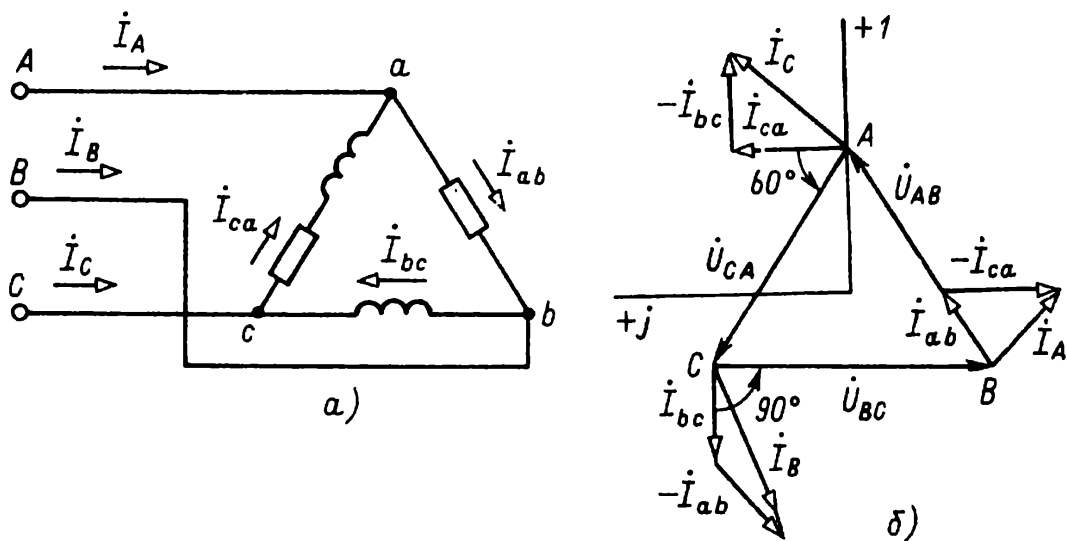


Рис.4.3. Схема замещения (а) и векторная диаграмма (б) трехфазной цепи при соединении фаз приемника треугольником

Такое соединение получится, если фазы приемника с сопротивлениями  $\underline{Z}_{ab}, \underline{Z}_{bc}, \underline{Z}_{ca}$ , включить соответственно между линейными проводами (рис.4.3). При этом фазные напряжения приемника равны соответствующим линейным напряжениям источника питания

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{AB}, \quad \dot{U}_{bc} = \dot{U}_{BC}, \quad \dot{U}_{ca} = \dot{U}_{CA},$$

а линейные токи в  $\sqrt{3}$  раз больше, чем токи в фазах потребителя

$$I_{\text{л}} = \sqrt{3} I_{\text{ф}}.$$

При этом все фазные токи равны по величине и отличаются друг от друга по фазе на  $120^\circ$ . То же самое относится и к линейным токам

Токи в фазах приемника определяются по формулам

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\underline{Z}_{ab}}, \quad \dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{BC}}{\underline{Z}_{bc}}, \quad \dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{CA}}{\underline{Z}_{ca}}.$$

В отличие от соединения звездой при соединении треугольником фазные токи не равны линейным. Линейные токи можно определить по

фазным, составив уравнения по первому закону Кирхгофа для узлов а, в и с (рис.4.3,а)

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}, \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}, \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}.$$

Под **активной мощностью трехфазной системы** понимают сумму активных мощностей фаз нагрузки и активной мощности в сопротивлении, включенном в нулевой провод:

$$P = P_A + P_B + P_C + P_0.$$

**Реактивной мощностью трехфазной системы** представляет собой сумму реактивных мощностей фаз нагрузки и реактивной мощности в сопротивлении, включенном в нулевой провод:

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C + Q_0$$

**Полная мощность**

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Если нагрузка в фазах симметричная, то мощности каждой фазы равны и определяются через линейные или через фазные параметры цепи:

$$P_{\text{цепи}} = 3P_{\phi} = 3U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi_{\phi} = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos \varphi_{\phi};$$

$$Q_{\text{цепи}} = 3Q_{\phi} = 3U_{\phi} I_{\phi} \sin \varphi_{\phi} = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \sin \varphi_{\phi};$$

$$S_{\text{цепи}} = 3S_{\phi} = 3U_{\phi} I_{\phi} = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}}.$$

**Комплексной мощностью трехфазной системы** называется сумма комплексных мощностей всех фаз источника энергии, равная сумме комплексных мощностей всех фаз приемника.

### ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ: «ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА»

**Задача 4.1.** На рисунке 4.4., а изображена схема четырехпроводной осветительной сети жилого дома с линейным напряжением  $U=220$  В. В фазы  $A$  и  $B$  включено по 25 ламп, а в фазу  $C$  – 15 ламп, номинальная мощность каждой лампы  $P_{\text{ном}}=60$  Вт, а номинальное напряжение  $U_{\text{ном}}=127$  В. Определить

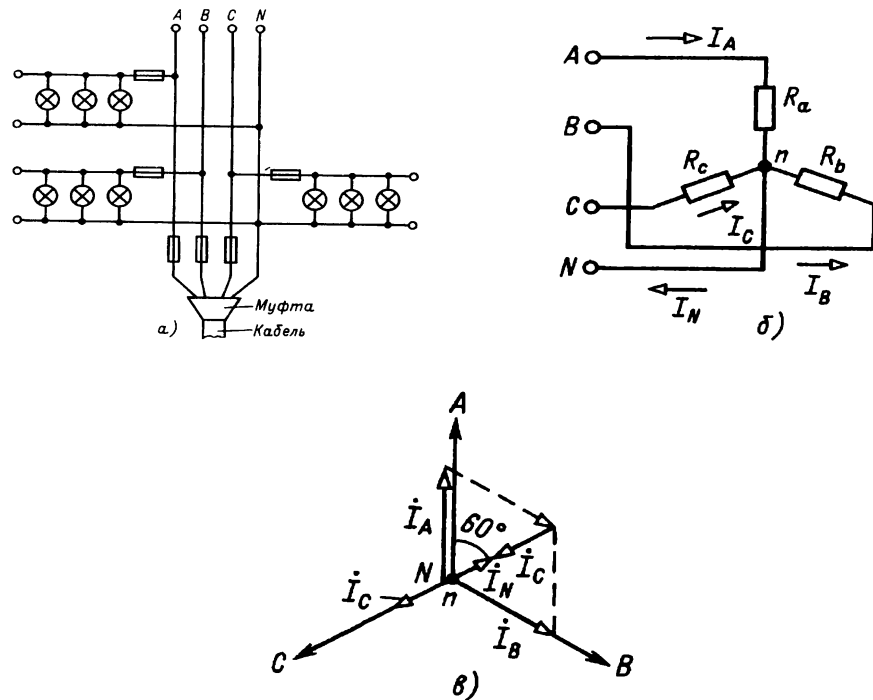


Рис.4.4.

токи в линейных и нейтральных проводах, построить векторную диаграмму токов и напряжений. Как изменятся токи в фазах  $A$  и  $B$  и в нейтральном проводе, если перегорит предохранитель в фазе  $C$ ?

*Решение:*

Изобразим схему замещения цепи (рис.4.4.,б). Мощность каждой фазы  $P_A = P_B = 60 \cdot 25 = 1500$  Вт,  $P_C = 60 \cdot 15 = 900$  Вт.

Линейные токи

$$I_A = I_B = \frac{P_A}{U_{\phi}} = \frac{1500}{127} = 11,8 \text{ А},$$

$$I_C = \frac{P_C}{U_{\phi}} = \frac{900}{127} = 7,1 \text{ А}.$$

Так как токи в резистивных элементах совпадают по фазе с напряжениями, то комплексные значения токов можно записать в виде

$$\dot{I}_A = 11,8 \text{ А}; \quad \dot{I}_B = 11,8 e^{-j120^\circ} \text{ А}; \quad \dot{I}_C = 7,1 e^{j120^\circ} \text{ А}.$$

Ток в нейтральном проводе может быть рассчитан двумя способами:

- 1) по первому закону Кирхгофа  $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$ ;
- 2) из векторной диаграммы (рис.4.4., в):

$$\dot{I}_N = 4,7 e^{-j60^\circ} \text{ А}.$$

Если в фазе С перегорит предохранитель, то токи в фазах А и В останутся без изменения, а ток в нейтральном проводе

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B = 11,8e^{-j60^\circ} \text{ A}.$$

**Задача 4.2.** Трехфазный симметричный активно-индуктивный приемник подключен к сети с линейным напряжением  $U=380\text{В}$  (рис.4.5.,а). Сопротивления фаз приемника  $\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = R + jX_L = (3 + j4) \text{ Ом}$ . Определить фазные напряжения и токи в нормальном режиме, а также при обрыве и коротком замыкании фазы А.

*Решение:*

В нормальном режиме  $U_a = U_b = U_c = \frac{U}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В};$

$$I_a = I_b = I_c = \frac{U_\phi}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{220}{5} = 44 \text{ А}.$$

При обрыве фазы А (рис. 4.5.,б) фазы В и С окажутся соединенными последовательно и будут подключены к линейному напряжению  $U_{BC}$ . При этом фазные напряжения уменьшаться и станут равными

$$U_b = U_c = \frac{U_\phi}{2} = \frac{380}{2} = 190 \text{ В}.$$

На векторной диаграмме (рис.4.5., в) точка n окажется посередине вектора  $\dot{U}_{BC}$ . Напряжения на фазах приемника  $U_a$ ,  $U_b$  и  $U_c$  можно построить, если соединить точки А, В и С с точкой n. Из построения следует, то напряжение  $U_a$  станет равным

$$U_a = 1,5U_\phi = 330 \text{ В}.$$

Токи в фазах

$$I_a = 0, \quad I_b = I_c = \frac{190}{5} = 38 \text{ А}.$$

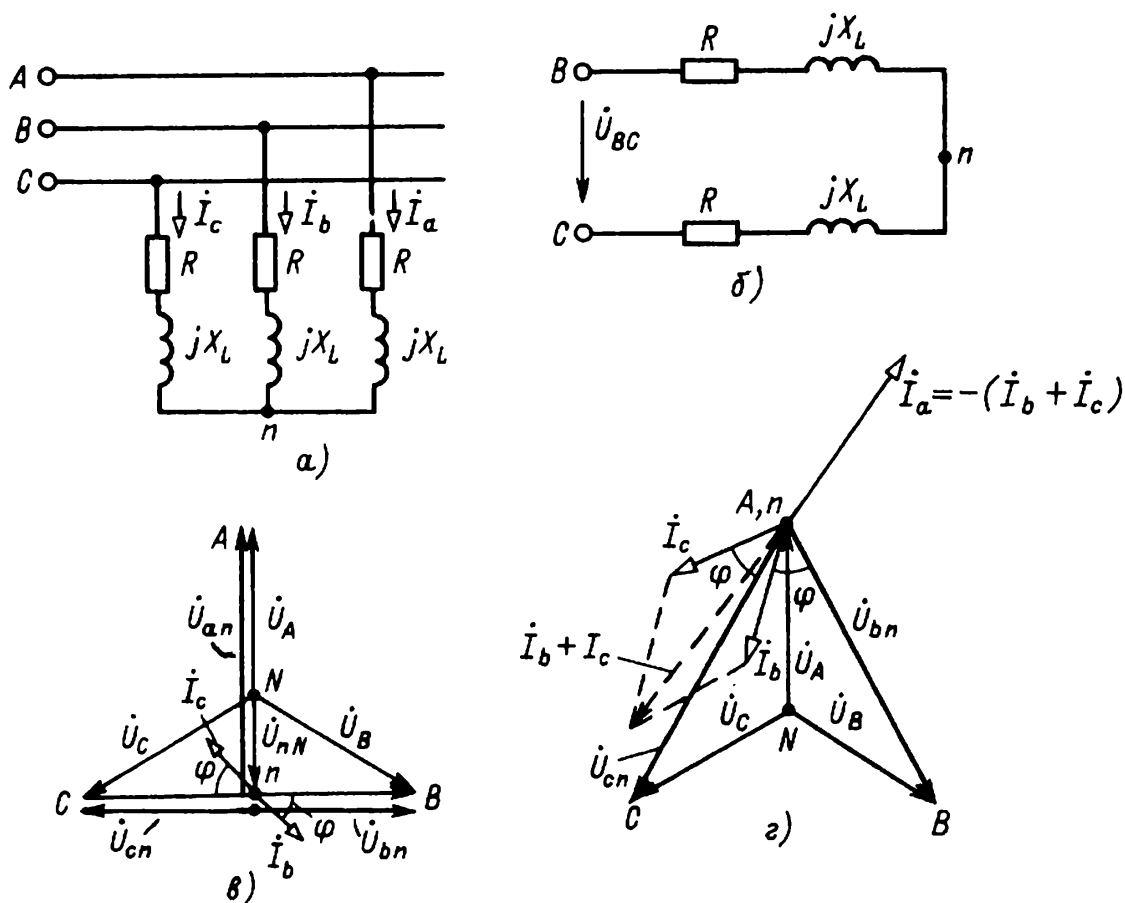


Рис. 4.5.

На векторной диаграмме токи  $\dot{I}_a$  и  $\dot{I}_b$  отстают соответственно от напряжений  $\dot{U}_b$  и  $\dot{U}_c$  на угол

$$\varphi = \arctg(X/R) = 53^\circ 10'.$$

При коротком замыкании фазы  $A$  потенциал точки  $n$   $\varphi_n = \varphi_A$  и следовательно, точка  $n$  на векторной диаграмме (рис.4.5.,г) сместится в точку  $A$ , напряжения фаз  $b$  и  $c$  станут равными линейным напряжениям генератора:

$$\dot{U}_{bn} = \dot{U}_{BA}, \quad \dot{U}_{cn} = \dot{U}_{CA}.$$

Напряжение  $\dot{U}_{an} = 0$ .

$$\text{Модули токов: } I_b = I_c = \frac{U_{\text{л}}}{Z_{\Phi}} = \frac{380}{5} = 76 \text{ A}.$$

Ток  $\dot{I}_a = -(\dot{I}_b + \dot{I}_c)$  может быть найден из векторной диаграммы. Модуль этого тока  $I_a \approx 131 \text{ A}$ .

Отметим, что в трехпроводной цепи сумма комплексных значений линейных токов равна нулю.

**Задача 4.3.** В трехфазную сеть с линейным напряжением  $U=380$  В включен симметричный приемник, соединенный треугольником, каждая фаза которого имеет активное сопротивление  $R=8$  Ом и индуктивное  $X_L=6$  Ом (рис.4.6, а). Определить линейные и фазные токи, построить векторную диаграмму.

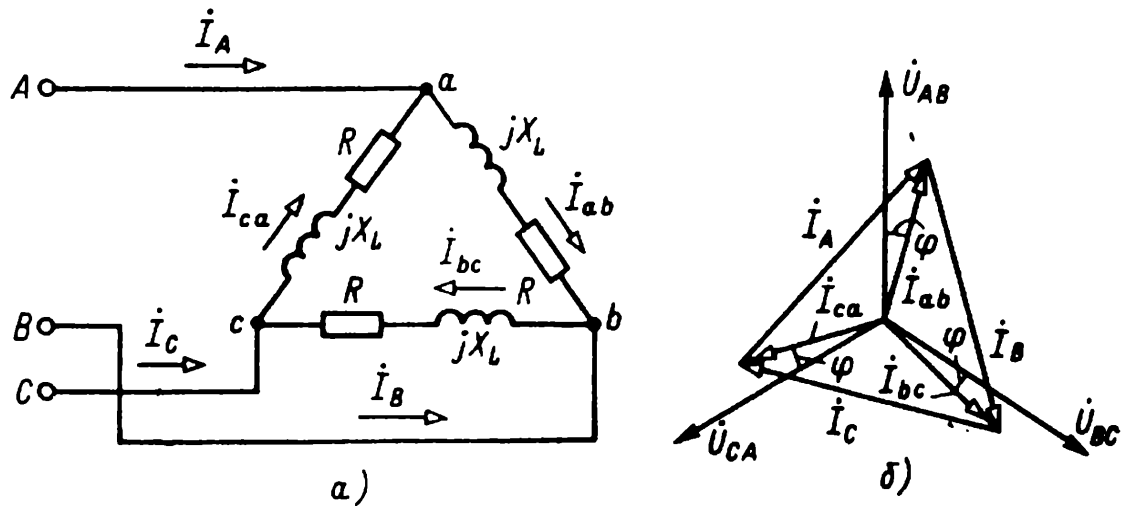


Рис.4.6.

*Решение:*

Приемник симметричный, поэтому расчет можно проводить для одной фазы.

Фазные токи приемника

$$I_{\phi} = \frac{U}{Z_{\phi}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{380}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = 38 \text{ А.}$$

Векторы фазных токов отстают от соответствующих векторов линейных напряжений на угол  $\varphi$ :

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z_{\phi}} = \frac{8}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = 0,8; \quad \varphi = 37^\circ.$$

Линейные токи

$$I_{\text{л}} = \sqrt{3} I_{\phi} = \sqrt{3} \cdot 38 = 66 \text{ А.}$$

Векторная диаграмма изображена на рис.4.6., б. При ее построении начальная фаза линейного напряжения  $\dot{U}_{AB}$  принята равной нулю.



### Задачи для самостоятельного решения

**4.1.** В цепи симметричный источник с напряжением фазы  $U_\phi = 12$  В подключен к несимметричной нагрузке, соединенной звездой с нулевым проводом (рис.4.7). Модули фазных сопротивлений нагрузки и нулевого провода  $Z = 3$  Ом. Найти фазные токи и напряжения. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

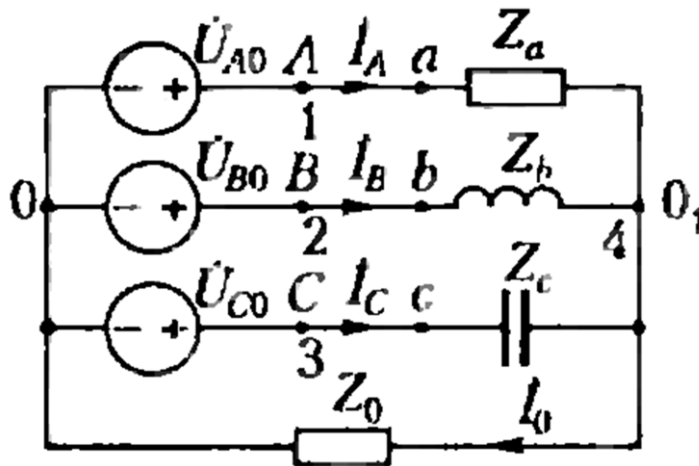


Рис.4.7.

**4.2.** В цепи симметричный источник с напряжением фазы  $U_\phi = 12$  В подключен к несимметричной нагрузке, соединенной звездой с нулевым проводом (рис.4.7). Найти токи  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ ,  $I_0$ , если фазные сопротивления нагрузки одинаковы  $Z_\phi = 2 \cdot e^{-j30^\circ}$ . Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

**4.3.** В схеме, изображенной на рисунке 4.8, сопротивление фаз нагрузки  $Z_\phi = 1,5$  Ом. Линейное напряжение симметричного источника  $U_L = 15$  В. Найти линейные токи  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ .

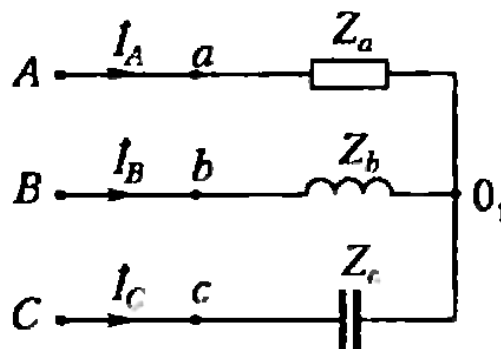


Рис.4.8

**4.4.** На рисунке 4.9 изображена однолинейная схема трехфазной цепи, состоящей из станции, подстанции и соединяющей их линии. Каждая фаза линии имеет активное сопротивление  $1,2 \text{ Ом/км}$  и индуктивное сопротивление  $0,65 \text{ Ом/км}$ . Определить ток, падение и потерю напряжения в линии. На схеме

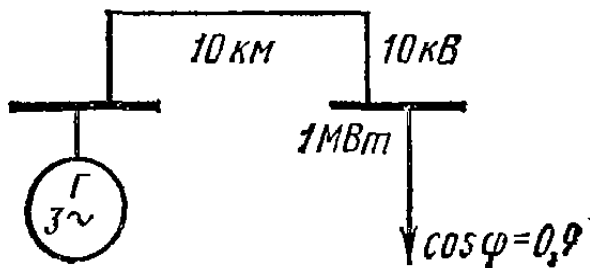


Рис. 4.9

указаны значения линейного напряжения, мощности и  $\cos \varphi$  приемника.

**4.5.** Найти общий ток, мощность и коэффициент мощности установки из двух двигателей (рис.4.10), у которых  $P_1 = 3,5 \text{ кВт}$ ,  $U_1 = U_2 = 220 \text{ В}$ ,  $\cos \varphi_1 = 0,87$ ,  $\eta_1 = 75\%$ ,  $P_2 = 8,5 \text{ кВт}$ ,  $\cos \varphi_2 = 0,95$ ,  $\eta_2 = 92\%$ .

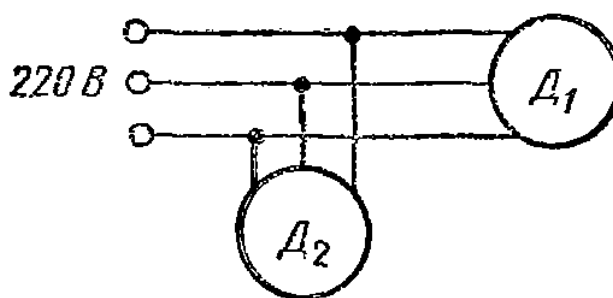


Рис.4.10

**4.6.** К зажимам симметричной трехфазной цепи с линейным напряжением  $380 \text{ В}$  подключены три одинаковых сопротивления  $\dot{Z} = (10 - j10) \text{ Ом}$  (рис.4.11) В цепи имеется трехполюсный ключ, который позволяет соединять нагрузку звездой или треугольником. Определить, как будут меняться линейные токи и потребляемая нагрузкой активная и реактивная мощности при переключении нагрузки с треугольника на звезду. Построить векторные диаграммы.

4.7. Три амперметра при замкнутом рубильнике показывают по 12 А. Определить показания амперметров при разомкнутом рубильнике (рис. 4.12). Напряжения на зажимах цепи представляют собой симметричную звезду. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

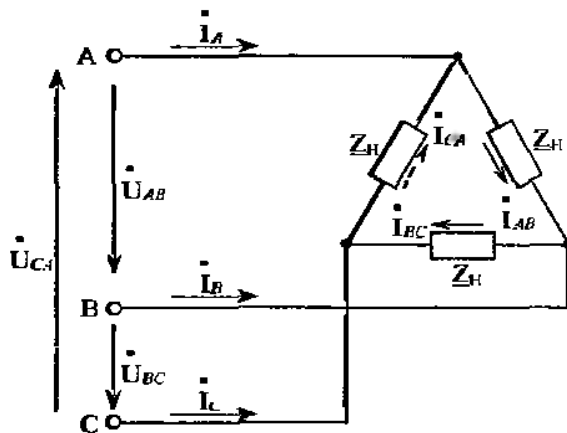


Рис.4.11.

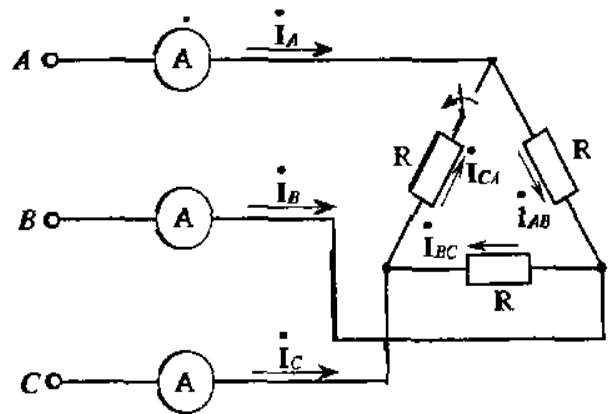


Рис.4.12.

4.8. Для компенсации реактивной мощности в трехфазном приемнике ( $Z_A = Z_B = Z_C = 5 + j10$  Ом) к нему подключают батарею конденсаторов. Найти значение емкости конденсаторов при соединении приемника: 1) треугольником; 2) в звезду; и батареи конденсаторов: а) треугольником; б) в звезду. Рассчитайте ток конденсаторов и приемника, а также напряжения на конденсаторе и приемнике, если напряжение  $U_\phi = 220$  В, круговая частота  $\omega = 50\pi$  с<sup>-1</sup>.

4.9. К трехфазному генератору подключен симметричный приемник электрической энергии (рис.4.13). Линейное напряжение 220 В, сопротивление проводов  $\dot{Z} = 0,5 + j1$ , сопротивление приемника  $\dot{Z} = 10 + j6$ . Определить фазное напряжение генератора, токи, фазные и линейные

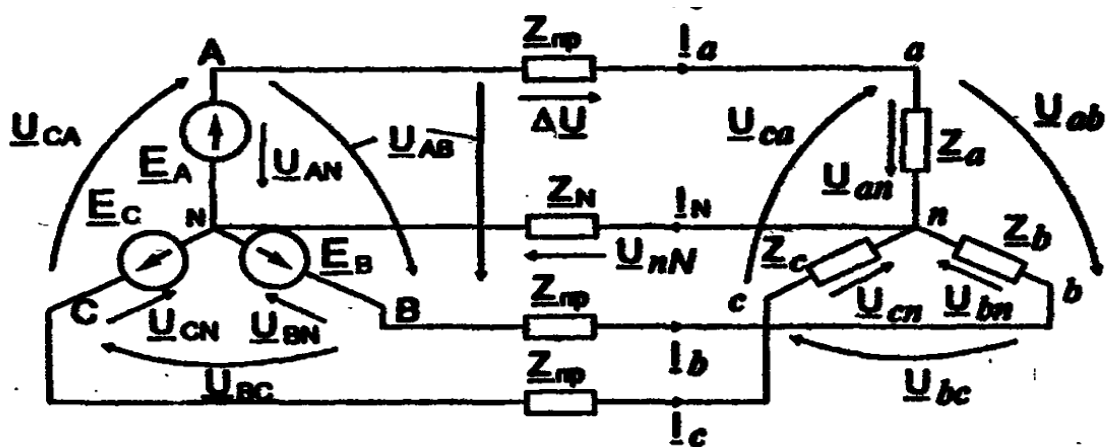


Рис.4.13.

напряжения приемника, падение напряжения в линейных проводах, мощность приемника. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

**4.10.** На рисунке 4.14 активное сопротивление  $R=45$  Ом, индуктивное сопротивление  $X_L=9$  Ом, линейное сопротивление  $R_{\text{л}}=1$  Ом и  $X_{\text{л}}=2,9$  Ом. Линейные напряжения  $U_{ab}=U_{bc}=U_{ca}=311$  В. Определить линейные напряжения в начале линии.

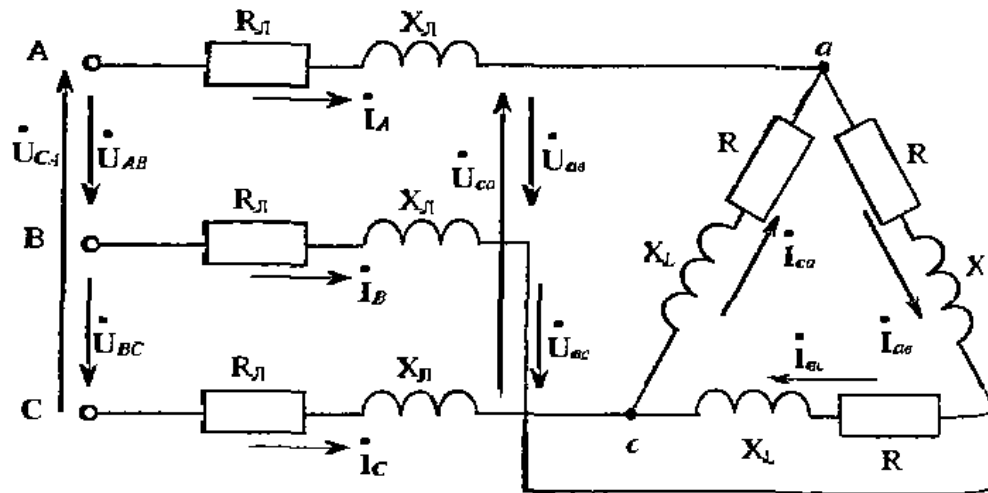


Рис.4.14.

**4.11.** Найти токи в приемниках и в линии, изображенных на рисунке 4.15, если напряжение источника  $U_{\text{л}}=330$  В, сопротивления  $X_L=5$  Ом,  $X_C=30$  Ом,  $R=10$  Ом.

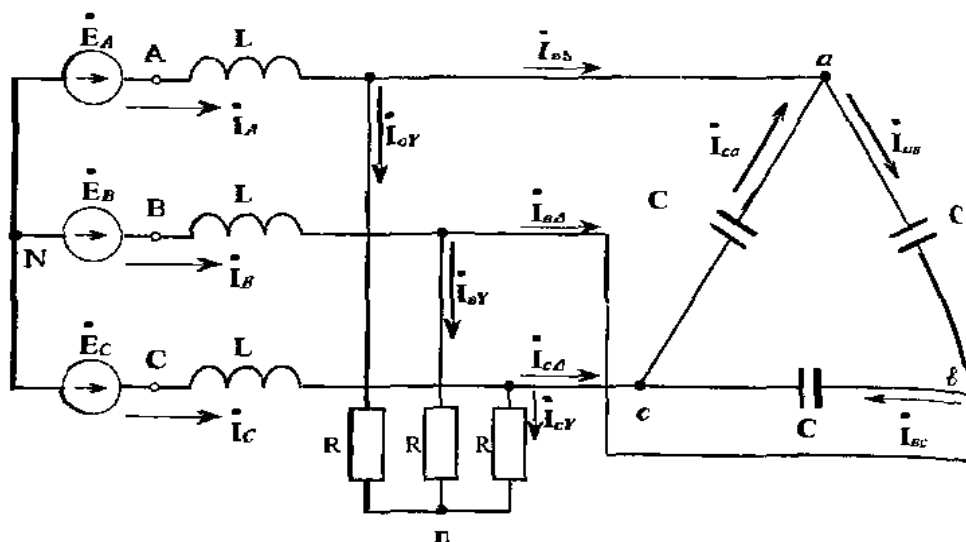


Рис.4.15.

**4.12.** Приемник, соединенный треугольником питается от генератора с линейным напряжением  $U_{\text{л}}=100$  В (рис.4.16). Сопротивления фаз приемника  $\dot{Z}_{AB} = (3 - j4)$  Ом,  $\dot{Z}_{BC} = j10$  Ом,  $\dot{Z}_{CA} = 10$  Ом. Определить линейные, фазные токи и мощности, потребляемые приемником. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

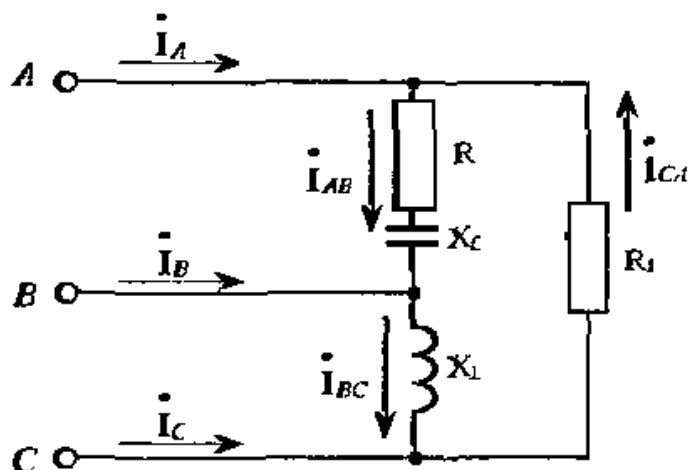


Рис.4.16.