Обработка результатов равноточных многократных измерений с получением среднего арифметического X , среднеквадратичного отклонения Sx, и определением суммарной погрешности измерения в виде доверительного интервала – ±∑∆Рд.

Исходные данные

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Цена деления прибора С, мм | | | |  | 0,001 | | |
| Результаты измерений, мм | | | | | | | |
| 1: 69,997  2: 70,013  3: 70,009  4: 70,011  5: 70,005  6: 70,011  7: 70,007  8: 70,013  9: 69,999 | 10: 70,011 11: 70,015 12: 70,010 13: 70,006 14: 70,009 15: 70,017 16: 70,009 17: 70,013 18: 70,011 | 19: 70,015 20: 70,007 21: 70,007 22: 70,003 23: 70,014 24: 70,011 25: 70,013 26: 70,013 27: 70,018 | 28: 70,009 29: 70,008 30: 70,010 31: 70,005 32: 70,012 33: 70,007 34: 70,012 35: 70,001 36: 70,017 | | | 37: 70,015 38: 70,019 39: 70,015 40: 70,009 41: 70,011 42: 70,021 43: 70,005 44: 70,009 45: 70,007 | 46: 70,023 47: 70,008 48: 70,013 49: 70,017 50: 70,011 |

Доверительная вероятность Рд = 0,97 – показывает вероятность нахождения истинного значения в рассчитанном интервале.

Уровень значимости q = 0,05 – показывающий, что принятый закон рассеивания размеров не будет соответствовать реальному закону.

1. Построение гистограммы

Определяем величину размаха R (поле рассеяния):

R = Xmax - Xmin

Xmax = 70,023 – наибольшее из измеренных значений

Xmin = 69,997 – наименьшее из измеренных значений

R = Xmax - Xmin = 0,0260 (мм).

Определяем число интервалов разбиения n, в соответствии с рекомендациями:

( количество интервалов принимается ближайшим большим нечетным ).

Принимаем n = 7.

Определяем ширину интервала h:

Определяем границы интервалов Xmini – Xmaxi

1. интервал: Xmin1 – Xmax1

Xmin1 = Xmin= 69,997 мм

Xmax1 = Xmin1 + h = 70,0007мм

1. интервал: Xmin2 – Xmax2

Xmin2 = Xmax1 = 70,0007 (мм)

Xmax2 = Xmin2 + h = 70,0044 (мм)

1. интервал: Xmin3 – Xmax3

Xmin3 = Xmax2 = 70,0044 (мм)

Xmax3 = Xmin3 + h = 70,0081 (мм)

1. интервал: Xmin4 – Xmax4

Xmin4 = Xmax3 = 70,0081 (мм)

Xmax4 = Xmin4 + h = 70,0118 (мм)

1. интервал: Xmin5 – Xmax5

Xmin5 = Xmax4 = 70,0118 (мм)

Xmax5 = Xmin5 + h = 70,0155 (мм)

1. интервал: Xmin6 – Xmax6

Xmin6 = Xmax5 = 70,0155 (мм)

Xmax6 = Xmin6 + h = 70,0192 (мм)

1. интервал: Xmin7 – Xmax7

Xmin7 = Xmax6 = 70,0192 (мм)

Xmax7 = Xmin7 + h = 70,0229 (мм)

Определяем середины интервалов Xoi

1 интервал:

2 интервал:

3 интервал:

4 интервал:

5 интервал:

6 интервал:

7 интервал:

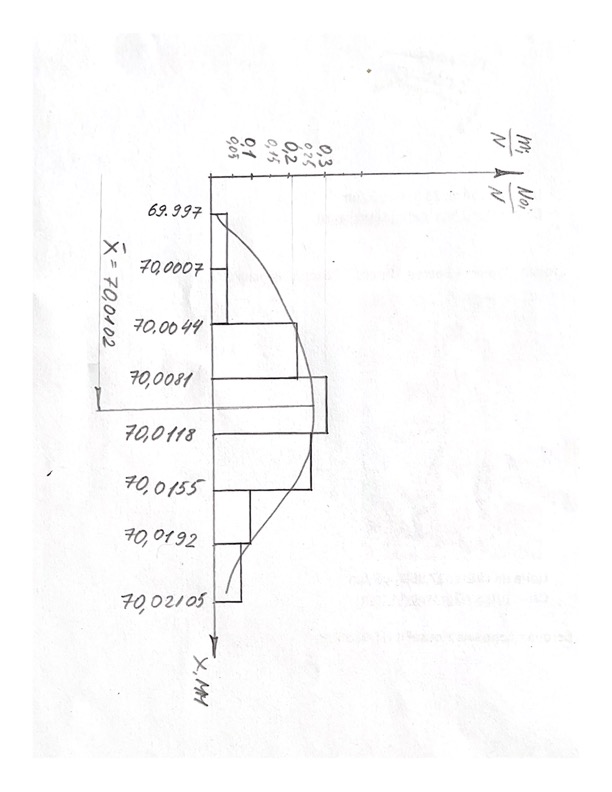
Определение количества размеров попадающих в каждый интервал mi

Используя заданную выборку подсчитываем количество размеров попадающих в каждый интервал ( если размер совпадает с границей интервала то его относят в интервал, находящийся слева по числовой оси )

Результаты выполненных выше расчетов занесем в таблицу:

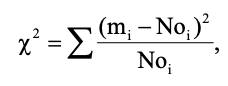
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер интервала | Границы интерва | ла | Середина интервала,  Xoi (мм) | Число  размеров в  интервале, mi |
| Xmini (мм) | Xmaxi (мм) |
| 1  2  3  4  5  6  7 | 69,997  70,0007  70,0044  70,0081  70,0118  70,0155  70,0192 | 70,0007  70,0044  70,0081  70,0118  70,0155  70,0192  70,0229 | 69,99885  70,00255  70,00625  70,00995  70,01365  70,01735  70,02105 | 2  2  11  15  13  4  3 |

Используя табличные данные строим гистограмму рассеивания единичных замеров и теоретическую кривую нормального распределения:

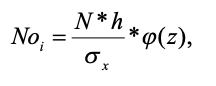


2. Проверка выборки на соответствие нормальному закону распределения

При числе измерений свыше 50 проверка распределения на соответствие нормальному закону может выполняться по критерию Пирсона. При использовании этого критерия определяется параметр хи-квадрат по следующей формуле:

, где Noi – теоретическая частота попадания в интервал.

Теоретическая частота попадания в интервал определяется по формуле:

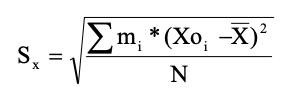


(z) – плотность вероятности появления размеров в каждом интервале;

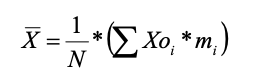
Sx – среднеквадратичное отклонение размеров (СКО) выборки.

Считая, что СКО практически совпадает с его оценкой (Sx) приведем формулу,

по которой определяется оценка СКО:

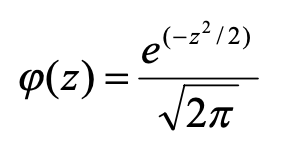


В данную формулу входит величина X, которая представляет среднеарифметическое значение измеряемой величины и определяется по формуле:

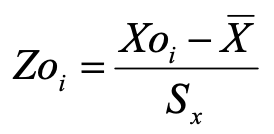


После подстановки получим численные значения среднеарифметического и оценки СКО:

Кроме полученных величин, для определения теоретической частоты попадания в интервал Noi необходимо знать плотность вероятности попадания размеров в каждом интервале. Эту величину можно определить по формуле:



Так как расчеты по данной формуле достаточно сложны, значения плотности вероятности выбирают из таблицы в зависимости от безразмерного параметра Z, который для каждого интервала определяется по формуле:



Для 1 интервала: Zo1 = 0,315277778

что соответствует величине = 0,38

Для 2 интервала: Zo2 = 0,2125

что соответствует величине = 0,39

Для 3 интервала: Zo3 = 0,109722222

что соответствует величине = 0,397

Для 4 интервала: Zo4 = 0,006944444

что соответствует величине = 0,398

Для 5 интервала: Zo5 = 0,095833333

что соответствует величине ) = 0,3973

Для 6 интервала: Zo6 = 0,198611111

что соответствует величине = 0,391

Для 7 интервала: Zo7 = 0,301388889

что соответствует величине = 0,381

Определяем теоретические значения количества деталей для каждого интервала Noi.

Для 1 интервала:

Для 2 интервала:

Для 3 интервала:

Для 4 интервала:

Для 5 интервала:

Для 6 интервала:

Для 7 интервала:

На основании результатов измерений и расчета теоретических данных определяем фактическую и теоретическую частоту попадания размеров в интервал:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № инервала | Фактическая частота, | Теоретическая частота, |
| 1  2  3  4  5  6  7 | 0,04  0,04  0,22  0,3  0,26  0,08  0,06 | 0,041845238  0,042946429  0,043717262  0,043827381  0,043750298  0,043056548  0,041955357 |

Полученные результаты позволяют получить расчетную величину параметра хиквадрат:

0,041845238

0,042946429

0,043717262

0,043827381

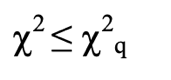
0,043750298

0,043056548

0,041955357

= 1,620

Для совпадения фактического закона распределения с теоретическим законом нормального распределения необходимо, чтобы выполнялось следующее условие:



где  – теоретическое граничное значение параметра хи-квадрат, которое

определяется по таблице (таблица 2 задания к контрольной работе).

Для получения табличного значения необходимо определиться с двумя параметрами:

* уровнем значимости q, который показывает вероятность того, что законы не совпадут. В нашем случае, в соответствии с заданием, q = 0,05;
* числом степеней свободы v, которое определяется в зависимости от числа интервалов n и числа определяемых по статистике параметров, необходимых для совмещения модели и гистограммы r. Для нормального закона распределения r = 2, так как закон однозначно характеризуется двумя параметрами – СКО и МО (математическим ожиданием). Число степеней свободы определяется по формуле:

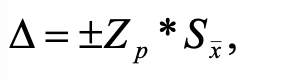
v = n – 1 – r = 7 – 1 – 2 = 4

Таким образом, табличное значение = 11,670.

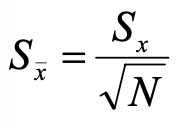
3. Определение доверительного интервала рассеивания случайных погрешностей вокруг среднего значения

В доверительном интервале, который предстоит найти с вероятностью Рд, должно находится истинное значение измеряемой величины.

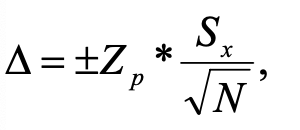
Доверительные границы случайной погрешности находятся по формуле:



где - оценка СКО среднего арифметического значения, которая определяется по формуле:



Таким образом:

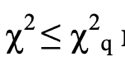


Если условие выполняется, то гипотеза о совпадении экспериментального и выбранного теоретического (нормального) распределения принимается (она не противоречит данным).

Так как по условию Рд = 0,97, то значение функции Лапласа:

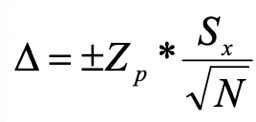
F(Zp) = Рд/2 = 0,485

Из таблицы определяем величину нормированного параметра Zp, которая соответствует данному значению функции Лапласа

Так как условие  выполняется, то

Zp = 1,000

Таким образом, доверительный интервал случайной ошибки:



Перед определением суммарной погрешности определим ее постоянные неисключенные составляющие.

Постоянные неисключенные составляющие:

* погрешность снятия показаний со шкалы (принимается равной цене деления шкалы прибора):

где С = 0,001 мм - цена деления шкалы прибора;

* систематическая неисключенная погрешность округления результата:
* неисключенная погрешность прибора (условно принимается равной цене деления шкалы прибора):

Суммирование частных постоянных погрешностей измерения производится по двум формулам:

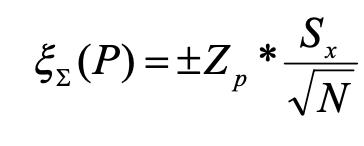
где k – поправочный коэффициент, зависящий от числа слагаемых погрешностей и доверительной вероятности. В нашем случае k = 0,960

Тогда

0,001 мм

Для дальнейшего расчета принимаем (выбирается наибольшее значение)

В качестве общей случайной погрешности принимаем величину доверительного интервала, полученную из экспериментов по замерам параметра:



Определение суммарной погрешности измерения

В качестве окончательного результата принимаем большее значение.

Результат в общем виде: 70,102 ± 0,0057 мм.