

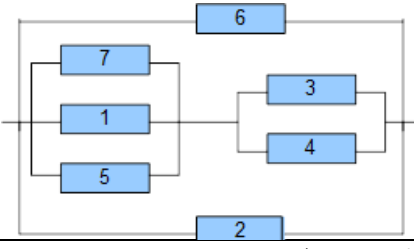
Индивидуальное домашнее задание по теории вероятностей НКАбд-01-23 (осенний семестр).

1. Найдите вероятность того, что произведение двух последних цифр номера автомобиля:
 1. Равно n ; больше n ; меньше n ;
 2. Заложено в промежутке $[n_1; n_2]$.
2. Из колоды в 52 карты наугад (без возвращения) извлекаются четыре. Найти вероятность указанных в варианте событий.
3. В четырехугольник с вершинами в точках $(a_1; b_1), (a_2; b_2), (a_3; b_3)$ и $(a_4; b_4)$ в соответствии с принципом геометрической вероятности бросается точка. Обозначим через ξ и η координаты этой точки. Вычислите вероятность того, что квадратное уравнение $x^2 + 2(\xi - c)x + d\eta + f = 0$ не будет иметь действительные корни.
4. Из двух урн, в каждой из которых находятся n шаров с написанных на них числами от 1 до n , наудачу извлекается по одному шару. Событие A —сумма чисел, написанных на выбранных шарах, делится на m ; событие B —произведение этих чисел больше k , событие C - сумма чисел, написанных на выбранных шарах, больше l . Найти $P(A|B), P(B|A), P(A|C), P(C|A), P(B|C), P(C|B)$. Проверить, есть ли пары независимых событий и являются ли события A, B и C независимыми в совокупности?
5. Система надежности состоит из 7 элементов и имеет заданную структурную схему. События $A_i, i=1, \dots, 7$, — отказы элементов за заданный промежуток времени.
 - а) Выразите через события A_i события A и \bar{A} , где A — отказ всей системы за заданный промежуток времени.
 - б) Считая, что события A_i независимы в совокупности и имеют вероятности $P(A_i) = p_i, i = \overline{1, 7}$, вычислите вероятность события A .
6. В первой урне находятся n_1 белых и m_1 черных шаров, во второй урне— n_2 белых и m_2 черных шаров. Сначала из первой урны во вторую перекладывается наугад k шаров, затем такое же число шаров так же наугад перекладывается из второй урны в первую.
 1. Определите вероятность того, что после вскрытия первой урны в ней будет столько же черных шаров, сколько было до проведения опыта.
 2. После вскрытия первой урны оказалось, что в ней столько же белых шаров, сколько было до проведения опыта. Вычислите вероятность того, что при этом условии из первой урны во вторую переложили l черных шаров.
7. Вероятность попадания в цель при любом из n выстрелов равна p . Найдите вероятность того, что произойдет:
 1. Ровно m попаданий.
 2. Не более m попаданий.
 3. Не менее m попаданий.
 4. От m_1 до m_2 попаданий.
8. Известна вероятность того, что изготовленное изделие будет бракованным.
 1. Либо вероятность равна p_1 . Определите вероятность того, что среди n изготовленных изделий бракованными окажутся:
 - а) Ровно m изделий.
 - б) По крайней мере m изделий.
 - в) Не более k изделий
 2. Либо вероятность равна p_2 . Определите вероятность того, что среди n изготовленных изделий бракованными окажутся:
 - а) Ровно m изделий.
 - б) От m_1 до m_2 изделий.
 - в) Не менее k изделий.
9. Из урны, в которой находится n_1 шаров белого цвета, n_2 —черного и n_3 —синего, наудачу извлекается $m = m_1 + m_2 + m_3$ шаров. Вычислить вероятность того, что среди них будет m_1 белых шаров, m_2 —черных и m_3 —синих, если выбор производится с возвращением.
10. В наборе n_1 шаров белого цвета, n_2 шаров синего и n_3 шаров красного цвета. Из набора случайным образом без возвращения вынимают m шаров. Случайная величина ξ – число вынутых белых шаров (**варианты 1-10 ИДЗ**), синего цвета (**варианты 11-20 ИДЗ**), красного цвета (**варианты 21-30 ИДЗ**). Найдите:
 - а) Ряд распределения случайной величины ξ .
 - б) Вероятность попадания случайной величины ξ в интервалы $(x_1; x_2), [x_1; x_2); (x_1; x_2], [x_1; x_2]$.
 - в) Найдите ряд распределения случайных величин η и μ
11. Непрерывная случайная величина ξ имеет плотность распределения $p(x)$. Найдите:
 1. Константу A
 2. Функцию распределения случайной величины ξ и постройте ее график.

3. Вычислите функцию распределения и плотность распределения случайной величины $\eta = a(\xi + b)^3 + c$.
4. Вычислите функцию распределения и плотность распределения случайной величины $\mu = a(\xi - b)^2 + c$
12. Случайная величина $\xi \sim N(m, \sigma)$.
1. Найдите вероятность попадания случайной величины ξ на интервал $(a_1; a_2)$
 2. Задана новая случайная величина $\eta = e^{a\xi+b}$ Найдите вероятность попадания случайной величины η в интервал (x_1, x_2) .
13. Из набора (в условиях задачи 10) наудачу извлекается m шаров (без возвращения). Обозначим через:
- ξ число вынутых белых шаров, а через η – синих (варианты 1-10 ИДЗ);
 - ξ число вынутых синих шаров, а через η – красных (варианты 11-20 ИДЗ);
 - ξ число вынутых красных шаров, а через η – белых (варианты 21-30 ИДЗ);
- Найдите:
- а) Совместное распределение случайных величин ξ и η (ряд распределения).
 - б) Ряды распределения случайных величин ξ и η
 - в) Условные распределения случайной величины ξ при условии η , случайной величины η при условии ξ , проверить случайные величины на независимость
 - г) Значения двумерной функции распределения $F_{\xi\eta}(x; y)$ в заданных точках $(x; y)$
 - д) Ряд распределения новой случайной величины $\mu = f(\xi, \eta)$
 - е) Ряд распределения новой двумерной дискретной случайной величины $(\mu_1; \mu_2)$
14. В четырехугольник с вершинами в точках $(a_1, a_2), (b_1, b_2), (c_1, c_2), (d_1, d_2)$ в соответствии с принципом геометрической вероятности падает частица. Пусть ξ и η – координаты по оси X и Y точки падения частицы.
- Найдите:
1. Совместную функцию распределения $F_{\xi\eta}(x, y)$ случайной величины $(\xi; \eta)$ и через совместную функцию совместную плотность распределения случайной величины $(\xi; \eta)$.
 2. Одномерные функции распределения случайных величин ξ и η , а через них – одномерные плотности.
 3. Условные функции распределения и условные плотности распределения случайной величины ξ при условии η , и случайной величины η при условии ξ . Проверьте, будут ли эти случайные величины независимыми
 4. Значение функции распределения случайной величины $\mu = g(\xi, \eta)$ в точке z
15. Совместная плотность распределения случайных величин ξ и η задана формулой
- $$p_{\xi\eta}(x, y) = C(ax^\alpha + by^\beta), \quad (x, y) \in D,$$
- где область D ограничена прямыми $x = d$, $y = f$ и кривой $y = gx^\gamma$. Найдите:
- а) Постоянную C.
 - б) Значения двумерной функции распределения $F_{\xi\eta}(x; y)$ в заданных точках $(x; y)$
 - в) Одномерные плотности и функции распределения случайных величин ξ и η .
 - г) Условные функции распределения и условные плотности распределения случайной величины ξ при условии η и случайной величины η при условии ξ . Проверьте, будут ли эти случайные величины независимыми
 - д) Вычислите вероятность попадания вектора (ξ, η) в треугольник с вершинами в точках $(z_1; z_2), (u_1; u_2), (v_1; v_2)$. (Записать интеграл, расставить пределы интегрирования, считать интеграл – не надо)
 - е) Значение функции распределения $F_\mu(z)$ новой случайной величины $\mu = g(\xi, \eta)$ в точке z . (Записать интеграл, расставить пределы интегрирования, считать интеграл – не надо)

Распределение баллов (20 баллов)

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5
1 балл	1 балл	2 балла	1 балл	1 балл
Задача 6	Задача 7	Задача 8	Задача 9	Задача 10
1 балла	1 балл	1 балл	1 балла	2 балла
Задача 11	Задача 12	Задача 13	Задача 14	Задача 15
2 балла	1 балл	2 балла	1 балл	2 балла

№ задачи	Данные
1.	$n = 24; n_1 = 36; n_2 = 76.$
2.	Событие $A = \{\text{ровно три карты одного цвета}\}$, событие $B = \{\text{хотя бы две карты разного цвета}\}$
3.	$(a_1; b_1) = (0; 3); (a_2; b_2) = (2; 0); (a_3; b_3) = (5; 4); (a_4; b_4) = (1; 5)$ $c = 2; d = 2; f = -4.$
4.	$n = 10; m = 7; k = 28; l = 8.$
5.	 $p_1 = 0,4, p_2 = 0,1, p_3 = 0,3, p_4 = 0,2, p_5 = 0,6, p_6 = p_7 = 0,5.$
6.	$n_1 = 5, m_1 = 6, n_2 = 5, m_2 = 2, k = 4, l = 2.$
7.	$n = 7, p = 0,7, m = 5, m_1 = 2, m_2 = 8.$
8.	$p_1 = 0,0035; n = 1000; m = 3; k = 5$ $p_2 = 0,065; \pi = 1200; m = 70; m_1 = 45; m_2 = 100; k = 78.$
9.	$n_1 = 4, n_2 = 6, n_3 = 5; m_1 = 2, m_2 = 4, m_3 = 3.$
10.	$n_1 = 3, n_2 = 5, n_3 = 7, m = 5$ $x_1 = 1, \quad x_2 = 5.$ $\eta = (2\xi - 4)^2 - 6, \quad \mu = 9 - \xi^2 - \xi$
11.	$p_\xi(x) = \begin{cases} A(1-x)^2, & -1 \leq x \leq 2 \\ 0, & x < -1, \quad x > 2 \end{cases}$ $a = 1, \quad b = 2, \quad c = 2.$
12.	$m = 4, \quad \sigma = 3, \quad a_1 = 2, \quad a_2 = 7, \quad a = -8, \quad b = 24,$ $x_1 = 90, \quad x_2 = 150.$
13.	$n_1 = 3, n_2 = 5, n_3 = 7, m = 5$ $(x; y) = (4; 3), (3; 7), (3; 2);$ $\mu = (\xi - 1)(\eta + 1)$ $\mu_1 = 3\xi - (3 - \eta); \mu_2 = \eta + \xi$
14.	$(a_1, a_2) = (-3; -2), (b_1, b_2) = (-3; 3), (c_1, c_2) = (2; 3),$ $(d_1, d_2) = (2; -2),$ $\mu = -2\xi + \eta, z = 3$
15.	$a = 2, \alpha = 2, b = 3, \beta = 2, d = -2, f = -2, g = -2, \gamma = 2, y = 0;$ $(x; y) = (1; -1)$ $(z_1, z_2) = (-2; -2), (u_1, u_2) = (-1; 1), (v_1, v_2) = (0; -2);$ $\mu = \xi^2 - \eta, z = 3$