

1. В условиях задачи 13 ИДЗ (осенний семестр) найдите:
 - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин ξ и η .
 - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η .
 - 3) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины μ , математическое ожидание и ковариацию случайных величин μ_1 и μ_2 .
2. В условиях задачи 15 ИДЗ (осенний семестр) найдите:
 - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин ξ и η .
 - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η .
 - 3) Математическое ожидание случайной величины μ .
3. В условиях задачи 13 ИДЗ (осенний семестр) найдите:
 - 1) условное математическое ожидание с.в. ξ при условии η ;
 - 2) условное математическое ожидание с.в. η при условии ξ ;
4. В условиях задачи 15 ИДЗ (осенний семестр) найдите условное математическое ожидание с.в. η при условии ξ и условное математическое ожидание с.в. ξ при условии η .
5. Выполните следующие задания:
 - 1) По заданным плотностям $p_\xi(x)$ и $p_\eta(y)$ найдите характеристические функции $f_\xi(t)$ и $f_\eta(t)$ случайных величин ξ и η ; характеристическую функцию $f_\mu(t)$ случайной величины $\mu = \xi + \eta$.
 - 2) По заданной характеристической функции $f_\xi(t)$ вычислите математическое ожидание случайной величины ξ и дисперсию случайной величины ξ .
6. Посетитель тира платит a рублей за выстрел. При попадании в девятку получает выигрыш b рублей, при попадании в десятку получает выигрыш c рублей. Если стрелок не попадает ни в девятку, ни в десятку, то деньги ему не выплачиваются. Вероятности попадания в девятку, десятку и промаха равны p_1 , p_2 и p_3 соответственно. Число посетителей равно n .
С помощью **неравенства Чебышева**:
 - 1) найдите границы, в которых будет лежать суммарная прибыль владельца тира с вероятностью не менее α ;
 - 2) найдите число посетителей тира, чтобы вероятность отклонения суммарной прибыли от среднего размера суммарной прибыли на величину не меньше β % (от средней суммарной прибыли) равнялась p .С помощью **центральной предельной теоремы** оцените вероятность того, что
 - 1) размер убытка у владельца тира будет лежать в пределах от m_1 до m_2 рублей;
 - 2) что суммарная прибыль окажется в пределах от n_1 до n_2 рублей.
7. Статистический анализ, проведенный по заказу авиакомпании, показал, что распределение веса (в кг) пассажира авиарейса с грузом хорошо описывается плотностью распределения
$$p(x) = Ax^3(150 - x), \quad x \in (0; 150).$$
Грузоподъемность самолета составляет 30 тонн. При посадке зарегистрировано n пассажиров.
 - 1) Какой коммерческий груз (в кг) можно дополнительно взять этим рейсом, чтобы вероятность перегрузки составила не более α %.
 - 2) Найдите вероятность перегрузки, если дополнительный коммерческий груз составил m тонн.
8. По заданным выборкам X_1, X_2, \dots, X_n и Y_1, Y_2, \dots, Y_n объема $n = 50$ найти и построить:
 - 1) минимальный и максимальный элементы выборки, разброс выборки, статистический ряд;
 - 2) гистограмму, полигон относительных частот – для обеих выборок, эмпирическую функцию распределения (только для выборки X_1, X_2, \dots, X_n);
 - 3) выборочные характеристики: среднее, дисперсию (смещенную и несмещенную) (по выборке и по статистическому ряду), медиану.
9. Известно, что выборка X_1, X_2, \dots, X_n подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью $p_\xi(x)$ с неизвестным параметром. Найдите оценку неизвестного параметра методом моментов.
10. а) Известно, что выборка X_1, X_2, \dots, X_n подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью

$$p(x) = \begin{cases} 2\sqrt{\frac{a}{\pi}} e^{-\left(x\sqrt{a}-\frac{\sqrt{b}}{x}\right)^2}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

с неизвестными параметрами (a, b) .

б) Известно, что выборка Y_1, Y_2, \dots, Y_n подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{a\pi x^2}} e^{-\frac{(\ln x - b)^2}{2a}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

с неизвестными параметрами (a, b) .

Найдите оценку максимального правдоподобия этих параметров

11. Известно, что выборка X_1, X_2, \dots, X_n подчиняется теоретическому распределению с неизвестным параметром. При помощи метода максимального правдоподобия (ММП) найти оценку неизвестного параметра распределения, проверить полученную оценку на несмещённость и эффективность.

12. С помощью критерия отношения правдоподобия проверьте:

- 1) гипотезы H_0 и H_1 о принадлежности выборки X_1, X_2, \dots, X_n дискретному распределению с заданными параметрами.
- 2) гипотезы H_0 и H_1 о принадлежности выборки Y_1, Y_2, \dots, Y_n непрерывному распределению с заданными параметрами.

13. С помощью критерия χ^2 проверьте:

- 1) гипотезу о принадлежности выборки X_1, X_2, \dots, X_n к заданному дискретному распределению (с помощью метода моментов найдите параметры распределения).
- 2) гипотезу о принадлежности выборки Y_1, Y_2, \dots, Y_n заданному непрерывному распределению (с помощью метода моментов найдите параметры распределения).

Распределение баллов (15 баллов)

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6	Задача 7
1, 5 балла	1,5 балла	1 балл	1 балл	2 балла	1,5 балла	1,5 балла

Задача 8	Задача 9	Задача 10	Задача 11	Задача 12	Задача 13
1 балл	1 балл	2 балла	1 балл	2 балла	3 балла

8.	5.	$p_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{1}{24}(x+3), & x \in (-2; 4) \\ 0, & x \notin (-2; 4), \end{cases} \text{ и } p_{\eta}(y) = \begin{cases} \frac{1}{6}y, & 2 \leq y \leq 4 \\ 0, & y < 2, y > 4 \end{cases}$ $f(t) = e^{-2t^2}(0,4 \cos^2 t + 0,4 \cos t + 0,2)$																																															
	6.	$a = 100, b = 300, c = 500, p_1 = 0,25, p_2 = 0,05, p_3 = 0,7, n = 450,$ $\alpha = 0,75, \quad \beta = 15, p = 0.08, \quad m_1 = 0, \quad m_2 = 5000, n_1 = 0, n_2 = 5000$																																															
	7.	$n = 205, \alpha = 0,1, m = 10$																																															
	8.	Выборка X_1, \dots, X_n [1,] 0 3 0 4 6 6 0 1 3 2 [2,] 0 1 2 5 4 0 4 2 0 0 [3,] 2 8 0 4 0 8 0 0 2 3 [4,] 2 0 2 3 0 3 3 0 0 4 [5,] 13 0 1 18 8 2 0 0 4 0 Выборка Y_1, \dots, Y_n [1,] 1.56 5.77 0.85 2.62 3.15 1.75 10.25 3.67 6.24 4.20 [2,] 5.85 2.63 3.27 0.37 1.97 2.53 5.31 0.94 3.81 2.38 [3,] 0.64 2.77 1.89 1.12 0.76 8.45 1.85 0.44 8.00 4.49 [4,] 0.31 7.32 2.56 4.56 1.82 0.10 0.15 0.38 1.82 1.45 [5,] 1.86 1.41 0.30 2.61 0.26 2.82 0.06 0.33 2.51 2.07																																															
	9.	Выборка X_1, \dots, X_n – имеет плотность распределения $f(x) = \begin{cases} p\lambda e^{-\lambda x} + \frac{1-p}{a}, & x \in (0; a) \\ p\lambda e^{-\lambda x}, & x \in (a; +\infty) \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ <p>При заданных значениях параметров $\lambda = 0.3$ и $a = 4$ найти оценку параметра p. Таблица частот</p> <table><tr><td>интер-валы</td><td>0-0.8</td><td>0.8-1.6</td><td>1.6-2.4</td><td>2.4-3.2</td><td>3.2-4</td><td>4-4.8</td><td>4.8-5.6</td><td>5.6-6.4</td><td>6.4-7.2</td><td>7.2-8.0</td></tr><tr><td>частоты</td><td>142</td><td>136</td><td>150</td><td>149</td><td>150</td><td>14</td><td>12</td><td>10</td><td>8</td><td>7</td></tr></table>										интер-валы	0-0.8	0.8-1.6	1.6-2.4	2.4-3.2	3.2-4	4-4.8	4.8-5.6	5.6-6.4	6.4-7.2	7.2-8.0	частоты	142	136	150	149	150	14	12	10	8	7																
	интер-валы	0-0.8	0.8-1.6	1.6-2.4	2.4-3.2	3.2-4	4-4.8	4.8-5.6	5.6-6.4	6.4-7.2	7.2-8.0																																						
	частоты	142	136	150	149	150	14	12	10	8	7																																						
	10.	По заданной таблице частот найти оценку ММП параметров a и b <table><tr><td>интер-валы</td><td>1-2</td><td>2-3</td><td>3-4</td><td>4-5</td><td>5-6</td><td>6-7</td><td>7-8</td></tr><tr><td>частоты</td><td>97</td><td>321</td><td>293</td><td>184</td><td>68</td><td>29</td><td>8</td></tr></table> <p>По заданной таблице частот найти оценку ММП параметров a и b</p> <table><tr><td>интер-валы</td><td>0.0-0.4</td><td>0.4-0.8</td><td>0.8-1.2</td><td>1.2-1.6</td><td>1.6-2.0</td><td>2.0-2.4</td><td>2.4-2.8</td><td>2.8-3.2</td><td>3.2-3.6</td><td>3.6-4.0</td></tr><tr><td>частоты</td><td>8</td><td>64</td><td>68</td><td>31</td><td>14</td><td>8</td><td>4</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>										интер-валы	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	частоты	97	321	293	184	68	29	8	интер-валы	0.0-0.4	0.4-0.8	0.8-1.2	1.2-1.6	1.6-2.0	2.0-2.4	2.4-2.8	2.8-3.2	3.2-3.6	3.6-4.0	частоты	8	64	68	31	14	8	4	1	1	1
	интер-валы	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8																																									
	частоты	97	321	293	184	68	29	8																																									
интер-валы	0.0-0.4	0.4-0.8	0.8-1.2	1.2-1.6	1.6-2.0	2.0-2.4	2.4-2.8	2.8-3.2	3.2-3.6	3.6-4.0																																							
частоты	8	64	68	31	14	8	4	1	1	1																																							
11.	Биномиальное распределение ($n = 20$) [1,] 11 13 9 8 8 5 7 8 8 8 [2,] 10 5 10 7 4 11 8 8 4 9 [3,] 7 5 2 5 8 13 10 11 8 9 [4,] 8 7 9 7 5 5 6 9 8 7 [5,] 12 7 6 10 7 9 8 7 10 9 При помощи ММП найти оценку параметра p и проверить эту оценку на несмещённость и эффективность																																																
12.	Гипотеза H_0 --- распределение Пуассона $Pois(\lambda = 4)$ Гипотеза H_1 --- распределение Пуассона $Pois(\lambda = 6), \alpha = 0.042$ [1,] 3 3 3 10 4 5 6 7 5 7 [2,] 6 9 5 4 6 6 4 3 7 8 [3,] 5 4 6 8 2 4 6 5 8 4 [4,] 5 11 9 7 5 8 7 2 6 10 [5,] 5 3 4 5 4 6 5 4 4 4																																																

		<p>Гипотеза H_0 --- нормальное распределение $N(m = -1, \sigma = 3)$.</p> <p>Гипотеза H_1 --- нормальное распределение $N(m = 1, \sigma = 3), \alpha = 0.058$</p> <p>[1,] 1.06 2.17 4.31 1.27 -0.79 -0.12 -4.56 -3.31 4.26 0.91</p> <p>[2,] 0.45 -2.62 3.27 -1.86 -5.56 -1.06 0.77 2.09 -1.29 1.70</p> <p>[3,] -3.11 -0.09 0.29 0.41 -1.02 -1.62 3.91 -4.28 -1.49 0.10</p> <p>[4,] -0.80 -3.88 3.96 3.78 -5.36 0.69 1.55 0.03 3.50 -1.03</p> <p>[5,] 1.88 0.23 3.22 2.45 -2.80 0.24 -3.14 -0.95 -1.90 2.97</p>
	13.	<p>Геометрическое распределение с неизвестным параметром $p, \alpha = 0.05$</p> <p>[1,] 0 3 0 4 6 6 0 1 3 2</p> <p>[2,] 0 1 2 5 4 0 4 2 0 0</p> <p>[3,] 2 8 0 4 0 8 0 0 2 3</p> <p>[4,] 2 0 2 3 0 3 3 0 0 4</p> <p>[5,] 13 0 1 18 8 2 0 0 4 0</p>
		<p>Экспоненциальное распределение с параметром $\lambda, \alpha = 0.05$</p> <p>[1,] 1.56 5.77 0.85 2.62 3.15 1.75 10.25 3.67 6.24 4.20</p> <p>[2,] 5.85 2.63 3.27 0.37 1.97 2.53 5.31 0.94 3.81 2.38</p> <p>[3,] 0.64 2.77 1.89 1.12 0.76 8.45 1.85 0.44 8.00 4.49</p> <p>[4,] 0.31 7.32 2.56 4.56 1.82 0.10 0.15 0.38 1.82 1.45</p> <p>[5,] 1.86 1.41 0.30 2.61 0.26 2.82 0.06 0.33 2.51 2.07</p>