**Лабораторная работа №2**

**Тема**: Получение описания МІМО – систем произвольной структуры в пространстве состояний (ПС).

**Цель:** ознакомление с описанием и исследованием многомерных динамических систем управления, заданных произвольной структурой, в пространстве состояний.

**Краткие теоретические сведения**

Многомерные системы, в отличие от одномерных имеют несколько входов и несколько выходов. Для описания таких систем используются три набора параметров (три вектора), см. рис. 2.1:

* 1. вектор входных воздействий (управлений);
  2. вектор переменных состояний;
  3. вектор выходных параметров

и двумя преобразованиями:

* 1. преобразование “входы-состояния”;
  2. преобразование “состояния-выходы”.

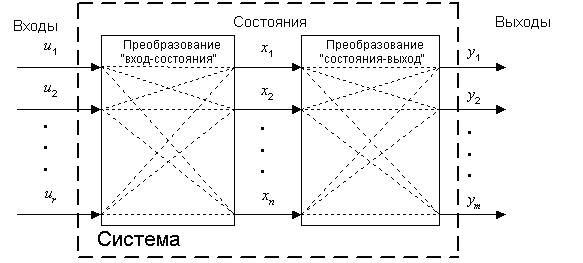


Рисунок 2.1 – МІМО система

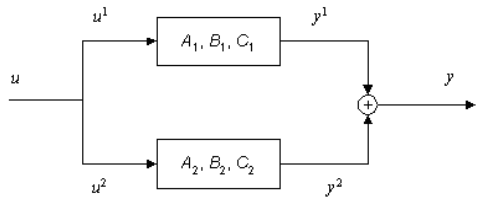
Широкое распространение, обусловленное разработанным математическим аппаратом, получили линейные модели многомерных систем в пространстве состояний, которые имеют вид:

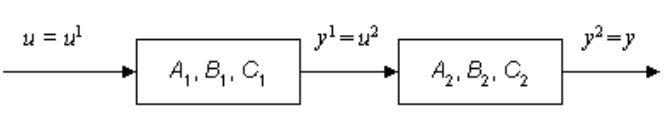
 (2.1)

Первое уравнение (2.1) называется уравнением состояния, второе – уравнением выхода. Здесь – вектор переменных состояний; –вектор управлений;  – вектор измеряемых параметров; *t*– время; *A*(*t*), *B*(*t*), *C*(*t*) – матрицы размерности (*n´ n*), (*n´ r*), (*m´ n*) соответственно. Предполагается, что известны начальные состояния *x*(*t*0) = *x*0, где *t*0 – начальный момент времени.

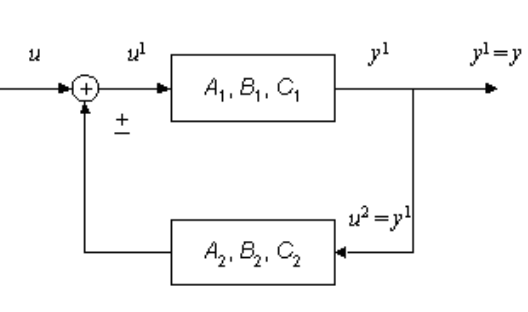
Если матрицы A(t), B(t), C(t) не зависят от времени *t*, то система называется стационарной. Далее предполагается, что системы стационарны.

Рассмотрим задачи соединения двух подсистем в систему. При соединении возможны три варианта (рис. 2.2): параллельное (а), последовательное (б) и в обратной связи (в). Предполагается, что обе системы описываются в пространстве состояний соотношениями:





а) б)



с)

Рисунок 2.2 - Схемы соединения двух систем

Получим модель в ПС для каждой структуры. Для этого удобно построить схему моделирования и по ней записать уравнения в векторно-матричной форме.

***Параллельное соединение***



Рисунок 2.3 – Схема моделирования паралельного соединения двух подсистем



Тогда в векторно-матричной форме:



***Последовательное соединение***



Рисунок 2.4 – Схема моделирования последовательного соединения двух подсистем



Тогда в векторно-матричной форме:



***Обратная связь***



Рисунок 2.5 – Схема моделирования соединения двух подсистем с обратной связью



Тогда в векторно-матричной форме:



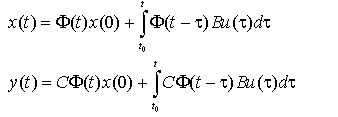
Для линейных систем легко показать справедливость следующего результата, называемого принципом суперпозиции: эффект, вызываемый суммой нескольких воздействий, равен сумме эффектов от нескольких воздействий в отдельности. Закон изменения вектора состояний линейной системы представляется в виде суммы свободного и вынужденного колебания:

*x(t) = xc(t) + xв(t).*

Свободное движение xc(t) происходит при отсутствии внешнего воздействия в ненулевых начальных условиях. Оно определяется решением однородной системы уравнений, соответствующей исходному уравнению состояний  с начальными условиями x(t0) = x0.

Вынужденное движение xв(t) – это реакция системы на внешнее воздействие u(t) при нулевых начальных условиях. Оно определяется решением неоднородного уравнения при нулевых начальных условиях.

Для многомерных стационарных систем, описываемых уравнениями (2.1), законы изменения вектора состояния и вектора выхода находятся по формулам:



где  – переходная матрица стационарной системы, зависящая от разности. В данном случае решение уравнения имеет вид



Одними из важнейших задач теории управления является исследование управляемости и наблюдаемости динамических систем. Приведем соответствующие определения и критерии для стационарных линейных систем, полученные Калманом.

Система называется вполне управляемой, если выбором управляющего воздействия u(t) на интервале времени [t0, t1] можно перевести систему из любого начального состояния х(t0) в произвольное заранее заданное конечное состояние x(t1).

Система называется вполне наблюдаемой, если по реакции у(t1) на выходе системы на интервале времени [t0, t1] при заданном управляющем воздействии u(t) можно определить начальное состояние х(t0).

Критерий управляемости линейных систем. Для того чтобы система была вполне управляемой, необходимо и достаточно, чтобы ранг матрицы управляемости:

MU =(В | АВ | А2В| … | Аn–1В) равнялся размерности вектора состояния: rank MU = n.

Критерий наблюдаемости линейных систем. Для того чтобы система была вполне наблюдаемой, необходимо и достаточно, чтобы ранг матрицы наблюдаемости:

MY =(CT | ATCT | (AT)2CT | … | (AT)n–1CT) равнялся размерности вектора состояния: rank MY = n.

Напомним, что под рангом матрицы подразумевается наивысший из порядков отличных от нуля миноров этой матрицы. Ранг матрицы равен наибольшему числу линейно независимых строк.

В Control System Toolbox имеется тип данных, определяющих динамическую систему в пространстве состояний. Синтаксис команды, создающий непрерывную LTI (Linear Time Invariant)-систему в виде **ss**-объекта: **SS(A, B, C, D).** В эту функцию в качестве параметров передаются матрицы уравнений состояний и выходов вида:



в связи с тем, что рассматривается модель вида (2.1), то матрица динамики *D* будет нулевой.

Для выполнения работы могут применяться команды, приведенные в таблице 2.1.

Таблица 2.1. Некоторые команды Control System Toolbox

|  |  |
| --- | --- |
| Синтаксис | Описание |
| ctrb(LTI-объект>)  ctrb(A, B) | Формирование матрицы управляемости |
| obsv(<LTI-объект>)  obsv(A, C) | Формирование матрицы наблюдаемости |
| parallel(<LTI1>,<LTI2>) | Параллельное соединение |
| series(<LTI1>,<LTI2>) | Последовательное соединение |
| feedback(<LTI1>,<LTI2>) | Соединение обратной связью |
| append( <LTI1>, …, <LTIN>) | Объединение систем |
| connect(<sys>,<Con>,<in>,<out>) | Установление связей в соединении |

Для получения результатов вычисления матриц, результирующей МІМО - системы, по структурной схеме, воспользуйтесь последними двумя командами. Функция **append** создает объект sys, представляющий собой объединение всех подсистем. При этом первый входной сигнал первой системы становится входом номер 1, второй входной сигнал первой системы – номер 2, и т.д. далее идут входы второй системы, и т.д.; аналогично определяются и выходы.

В функции **connect** – параметр <Con> определяет матрицу связей по структурной схеме. Матрица формируется по следующему правилу: каждая строка представляет собой один вход системы sys, первый элемент – номер входа (в соответствии с порядком в команде **append**), затем идут номера выходов, которые подаются на рассматриваемый вход. Параметры <in>, <out> – строки из номеров входов и выходов соединения, являющиеся внешними.

Например, для последовательного соединения двух систем (рис. 2.2б):



sys1= ss(A1, B1, C1, D1)

sys2= ss(A2, B2, C2, D2)

sys=append (sys1, sys2)

sysc=connect(sys, [2 1], [1], [2])

В этом случае на вход второй системы (общий вход номер 2), поступает выход первой (общий выход номер 1); вход первой системы (номер один) и выход второй системы (номер два) являются внешними.

**Задание и ход лабораторной работы.**

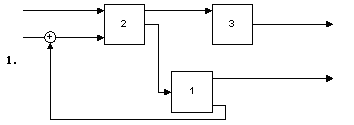
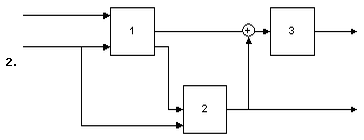
Даны математические модели трех систем и структурная схема, представляющая собой соединение этих систем. Необходимо:

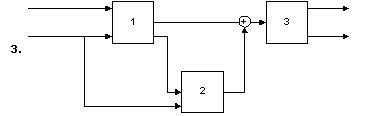
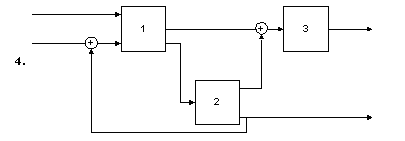
1. Ознакомиться с основными элементами теории.
2. Привести все системы в варианте в форму (2.1).
3. Запустить систему MATLAB и создать три ss-объекта, в соответствии с заданным вариантом. Определить управляемость и наблюдаемость каждой системы c помощью **ctrb** и **obsv**. В соответствии со структурной схемой получить матрицы A, B, C D результирующей системы с помощью команд **append, connect**. Определить управляемость и наблюдаемость результирующей системы. Получить переходные характеристики переменных состояния и выхода системы как реакцию системы на единичное ступенчатое воздействие.
4. Построить развернутую схему моделирования для заданной схемы соединения трех систем и вывести уравнения в пространстве состояний.
5. Задать полученную в п.4 модель в виде **ss**-объекта и построить переходные характеристики переменных состояния и выхода системы. Сравнить с полученными характеристиками п.3.
6. В MATLAB - Simulink набрать схему моделирования результирующей МІМО – системы, полученную в п.4., и получить переходные характеристики вектора состояния и выхода многомерной системы.
7. Оформить отчет.

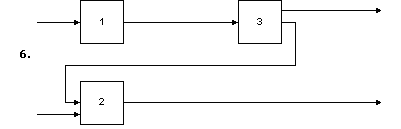
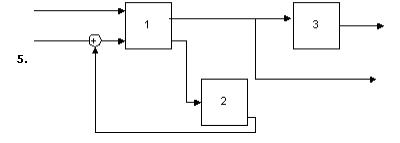
Варианты заданий.

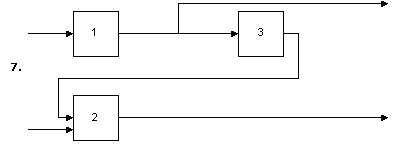
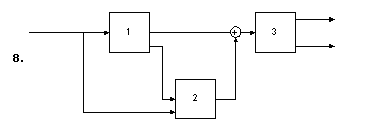
| № | Уравнения систем | схема |
| --- | --- | --- |
| 1 |  | 1 |
| 2 |  | 2 |
| 3 |  | 3 |
| 4 |  | 4 |
| 5 |  | 2 |
| 6 |  | 3 |
| 7 |  | 1 |
| 8 |  | 2 |
| 9 |  | 5 |
| 10 |  | 6 |
| 11 |  | 5 |
| 12 |  | 7 |
| 13 |  | 6 |
| 14 |  | 8 |
| 15 |  | 8 |
| 16 |  | 9 |
| 17 |  | 10 |
| 18 |  | 8 |

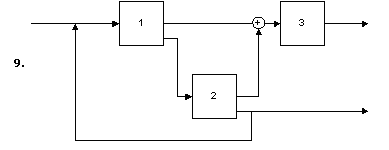
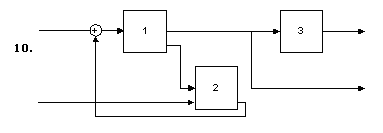
Структурные схемы к вариантам











**Контрольные вопросы**

1. Дать определение и примеры состояний управляемой системы.
2. Показать на примере справедливость принципа суперпозиции.
3. Вывести уравнения в пространстве состояний для произвольной схемы соединения трех систем.
4. Получить описание одномерной системы в канонической форме Коши.
5. Провести анализ влияния размерности векторов управления и выходов на управляемость и наблюдаемость схемы.