МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
к выполнению курсовой работы по дисциплине
«Теория телетрафика»

Донецк,
2021

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

КАФЕДРА «АВТОМАТИКА И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
к выполнению курсовой работы по дисциплине
«Теория телетрафика»

для обучающихся по направлению подготовки 11.03.02
«Инфокоммуникационные технологии и системы связи»

РАССМОТРЕНО
на заседании кафедры
автоматики и телекоммуникаций
Протокол № 3 от 17.03.2021 г.

УТВЕРЖДЕНО
на заседании учебно-издательского
совета ДОННТУ
Протокол № 4 от 29.03.2021 г.

Донецк,
2021

УДК 621.395(076)
ББК 32.88-01я73
М54

Составители:
Лозинская Виктория Николаевна – кандидат технических наук, доцент кафедры автоматики и телекоммуникаций ГОУВПО «ДОННТУ»
Долгих Ирина Петровна – старший преподаватель кафедры автоматики и телекоммуникаций ГОУВПО «ДОННТУ»
Павловская Ксения Александровна –кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры автоматики и телекоммуникаций ГОУВПО «ДОННТУ»

М54 **Методические рекомендации к выполнению курсовой работы по дисциплине «Теория телетрафика»** : для обучающихся по направлению подготовки 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» / ГОУВПО «ДОННТУ», Каф. автоматики и телекоммуникаций ; сост.: В. Н. Лозинская, И. П. Долгих, К. А. Павловская. – Донецк : ДОННТУ, 2021. – Систем. требования: Acrobat Reader. – Загл. с титул. экрана.

Методические указания содержат краткие теоретические сведения, рекомендации, порядок выполнения курсовой работы, направленной на моделирование простейшего потока вызовов и структурный синтез систем массового обслуживания по заданным критериям качества с целью практического изучения их свойств.

УДК 621.395(076)
ББК 32.88-01я73

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Предметом изучения теории телетрафика (ТТ) являются процессы в узлах телекоммуникационных сетей (телефонные станции, коммутаторы и маршрутизаторы локальных и глобальных вычислительных сетей и т.п.), возникающие при поступлении и обслуживании потоков сообщений, и их количественные характеристики.

Основы новой теории были заложены в трудах датского математика, сотрудника Копенгагенской телефонной компании А.К. Эрланга (принцип статистического равновесия) и получили дальнейшее развитие в работах многих отечественных и зарубежных ученых.

Упомянутые узлы сети рассматриваются как системы массового обслуживания (СМО). Математическая модель системы массового обслуживания включает четыре основных элемента: поток поступающих сообщений, систему обслуживания, характеристики качества и дисциплину обслуживания.

Понятие потока сообщений включает информацию о модели потока вызовов (требований на соединение), закон распределения длительности обслуживания (передачи) сообщений, множество адресов источников и приемников сообщений, а так же о типе канала, занимаемого для передачи сообщений, и способе передачи - аналоговом или дискретном. Система обслуживания характеризуется структурой построения и набором структурных параметров. Под дисциплиной обслуживания поступающих сообщений понимают: способ обслуживания (с явными потерями, с ожиданием, с повторением или комбинированный), порядок обслуживания (в порядке очередности, в случайном порядке или с приоритетом), а также информацию, характеризующую взаимодействие потока сообщений с системой обслуживания. К характеристикам качества обслуживания относятся вероятность явной или условной потери сообщения, среднее время задержки сообщения, средняя длинна очереди, вероятность потери вызова, интенсивность нагрузки и др. При исследовании СМО могут решаться:

- задачи анализа СМО - определение характеристик качества обслуживания в зависимости от параметров и свойств входящего потока сообщений, параметров и структуры системы обслуживания и дисциплины обслуживания;
- задачи параметрического синтеза - определение параметров системы обслуживания при ее заданной структуре в зависимости от параметров и свойств потока сообщений, дисциплины и качества обслуживания;
- задачи синтеза структуры системы с оптимизацией ее параметров таким образом, чтобы при заданных потоках, дисциплине и качестве обслуживания стоимость СМО была минимальной либо были минимальными потери вызовов при заданных потоках, дисциплине и стоимости системы.

Математический аппарат теории телетрафика базируется на теории вероятностей, комбинаторике и математической статистике. Методы последней применяются в основном для обработки данных, получаемых при измерении параметров потоков сообщений и показателей качества обслуживания в реальных системах, а также при моделировании таких систем на ЭВМ. Для решения конкретных задач используются также сведения из других разделов математики - линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчислений, теории графов, системного анализа.

Основным инструментом исследования в ТТ является метод уравнений вероятностей состояний, основанный на принципе статистического равновесия. Для системы обслуживания вводится понятие состояния. В простейшем случае состояние системы характеризуется одной случайной переменной, например, числом занятых линий или вызовов, находящихся на обслуживании и в очереди.

При поступлении очередного вызова, окончании обслуживания сообщения или изменении фазы работы управляющего устройства система изменяет свое состояние. Интенсивности перехода из одного состояния в другое обычно известны на основании свойств потоков вызовов и освобождений. Это позволяет построить размеченный граф состояний и составить систему уравнений, связывающих между собой вероятности соседних состояний. Систему можно решить аналитически или численно Примером аналитического решения являются распределения Эрланга, Энгсета, Бернулли, Пуассона.

При отсутствии аналитического решения в ряде случаев удается построить вычислительный алгоритм на основе рекуррентных соотношений, получаемых непосредственно из системы уравнений. Другим подходом в этом случае является метод статистического (имитационного) моделирования. Математическая модель процесса обслуживания при этом реализуется в виде программы для ЭВМ, базируясь на имитации процессов поступления и обслуживания вызовов с помощью метода Монте-Карло.

Моделирование позволяет получить численные характеристики качества обслуживания при конкретных параметрах потока, известной структуре и параметрах СМО и заданной дисциплине обслуживания. Результаты моделирования используют для проверки гипотез и предположений, уточнения эмпирических коэффициентов. При моделировании получают приближенную оценку характеристик качества обслуживания, требуемая точность которых обеспечивается за счет увеличения времени моделирования и применения специальных методов моделирования.

ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

Для исходных данных, выданных преподавателем требуется:

а) описать порядок и теоретическое обоснование моделирования на ПЭВМ простейшего потока вызовов;

б) провести моделирование простейшего потока вызовов на промежутке времени $[N, N+T]$ мин. с интенсивностью $\lambda = R_1 \cdot (N+R_2)/(N+R_3)$ (выз/мин), где N – номер студента в журнале преподавателя; R_i определяются преподавателем для всей группы; определить заданные характеристика качества обслуживания;

в) проверить соответствие смоделированного потока вызовов простейшему, используя критерий Пирсона;

г) описать работу v-канальной СМО с явными потерями при обслуживании простейшего потока вызовов (v выбирают из таблицы 2.1 согласно номера N студента в журнале преподавателя);

д) провести моделирование реального процесса обслуживания v-канальной СМО с явными потерями на промежутке $[N, N+T]$ мин. для простейшего потока вызовов с параметром λ при среднем времени обслуживания одного вызова h и числе каналов v (h и v выбирают из таблицы 2.1 согласно номера N студента в журнале преподавателя).;

е) получить для СМО с явными потерями результаты моделирования зависимости вероятностей потерь $P_в = E_v(\Lambda)$ от v для трех входящих простейших потоков вызовов с соответствующими интенсивностями: $\Lambda_1 = R_4 \dfrac{N+1}{N+R_5}$ (Эрл), $\Lambda_2 = R_6 \dfrac{N+1}{N+R_7}$ (Эрл), $\Lambda_3 = R_8 \dfrac{N+1}{N+R_9}$ (Эрл).

ж) при заданном уровне значения качества обслуживания $P_в = N/100$ определить необходимое число каналов в СМО для обслуживания трех входящих простейших потоков вызовов; определить заданные характеристика качества обслуживания;

з) описать работу v-канальной СМО с ожиданием при обслуживании простейшего потока вызовов (v выбирают из таблицы 2.1 согласно номера N студента в журнале преподавателя);

и) описать работу v-канальной СМО с ожиданием при обслуживании v каналами простейшего потока вызовов (число каналов v выбирают аналогично СМО с потерями);

к) получить для СМО с ожиданием результаты моделирования зависимости вероятностей потерь $P(\gamma > 0) = D_v(\Lambda)$ от v для трех входящих простейших потоков вызовов с соответствующими интенсивностями: $\Lambda_1 = R_4 \dfrac{N+1}{N+R_5}$ (Эрл), $\Lambda_2 = R_6 \dfrac{N+1}{N+R_7}$ (Эрл), $\Lambda_3 = R_8 \dfrac{N+1}{N+R_9}$ (Эрл).

л) при заданном уровне значения качества обслуживания $P(\gamma > 0) = N/100$, определить необходимое число каналов в СМО для обслуживания трех входящих простейших потоков вызовов; определить заданные характеристика качества обслуживания;

м) описать работу одноканальной СМО с ожиданием при обслуживании простейшего потока вызовов с заданной интенсивностью поступающей загрузки $\Lambda_0 = \dfrac{N+1}{N+R_{10}}$, (Эрл);

н) вычислить пропускную способность анализируемой СМО с ожиданием при обслуживании заданного простейшего потока вызовов и определить для этой системы основные и вспомогательные характеристики качества обслуживания.

1 СЛУЧАЙНЫЕ ПОТОКИ ВЫЗОВОВ

1.1 Свойства случайных потоков

Случайные потоки вызовов классифицируются в зависимости от наличия или отсутствия трех следующих свойств: стационарности, последействия и ординарности.

Стационарность означает, что с течением времени вероятностные характеристики потока не меняются. Стационарность потока равносильна постоянной плотности вероятности поступления вызовов в любой момент времени, иначе говоря, для стационарного потока вероятность поступления i вызовов за промежуток длиной Δt зависит только от величины промежутка и не зависит от его расположения на оси времени (1.1). Любой стационарный поток можно задать семейством условных вероятностей *Fi(t)* поступления i (i=0, 1, 2, 3, ...) вызовов в промежутке t, если в начальный момент этого промежутка поступил вызов.

$$P_i(t+\Delta t)=P_i(t_i+\Delta t)=P_i(\Delta t) \tag{1.1}$$

Реальный (например на ГТС или МТС) поток вызовов имеет явно выраженный нестационарный характер. Интенсивность потока, число вызовов в единицу времени, существенно зависит от времени суток, дня недели и даже времени года. Однако всегда можно выделить одно- или двухчасовые промежутки времени, в течение которых поступающий поток вызовов близок к стационарному.

Последействие означает зависимость вероятностных характеристик потока от предыдущих событий. Иными словами, вероятность поступления i вызовов в промежуток $[t_1,t_2]$ зависит от числа, времени поступления и длительности обслуживания вызовов до момента t_1. Для случайного потока без последействия условная вероятность поступления вызовов в промежутке $[t_1, t_2]$, вычисленная при любых предположениях о течении процесса обслуживания вызовов до момента t_1, равна безусловной (1.2).

$$P_i([t_1, t_2])\big|_{t<t_1} = P_i([t_1, t_2]) \tag{1.2}$$

Поэтому подобный поток можно задать семейством безусловных вероятностей $P_i(t_1, t_2)$ поступления i вызовов в промежутке t_1, t_2. Стационарный поток без последействия соответственно можно задать семейством вероятностей $P_i(t)$ поступления i вызовов в любом промежутке длиной t.

Поток вызовов, поступающих от достаточно большой группы источников, близок по своим свойствам к потоку без последействия, если при этом не учитывать повторные вызовы. Поток от малой группы, наоборот, обладает заметным последействием, поскольку число свободных источников зависит от предыдущих событий, чем и определяется последействие потока.

Поток повторных вызовов также является примером потока с последействием, поскольку повторный вызов возникает как результат потери предыдущего вызова, т. е. зависит от предыдущих событий.

Ординарность означает практическую невозможность группового поступления вызовов. Иначе говоря, вероятность поступления двух или более вызовов за любой бесконечно малый промежуток времени Δt есть величина бесконечно малая более высокого порядка, чем Δt, т.е.

$$P_0 = \left\{ \sum_{j=0}^{v-1} \Lambda^j / j! + \Lambda^v / [(v-\Lambda)(v-1)!] \right\}^{-1} \tag{1.3}$$

1.2 Характеристики случайных потоков

К основным характеристикам случайного потока относят ведущую функцию, параметр и интенсивность.

Ведущая функция случайного потока $\overline{x}(0,t)$ есть математическое ожидание числа вызовов в промежутке $[0,t)$.

Параметр потока $\lambda(t)$ в момент времени *t* есть плотность вероятности вызывающего момента:

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_{i \geq 1}(t, t + \Delta t)}{\Delta t} \tag{1.4}$$

Таким образом, вероятность поступления хотя бы одного вызова в промежуток времени $[t, t + \Delta t]$ с точностью до бесконечно малой пропорциональна промежутку и параметру потока $\lambda(t)$:

$$P_{i \geq 1}(t, t + \Delta t) = \lambda(t)\Delta t + 0(\Delta t) \tag{1.5}$$

Для стационарных потоков вероятность поступления вызовов не зависит от времени, т.е., $P_{i \geq 1}(t, t + \Delta t) = P_{i \geq 1}(\Delta t)$, поэтому параметр стационарного потока постоянный. Соответственно получаем:

$$P_{i \geq 1}(\Delta t) = \lambda \Delta t + 0(\Delta t) \tag{1.6}$$

Интенсивность стационарного потока μ есть математическое ожидание числа вызовов в единицу времени. Для нестационарных потоков используются понятия средней и мгновенной интенсивности. Средняя интенсивность потока в промежутке $[t_1, t_2]$ есть математическое ожидание числа вызовов в этом промежутке в единицу времени. Среднюю интенсивность потока можно выразить через ведущую функцию:

$$\mu(t_1, t_2) = [\bar{x}(0, t_2) - \bar{x}(0, t_1)]/(t_2 - t_1). \tag{1.7}$$

Мгновенная интенсивность потока $\mu(t)$ в момент t есть производная ведущей функции потока по t :

$$\mu(t) = \bar{x}'(0, t) = \lim_{\Delta t \to 0} \left[\bar{x}(0, t + \Delta t) - \bar{x}(0, t)\right] / \Delta t \tag{1.8}$$

Если мгновенная интенсивность характеризует поток вызовов, то параметр – поток вызывающих моментов. Поэтому всегда $\mu(t) \geq \lambda(t)$, а равенство имеет место только для ординарных потоков, когда в каждый вызывающий момент поступает только один вызов.

При рассмотрении конкретных математических моделей потоков удобно, используя признак последействия, распределить все изучаемые модели по трем классам: потоки без последействия, с простым и ограниченным последействием. В класс потоков без последействия входят: простейший, пуассоновский с переменным или случайным параметром, неординарный пуассоновский и пуассоновский с неординарными вызовами. К потокам с простым последействием относятся: примитивный, сглаженный, с повторными вызовами и поток освобождений. Ограниченным последействием обладают рекуррентный поток, поток Пальма, поток Эрланга.

1.3 Простейший поток вызовов

Стационарный ординарный поток без последействия называется простейшим. Задается простейший поток семейством вероятностей $P_i(t)$ поступления $i(i=\overline{0,\infty})$ вызовов в промежутке t. Для определения функции $P_i(t)$ исследуем процесс поступления i вызовов в течении двух соседних произвольно расположенных на оси времени промежутков t и Δt

$$\begin{aligned} P_i(t+\Delta t) = P(i,t;0,\Delta t) + P(i-1,t;1,\Delta t) + P(i-2,t;2,\Delta t) + \ldots + \\ + P(1,t;i-1,\Delta t) + P(0,t;i,\Delta t) = \sum_{j=0}^{i} P(i-j,t;j,\Delta t), \end{aligned} \tag{1.9}$$

где $P(i-j,t;j,\Delta t)$ – вероятность следующего совместного события: в промежуток t поступает $i-j$ вызовов, а в промежуток Δt поступает j вызовов.

Данная вероятность равняется произведению двух безусловных вероятностей $P_{i-j}(t)$ и $P_j(\Delta t)$, поскольку в виду отсутствия последействия вероятность поступления вызовов в промежутке Δt не зависит от числа поступивших вызовов в промежутке t.

$$P_i(t+\Delta t) = \sum_{j=0}^{i} P_{i-j}(t) P_j(\Delta t). \tag{1.10}$$

Равенство (1.10) можно значительно упростить, если учесть (1.3)

$$P_i(t+\Delta t) = P_i(t) P_0(\Delta t) + P_{i-1}(t) P_1(\Delta t) + 0(\Delta t). \tag{1.11}$$

Вероятность $P_1(\Delta t)$ определяем из выражения (1.6) с учетом ординарности потока:

$$P_1\left(\Delta t\right) = \lambda\Delta t + 0\left(\Delta t\right) \tag{1.12}$$

а вероятность:

$$P_0\left(\Delta t\right) = 1 - P_1\left(\Delta t\right) - P_{i\geq 2}\left(\Delta t\right) = 1 - \lambda\Delta t + 0\left(\Delta t\right). \tag{1.13}$$

Подставим выражения (1.12) и (1.13) в систему уравнений (1.14), затем перенесем в левую часть уравнений $P_i(t)$ и разделим обе части уравнений на Δt. Переходя к пределу при $\Delta t \to 0$, получаем систему дифференциальных уравнений:

$$P_i'\left(t\right) = -\lambda P_i\left(t\right) + \lambda P_{i-1}\left(t\right). \tag{1.14}$$

Начальными условиями для системы (1.14) являются

$$P_0\left(0\right) = 1; P_i\left(0\right) = 0, i = \overline{1, \infty}. \tag{1.15}$$

Решением (1.14) с учетом условий (1.15) служит формула Пуассона:

$$P_i\left(t\right) = \frac{\left(\lambda t\right)^i}{i!} e^{-\lambda t} \tag{1.16}$$

1.4 Свойства и характеристики простейшего потока

Выражение (1.16) является одним из возможных способов задания простейшего потока. Другим способом может служить распределение промежутка z между соседними вызовами $P(z<t)$. Определим через вероятность противоположного события:

$$P(z<t)=1-P(z>t). \tag{1.17}$$

Вероятность $P(z>t)$ равносильна вероятности того, что за промежуток длиной t не поступит ни одного вызова $P(z>t)=P_0(t)$. Тогда

$$P(z<t)=1-P_0(t)=1-e^{-\lambda t}. \tag{1.18}$$

Дифференцируя (1.18) по t, находим плотность распределения

$$p(t)=e^{-\lambda t} \tag{1.19}$$

Закон распределения с плотностью (1.19) называется экспоненциальным, или показательным, а λ – его параметром. Определим математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение промежутка z:

$$M_z=\int_0^\infty tp(t)dt=\int_0^\infty t\lambda e^{-\lambda t}dt=1/\lambda; \tag{1.20}$$

$$D_z=\int_0^\infty t^2p(t)dt-M_z^2=\int_0^\infty t^2\lambda e^{-\lambda t}dt-1/\lambda=1/\lambda; \tag{1.21}$$

$$\sigma_z=\sqrt{D_z}=1/\lambda. \tag{1.22}$$

Полученное совпадение величин M_z и σ_z характерно для показательного распределения. Это свойство на практике используют как критерий для первоначальной проверки соответствия гипотезы об экспоненциальном распределении полученных статистических данных.

К основным характеристикам потока вызовов относят:

– вероятность поступления заданного числа вызовов за промежуток времени длиной t:

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda \cdot t}, \quad k = 0,1,2,\ldots; \tag{1.23}$$

$$P_{\geq k}(t) = \sum_{i-k}^{\infty} P_i(t); \tag{1.24}$$

$$P_{\leq k}(t) = \sum_{i-0}^{k} P_i(t); \tag{1.25}$$

– вероятность отсутствия вызовов $P_0(t)$ за промежуток времени длиной t*;*

– вероятность распределения длины промежутка времени $z_i = t_i - t_{i-1} > 0$ между последовательными вызовами потока.

1.5 Моделирование простейшего потока

Для простейшего потока вызовов с параметром λ (выз/мин) длины промежутков $z_i = t_i - t_{i-1} > 0$ времени между последовательными вызовами потока распределены по показательному закону с параметром λ, (1.26):

$$P(z < t) = F(t) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda t}, t > 0, \\ 0, t < 0. \end{cases} \tag{1.26}$$

Это обстоятельство позволяет сформировать процесс поступления простейшего потока вызовов на заданном промежутке времени при помощи метода Монте-Карло, который, в рассматриваемом случае, основывается на следующей теореме:

Теорема: Если r_i – случайные числа, равномерно распределенные на промежутке $(0,\ 1)$, то возможное значение x_i непрерывной случайной величины X с заданной функцией распределения $F(x)$, что соответствует r_i, является корнем уравнения $F(x) = r_i$.

Согласно этой теореме, для получения последовательности случайных значений z_k, распределенных по экспоненциальному закону с параметром λ, требуется для каждого случайного числа $r_i(0,\ 1)$, генерируемого на ПЭВМ датчиком псевдослучайных чисел, решить уравнение (1.27)

$$1 - e^{-\lambda z_i} = r_i, \quad i = 1,2,.... \tag{1.27}$$

Решая это уравнение относительно z_i, имеем: $z_i = -\frac{1}{\lambda}\ln(1 - r_i)$.

Поскольку случайные числа r_i принадлежат интервалу $(0,\ 1)$, то и число $(1 - r_i)$ тоже случайное и с тем же равномерным распределением. Поэтому для расчета z_i можно применить упрощенную формулу (1.28):

$$z_i = -\frac{1}{\lambda}\ln r_i, \quad i = 1,2,.... \tag{1.28}$$

При этом, если поток рассматривается на интервале времени $[T_1,\ T_2]$, то моменты t_k поступления вызовов простейшего потока определяются соотношением (1.29):

$$\begin{cases} t_0 = T_1 \\ t_i = t_{i-1} + z_i,\ i = 1,2,\ldots \\ t_i \le T_2 \end{cases} \tag{1.29}$$

Для получения модельного значения параметра потока необходимо найти следующие равенства: $a = \overline{x}(\tau) = \frac{1}{n}\sum_k x(\tau) n_k$ – математическое ожидание числа вызовов в интервале. Т.к. $a = \overline{\lambda}\tau$, то модельное значение определяется по формуле (1.30):

$$\overline{\lambda} = \frac{a}{\tau}. \tag{1.30}$$

Для определения $x(\tau)$, количества вызовов, попавших в промежуток длиной τ необходимо сделать соответствующую статистическую обработку [7], см. лр/р №1.

Моделирование проводится до тех пор, пока разница между заданным (λ) и модельным ($\overline{\lambda}$) значениями параметра потока составит не более 5%.

2 СМО С ЯВНЫМИ ПОТЕРЯМИ

2.1 Распределение вероятностей состояний

На вход v-канальной СМО с явными потерями поступает простейший поток вызовов с параметром λ выз/мин., продолжительность обслуживания вызова – случайная величина, распределенная по экспоненциальному закону со средним значением, принятым в 1 у.е.в. Тогда параметр потока, выраженный в Эрлангах, можно считать интенсивностью поступающей нагрузки, Λ. Т.е., имеем систему $M/M/v/L$. Граф состояний такой системы представлен на рис. 2.1.

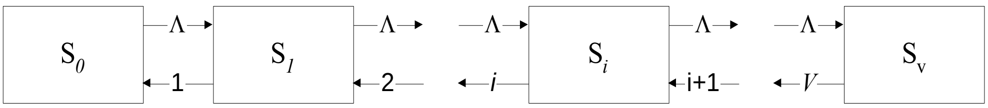

Рисунок 52.1 – Граф состояний СМО $M/M/v/L$

При поступлении вызова или окончании его обслуживания система скачкообразно переходит из одного состояния в другое. Допустим, что в момент времени $t=0$ известно состояние i системы либо распределение вероятностей состояний $P_i(0)$. Возникает задача: найти распределение вероятностей $P_i(t)$.в момент t.

Решение дают дифференциальные уравнения

$$P_i'(t) = \Lambda_{i-1}P_{i-1}(t) + (i+1)P_{i+1}(t) - (\Lambda_i + i)P_i(t), \quad i = \overline{0,v} \tag{2.1}$$

Вероятности $P_{-1}(t) \equiv 0$ и $P_{v+1}(t) \equiv 0$ как вероятности несуществующих состояний.

Система уравнений (2.1) описывает переходный режим работы исследуемой системы обслуживания. Вероятности $P_i(t)$, являющиеся решением системы уравнений (2.1), зависят от начальных условий, т.е. от распределения $P_i(0)$. Однако, для большинства практических задач можно ограничиться исследованием установившегося режима, достигаемого системой обслуживания при $t \to \infty$. При этом вероятности $P_i(t) \to \lim = const$ не зависят от t и начального распределения $P_i(0)$. Соответственно $P_i' \to 0$ и система (2.1) превращается в линейную систему однородных уравнений, (2.2):

$$(\Lambda_i + i)P_i = \Lambda_{i-1}P_{i-1} + (i+1)P_{i+1}. \tag{2.2}$$

Предельное распределение вероятностей P_i характеризует работу СМО в состоянии статистического равновесия. В этих условиях система обслуживания по-прежнему подвержена изменениям, однако вероятности, описывающие ее поведение, не изменяются со временем. Систему (2.2) можно получить непосредственно, если воспользоваться правилом, справедливым для состояния статистического равновесия: сумма интенсивностей выхода из i-го состояния системы, взвешенная по вероятности P_i, равна сумме взвешенных по вероятностями соответствующих состояний интенсивностей входа в это состояние.

Обозначим через

$$F_i = \Lambda_i P_i - (i+1)P_{i+1}. \tag{2.3}$$

Тогда из (2.2) $F_i = F_{i-1} = F_{i-2} = ... = F_0 = 0$. Далее получаем простое рекуррентное соотношение для вычисления вероятностей P_i:

$$(i+1)P_{i+1} = \Lambda_i P_i, \ i = \overline{0, \nu - 1}. \tag{2.4}$$

Задаваясь значениями i, последовательно равными $\overline{0,\infty}$. получаем:

$$P_i = \frac{\Lambda_0 \Lambda_1 \Lambda_2 .. \Lambda_{i-1}}{i!} P_0 = \prod_{k=0}^{i-1} \Lambda_k P_0 / i! \qquad (2.5)$$

Для определения P_0 воспользуемся условием нормирования $\sum_{j=0}^{\nu} P_j = 1$.

Тогда

$$P_0 = \left[\sum_{j=0}^{V} \prod_{k=0}^{j-1} \Lambda_k / j! \right]^{-1}, \qquad (2.6)$$

и окончательно:

$$P_i = \frac{\prod_{k=0}^{i-1} \Lambda_k / i!}{\sum_{j=0}^{V} \prod_{k=0}^{j-1} \Lambda_k / j!}, \; i = \overline{0, \nu}. \qquad (2.7)$$

Формула (2.7) выражает распределение вероятностей для установившегося режима. Она определяет вероятность занятости в произвольный момент i каналов системы при обслуживании с явными потерями потока вызовов с простым последействием. Вероятность P_i, можно трактовать как часть времени, в течении которго в исследуемой системе занято i выходов.

2.2 Характеристики качества систем с явными потерями

К основным характеристикам качества обслуживания СМО с явными потерями относят:

– вероятность потерь по времени

$$P_t = P_v = \frac{\Lambda^v \big/ v!}{\sum_{j=0}^{v} \Lambda^j \big/ j!} = E_v(\Lambda). \tag{2.8}$$

Формулу (5.2) обычно называют первой формулой Эрланга;

– вероятность потери вызова.

Для простейшего потока вызовов:

$$P_в = \Lambda_{пот} / \Lambda = \Lambda P_v / \Lambda = P_v = E_v(\Lambda). \tag{2.9}$$

Т.е., вероятность потери вызова совпадает с вероятностью потерь по времени.

– интенсивность обслуженной нагрузки

$$Y = \sum_{i=1}^{v} iP = \Lambda \sum_{i=1}^{v} P_{i-1} = \Lambda \sum_{i=0}^{v-1} P_i = \Lambda(1 - P_v) = \Lambda\left[1 - E_v(\Lambda)\right]; \tag{2.10}$$

– интенсивность потенциальной нагрузки

$$A = \sum_{i=1}^{\infty} iP_i = \Lambda \sum_{i=0}^{\infty} P_i = \Lambda. \tag{2.11}$$

Равенство интенсивностей потенциальной и поступающей нагрузок приводит к равенству интенсивностей потерянной $Y_{пот}$ и избыточной R нагрузки:

$$Y_{пот} = R = \Lambda \cdot E_v(\Lambda). \tag{2.12}$$

Из (2.12) непосредственно вытекает равенство потерь по нагрузке и потери вызова. Таким образом, все три вида потерь равны между собою. Объясняется это двумя свойствами простейшего потока: стационарностью и отсутствию последействия.

– пропускная способность канала.

Пропускная способность канала системы с явными потерями зависит от способа занятия канала – случайного или последовательного.

Для случайного способа занятия канала (система $M/M/v/L//R$) каждый из V каналов системы имеет одинаковую пропускную способность:

$$\eta_i = Y/v = \Lambda \cdot [1 - E_v(\Lambda)]/v \tag{2.13}$$

Для последовательного способа занятия канала (система $M/M/v/L//S$) пропускная способность i-го канала определяется:

$$\eta_i = R_{i-1} - R_i = \Lambda \cdot [E_{i-1}(\Lambda) - E_i(\Lambda)],\ E_0(\Lambda) = 1 \tag{2.14}$$

2.3 Моделирование реального процесса обслуживания СМО с явными потерями

Для моделирования реального процесса необходимо сделать следующее. Функция распределения промежутка между вызовами $P(z < t) = A(t)$, а функция распределения длительности обслуживания $P(\xi < t) = B(t)$. Программа моделирования содержит:

– два генератора случайных величин z и ξ в соответствии с заданными функциями $A(t)$ и $B(t)$;

– переменной t_0 для хранения момента поступления очередного вызова

– переменных $t_1, t_2, \ldots t_v$, для хранения моментов освобождения i-го ($i = \overline{1, v}$) канала.

Для упрощения пояснения примем $v = 3$ и проанализируем роботу алгоритма с момента поступления пятого вызова. Первый генератор формирует очередное случайное число z_5, что соответствует поступлению пятого вызова $t_0 = z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + z_5$. Предположим, что до момента t_0 первый канал был занят четвертым вызовом, а второй и третий, соответственно вторым и третьим. Тогда: $t_1 = z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + \xi_4$, $t_2 = z_1 + z_2 + \xi_2$, $t_3 = z_1 + z_2 + z_3 + \xi_3$. Каждое из полученных чисел t_1, t_2, t_3 определяет момент освобождения соответствующего канала.

При последовательном занятии каналов значение t_0 поочередно сравнивается с t_1, t_2, t_3, пока не обнаруживается ячейка с моментом освобождения $t_i < t_0 (i = \overline{1, v})$. Пусть $t_1 > t_0$ и $t_2 > t_0$, а $t_3 < t_0$. Это означает, что к моменту поступления пятого вызова первый и второй канал оставались занятыми, а третий уже освободился и может принять на обслуживание пятый вызов. Тогда t_3 присваивается t_0. Затем генерируется случайное число ξ_5, определяющее длительность обслуживания пятого вызова. Добавлением числа ξ_5 к t_3 пятый цикл заканчивается.

Шестой цикл начинается с генерации случайного числа z_6. Как и прежде, $t_0 = t_0 + z_6$. Затем осуществляется поочередное сравнение содержимого нулевой ячейки с содержимым остальных ячеек. Если теперь окажется, что $t_i > t_0, t_2 > t_0$ и $t_3 > t_0$, то шестой вызов будет потерян и на этом цикл закончится.

Для подсчета числа поступивших $k_{выз}$ и потерянных $k_{пот}$ вызовов используется два счетчика. В первый добавляется единица при каждой генерации числа z_k, а во второй – при каждой потере вызова. Отношение $k_{выз} / k_{пот}$ в итоге формирует статистическую оценку потерь вызовов.

Таблица 2.1 – Исходные данные для моделирования

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
v	3	4	5	6	4	3	4	5	3	4	5	6	3	5	4	6	5	5	3	4
h,с	15	10	20	10	20	25	30	60	10	15	10	20	30	15	40	15	45	10	30	20

Для подробного описания процесса моделирования см. лр/р №4 [7].

2.4 Структурный синтез СМО с явными потерями

Структурный синтез СМО с явными потерями допускает определение количества каналов в системе, которая обеспечивает уровень потерь, не превышающий заданный и соответствующую пропускную способность системы.

Процесс нахождения количества каналов итерационный с использованием первой формулы Эрланга. Исходными данными для расчета выступают заданная вероятность потерь (например, в телефонных сетях существуют так называемые нормы потерь для каждого участка тракта установления соединения между абонентами) и интенсивность поступающей нагрузки (в телефонных сетях это может быть суммарная нагрузка группы абонентов, подключенных к одному узлу, для которого проводится расчет количества каналов).

Расчет начинается с задания количества каналов, $v = 0$. По первой формуле Эрланга потери составят $E_0(\Lambda) = 0$. На следующем шаге количество каналов увеличивается на 1 и снова рассчитывается вероятность потерь. Полученное значение сравнивается с заданной оценкой качества обслуживания и если она его превышает, количество каналов снова увеличивается на 1 и расчет повторяется. Как только вероятность потерь станет меньше заданной оценки качества обслуживания, расчет окончен. Последнее значение количества каналов и есть искомое.

3 СМО С ОЖИДАНИЕМ

3.1 Второе распределение Эрланга

v-канальная СМО обслуживает простейший поток вызовов. Время обслуживания одного вызова – случайная величина, распределенная по экспоненциальному закону с параметром принятым за единицу времени ($h=1$ у.е.в.). Параметр потока вызова Λ, можно рассматривать как интенсивность поступающей нагрузки. При занятости всех v выходов поступающий вызов становится в очередь и обслуживается после некоторого ожидания. Общее число вызовов, которые находятся в системе на обслуживании и в очереди, обозначим $i\left(i=\overline{0,\infty}\right)$ и назовем состоянием системы. При $i=\overline{0,v}$ величина i характеризирует число занятых выходов в системе, при $i=\overline{v,\infty}$ число занятых выходов равно v, а разница $i-v$ это длина очереди. Параметр потока освобождений определяется числом занятых выходов и, в первом случае, при $i=\overline{0,v}$, зависит от состояния системы i, а в другом, при $i=\overline{v,\infty}$, имеет постоянное значение v.

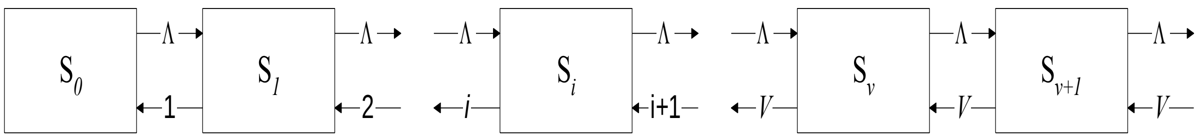

Рисунок 3.1 – Граф состояний СМО с ожиданием

Вероятность того, что система в устойчивом режиме находится в состоянии i (P_i). По аналогии с (2.2) система уравнений для состояния статистического равновесия имеет следующий вид:

$$\left.\begin{aligned}(\Lambda+i)P_i&=\Lambda P_{i-1}+(i+1)P_{i+1}, && i=\overline{0,v-1};\\(\Lambda+v)P_i&=\Lambda P_{i-1}+vP_{i+1}, && i=\overline{v,\infty}.\end{aligned}\right\}\qquad(3.1)$$

Обозначим $F =_i \Lambda P_{i-1}+(i+1)P_{i+1}$ для $i=\overline{0,v-1}$ и $F =_i \Lambda P_{i-1}+vP_{i+1}$ при $i=\overline{v,\infty}$ Тогда из (3.1) получаем $F_i=F_{i-1}=...=F_0=0$, откуда следуют два соотношения для вычисления вероятностей P_i:

$$\left.\begin{aligned}(i+1)P_{i+1}&=\Lambda P, && i=\overline{0,v-1};\\vP_{i+1}&=\Lambda P, && i=\overline{v,\infty}.\end{aligned}\right\}\qquad(3.2)$$

Принимая значения i последовательно равными $0,1,2,...$,получаем:

$$\left.\begin{aligned}P_i&=\Lambda^i P_0/i!, && i=\overline{0,v};\\P_i&=(\Lambda/v)^{i-v}\Lambda^v P_0/v!, && i=v,\infty.\end{aligned}\right\}\qquad(3.3)$$

Для определения вероятности P_0 воспользуемся условием нормировки $\sum_{j=0}^{\infty}P_j=1$, с учетом (3.3)

$$P_0=\left[\sum_{j=0}^{v-1}\left(\Lambda^i/j!\right)+\frac{\Lambda^v}{v!}\sum_{j=0}^{\infty}(\Lambda/v)^j\right]^{-1}.\qquad(3.4)$$

Выражение $\sum_{j=0}^{\infty}(\Lambda/v)^j$ в (3.4) есть сумма бесконечной геометрической прогрессии. При $\Lambda\ge v$ ряд $(\Lambda/v)^j$ расходится. Соответственно $P_0\to 0$, и все вероятности $P_i\to 0$ при конечном значении i. Можно показать, что

$\lim\limits_{i\to\infty} P_i = 1 \Rightarrow P_\infty \to 1$. Это означает, что при интенсивности поступающей нагрузки Λ, равной или большей числа выходов системы *v*, *с* вероятностью 1 постоянно будут заняты все выходы, а длина очереди будет бесконечной. Поэтому, чтобы система могла функционировать нормально и очередь не увеличивалась безгранично, необходимо выполнить условие $\Lambda < v$. В этом случае прогрессия $(\Lambda < v)^j$ будет убывающей и сумма ее $\sum(\Lambda / v)^j = v/(v-\Lambda)$. Соответственно

$$P_0 = \left\{\sum_{j=0}^{v-1} \Lambda^j \big/ j! + \Lambda^v \big/ [(v-\Lambda)(v-1)!]\right\}^{-1}. \tag{3.5}$$

С учетом (3.3) и (3.5) получаем второе распределение Эрланга:

$$P_i = \frac{\Lambda^i \big/ i!}{\sum\limits_{j=0}^{v-1} \Lambda^j \big/ j! + \Lambda^v \big/ [(v-\Lambda)(v-1)!]}, \qquad i = \overline{0, v};$$

$$P_i = \frac{(\Lambda/v)^{i-v}\, \Lambda^v \big/ v!}{\sum\limits_{j=0}^{v-1} \Lambda^j \big/ j! + \Lambda^v \big/ [(v-\Lambda)(v-1)!]}, \qquad i = \overline{v, \infty}. \tag{3.6}$$

3.2 Характеристики качества обслуживания

Вероятность ожидания для поступившего вызова для простейшего потока вызовов совпадает с вероятностью занятости всех выходов в системе, т. е. с вероятностью потерь по времени:

$$P(\gamma > 0) = P_t = \sum_{k=V}^{\infty} P_k = \frac{\Lambda^V / (V-\Lambda)(V-1)!}{\sum_{j=0}^{V-1} \Lambda^j / j! + \Lambda^V / [(V-\Lambda)(V-1)!]} = D_V(\Lambda). \quad (3.7)$$

Выражение (3.7) называется второй формулой Эрланга.

Следует отметить, что всегда $D_v(\Lambda) > E_v(\Lambda)$, т. е. при одинаковой интенсивности поступающей нагрузки вероятность ожидания в системе с ожиданием выше, чем вероятность потери вызова в системе с явными потерями. Указанное превышение потерь объясняется тем, что при освобождении выхода в системе с явными потерями он предоставляется поступающему вызову, а в системе с ожиданием при наличии очереди - ожидающему. Вновь поступившему вызову в этом случае приходится становиться в очередь. Следует отметить, что абоненты значительно спокойнее относятся к небольшому ожиданию, чем к отказам. Поэтому при нормировании качества обслуживания можно допускать большее значение вероятности $P(\gamma > 0)$ по сравнению с величиной $P_в$ в системе с явными потерями.

В соответствии с определением, используя рекуррентные соотношения (3.2), получаем:

$$Y = \sum_{i=1}^{V} iP_i + \sum_{i=V+1}^{\infty} VP_i = \Lambda \sum_{i=1}^{V} P_{i-1} + \Lambda \sum_{i=V+1}^{\infty} P_{i-1} = \Lambda \sum_{i=1}^{\infty} P_i = \Lambda. \quad (3.8)$$

Из-за отсутствия явных потерь сообщений интенсивность поступающей нагрузки совпадает с интенсивностью обслуженной и избыточная нагрузка отсутствует. Поскольку для простейшего потока интенсивность потенциальной нагрузки равна интенсивности поступающей, потерянная нагрузка также отсутствует. Однако не всегда в системе с ожиданием потери по нагрузке равны нулю. При обслуживании примитивного потока (данная модель здесь не рассматривается) источник за счет ожидания в среднем меньше находится в свободном состоянии, чем в системе без потерь. Это приводит к снижению интенсивности потока вызовов и поступающая нагрузка становиться меньше потенциальной. И, хотя все поступающие вызовы обслуживаются (равенство (3.8) сохраняется), потери по нагрузке имеют место.

Используя последовательно $n+1$ раз второе рекуррентное соотношение (3.2), получаем выражение для определения вероятности превышения длины очереди величины n:

$$P(S>n)=\sum_{i=v+n+1}^{\infty} P_i=(\Lambda/v)^{n+1}\sum_{i=v+n+1}^{\infty} P_{i-n-1}=(\Lambda/v)^{n+1}\sum_{i=v+n+1}^{\infty} P=(\Lambda/v)^{n+1}D_v(\Lambda). \qquad (3.9)$$

Для получения выражения определения средней длины очереди, с учетом равенства $\sum_{i=0}^{\infty} iq^i=q/(1-q)^2$ получаем:

$$\overline{S}=\sum_{i=v}^{\infty}(i-v)P_i=P_v\sum_{i=0}^{\infty} i(\Lambda/v)^i=P_v\Lambda/v(1-\Lambda/v)^2=\Lambda D_v(\Lambda)/(v-\Lambda). \qquad (3.10)$$

Величина $\overline{S}$ это интенсивность нагрузки, создаваемой ожидающими вызовами, а $\Lambda P(j>0)$ – интенсивность потока задержанных вызовов, где каждый задержанный вызов в среднем ждет $\overline{\gamma_3}$. Тогда:

$$\overline{S}=\Lambda P(\gamma>0)\overline{\gamma}_3. \qquad (3.11)$$

Из (3.10) и (3.11) следует:

$$\overline{\gamma}_з=1/(V-\Lambda). \qquad (3.12)$$

Средняя длительность ожидания для любого поступившего вызова:

$$\bar{\gamma} = \bar{\gamma}_з P(\gamma > 0) = D_V(\Lambda)/(V - \Lambda). \tag{3.13}$$

Величины $\bar{\gamma}_з$ и $\bar{\gamma}$ выражены в условных единицах времени.

Величину $P(\gamma > t_{доп})$ часто называют условными потерями, $t_{доп}$ – допустимое время. В отличие от предыдущих характеристик, вероятность $P(\gamma > t_{доп})$ зависит от вида очереди. Наиболее простое выражение $P(\gamma > t_{доп})$ получается при упорядоченной очереди. Рассмотрим этот случай. Вероятность $P(\gamma > t_{доп})$ можно представить в виде следующей суммы:

$$P(\gamma > t_{доп}) = \sum_{i=V}^{\infty} P_i(\gamma > t_{доп}) P_i , \tag{3.14}$$

где $P(\gamma > t_{доп})$ – вероятность ожидания свыше $t_д$ при поступлении вызова в i-ом состоянии системы.

Очевидно, $P_i(\gamma > t_{доп}) > 0$ только при. $i = \overline{v, \infty}$ Для того чтобы поступивший вызов в i-ом состоянии системы (длина очереди равна $i - v$) ждал начала обслуживания больше времени $t_{доп}$, необходимо, чтобы за время $t_{доп}$ освободилось не более $1 - v$ линий. Параметр потока освобождений при наличии очереди – постоянный и равен v. В этом случае поток освобождений является простейшим и вероятность освобождения k линий за время $t_{доп}$.

$$P_k(t_{доп}) = (v t_{доп})^k e^{-v t_{доп}} / k!. \tag{3.15}$$

Тогда

$$P_i(\gamma > t_{\partial on}) = \sum_{k=0}^{i-v} P_k(t_{\partial on}) = \sum_{k=0}^{i-v} \frac{(v t_{\partial on})^k}{k!} e^{-v t_{\partial on}}. \tag{3.16}$$

Подставив (3.15) и (3.16) в (3.14) после ряда преобразовании получаем:

$$P(\gamma > t_{\partial on}) = D_v(\Lambda) e^{-(v-\Lambda) t_{\partial on}}. \tag{3.17}$$

Величина $t_{\partial on}$ в (3.17) выражена в условных единицах времени.

3.3 Синтез СМО с ожиданием

Синтез СМО с ожиданием аналогичен пп. 2.4, с условием, что при интенсивности поступающей нагрузки, Λ, равной или более числа каналов системы v, с вероятностью 1 будут постоянно заняты все каналы и очередь будет неограниченно расти. Поэтому, чтобы система могла функционировать нормально и очередь не росла бесконечно, необходимо соблюдать условие $\underline{\Lambda < v}$. Следовательно, синтез начинается с числа каналов $[\Lambda_i]+1$.

4 ОДНОКАНАЛЬНАЯ СМО С ОЖИДАНИЕМ

В одноканальной СМО с ожиданием количество каналов $v=1$, поэтому стационарный режим наступает только случае, если $\Lambda<1$ (Эрл).

Одноканальная СМО описывается теми же уравнениями, что и многоканальная СМО с ожиданием, с той только разницей, что $v=1$.

Граф состояний одноканальной СМО аналогичен графу, представленному на рис. 3.1.

К основным характеристикам качества обслуживания одноканальной СМО с ожиданием относят:

– вероятность ожидания для поступившего вызова:

$$P(\gamma>0)=D_1(\Lambda)=\frac{\Lambda/(1-\Lambda)}{1+\Lambda/(1-\Lambda)}=\Lambda; \qquad (4.1)$$

– средняя длина очереди

$$\overline{S}=\frac{\Lambda\cdot D_v(\Lambda)}{v-\Lambda}=\frac{\Lambda\cdot\Lambda}{1-\Lambda}=\frac{\Lambda^2}{1-\Lambda}; \qquad (4.2)$$

– вероятность превышения очередью заданной длины

$$P(S>n)=(\Lambda/v)^{n+1}D_v(\Lambda)=\Lambda^{n+2}; \qquad (4.3)$$

– среднее время ожидания задержанного вызова:

$$\overline{\gamma_3}=1/(1-\Lambda); \qquad (4.4)$$

– среднее время ожидания любого поступившего вызова:

$$\bar{\gamma} = \overline{\gamma_3} P(\gamma > 0) = \Lambda / (1 - \Lambda). \qquad (4.5)$$

Величины $\bar{\gamma}_3$ и $\bar{\gamma}$ выраженны в условных единицах времени;

– вероятность ожидания свыше величины допустимого времени

$$P(\gamma > t_{доп}) = \Lambda e^{-(1-\Lambda)t_{доп}}. \qquad (4.6)$$

ПОРЯДОК ОФОРМЛЕНИЯ РАБОТЫ

Пояснительная записка к курсовой работе оформляется в на листах формата А4 рукописным/машинописным текстом, согласно требованиям к оформлению технической документации.

Описание требуемых теоретических выкладок ведется кратко и по существу.

Форма изложения – безличная, т.е. «Рассмотрим..», «Опишем…» и т.д.. Местоимения «я» и «мы» не употребляются.

В конце каждого из разделов приводятся выводы, в которых описываются полученные практические или модельные данные с числовыми характеристиками. Теоретические выкладки в выводах НЕ ПРИВОДЯТСЯ.

В выводе по работе приводятся расширенные выводы по каждому из разделов.

По тексту приводятся ссылки наиспользуемые ссылки. Ссылки могут быть как в рукописном, так и в электронном виде. К ссылкам относятся учебные пособия, методические рекомендации, статьи, монограыии, справочники, законы и пр.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крылов В.В. Теория телетрафика и ее приложения [Электронный ресурс] / В.В. Крылов, С.С. Самохвалова ; гл. ред. Е. Кондукова. – 3 Мб. – СПб. : БХВ-Петербург, 2005 (доступ через личный кабинет студента).

2. Павский В.А. Теория массового обслуживания [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / В.А. Павский ; Кемеров. технол. ин-т пищев. пром-ти. – 1 Мб. – Кемерово: [б.и.], 2008 (доступ через личный кабинет студента).

3. Ложковский А.Г. Теория массового обслуживания в телекоммуникациях: учебник [Электронный ресурс]/ А.Г. Ложковский. – Одесса: ОНАС им. А.С. Попова, 2012. – 112 с – Текст: электронный// Электронно-библиотечная система ДОННТУ: [сайт]. – URL: http://ed.donntu.org/books/17/cd6935.pdf

4. Братченко, Н. Ю. Теория телетрафика: учебное пособие / Н.Ю. Братченко. – Ставрополь: Северо-Кавказский федеральный университет, 2014. – 177 с. – Текст: электронный// Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. – URL: https://www.iprbookshop.ru/63142.html

5. Пшеничников, А. П. Теория телетрафика. Конспект лекций : учебное пособие / А. П. Пшеничников. – Москва: Московский технический университет связи и информатики, 2015. – 193 с. – Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. – URL: https://www.iprbookshop.ru/92482.html

6. Белопольская, Я. И. Теория случайных процессов и системы массового обслуживания: учебное пособие/ Я. И. Белопольская, В. Ю. Васильчук. – Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2019. – 80 с. – ISBN 978-5-9227-0963-7. – Текст: электронный// Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. – URL: https://www.iprbookshop.ru/108052.html.

7. Методические рекомендации к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Теория телетрафика» [Электронный ресурс]: для обучающихся по направлению подготовки 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» / ГОУВПО «ДОННТУ», Каф. автоматики и телекоммуникаций ; сост.: В. Н. Лозинская, И. П. Долгих, К.А. Павловская. – Донецк: ДОННТУ, 2021 (доступ через личный кабинет студента).

8. Методические рекомендации для организации самостоятельной работы по дисциплине «Теория телетрафика» [Электронный ресурс]: для обучающихся по направлению 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» / ГОУВПО «ДОННТУ», Каф. автоматики и телекоммуникаций; сост.: В. Н. Лозинская, И.П. Долгих, К.А. Павловская – Донецк : ДОННТУ, 2021 (доступ через личный кабинет студента).

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
к выполнению курсовой работы по дисциплине
«Теория телетрафика»

Составители:

Лозинская Виктория Николаевна – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры автоматики и телекоммуникаций ГОУВПО «ДОННТУ»;

Долгих Ирина Петровна – старший преподаватель кафедры автоматики и телекоммуникаций ГОУВПО «ДОННТУ»;

Павловская Ксения Александровна – кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры автоматики и телекоммуникаций ГОУВПО «ДОННТУ»

Ответственный за выпуск:

Турупалов Виктор Владимирович – заведующий кафедрой автоматики и телекоммуникаций ГОУВПО «ДОННТУ», кандидат технических наук, профессор