

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
КУРГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра энергетики и технологии металлов

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Задания для выполнения
контрольной работы № 2
с методическими указаниями
для студентов заочного обучения
направления 13.03.02
«Электроэнергетика и электротехника»

Курган 2015

Рекомендованы редакционно-издательским советом университета
« » 2015 г.

ВВЕДЕНИЕ

Во второй контрольной работе студенты решают три задачи:

1. Расчет четырехполюсника на переменном токе.
2. Расчет цепи несинусоидального тока.
3. Расчет переходных процессов в линейных цепях с сосредоточенными параметрами при постоянном ЭДС источника питания.

Контрольные задания имеют 100 вариантов. Исходные расчетные данные к задачам определяются по двум последним цифрам шифра (номера зачетной книжки) студента: по предпоследней цифре выбирают номер схемы, по последней - номер строки в таблице данных. Например, для шифра 320801 выбирается схема - 10, строка таблицы - 1.

Решению контрольной работы обязательно должно предшествовать изучение теоретического материала в соответствии с утвержденной программой курса. Основные определения и правила необходимо твердо заучивать. В ходе изучения материала следует решать задачи из списка рекомендованной литературы. Это поможет запомнить методы решения и расчетные формулы. Диаграммы желательно размещать на листе формата основного текста (например, А4).

Задача 1

РАСЧЕТ ЛИНЕЙНОГО ПАССИВНОГО ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКА

Содержание работы

Для четырехполюсника, соответствующего номеру варианта, выполнить следующее:

1. Определить сопротивление холостого хода Z_{xx} и короткого замыкания $Z_{кз}$.
2. По найденным сопротивлениям определить коэффициенты четырехполюсника в форме А (А, В, С, D). Проверить соотношение между ними ($AD-BC=1$).
3. Определить напряжение U_2 , токи I_1 и I_2 , мощности P_1 и P_2 , КПД η четырехполюсника при значениях напряжения U_1 и активном сопротивлении нагрузки R_H , подключенном к выходным зажимам.
4. Определить характеристическое сопротивление Z_C и коэффициент передачи γ .

Исходные данные приведены в табл.1, схемы на рис.1.

Таблица 1 Исходные данные четырехполюсника

№	$U_1, \text{В}$	$R_1, \text{Ом}$	$X_{L1}, \text{Ом}$	$R_2, \text{Ом}$	$X_{C2}, \text{Ом}$	$R_H, \text{Ом}$
1	380	13	6	15	30	20
2	220	6	9	16	18	22
3	127	12	14	22	18	15
4	220	14	8	18	20	25
5	380	10	18	10	30	40
6	250	12	6	18	14	45
7	220	6	12	11	25	20
8	250	10	15	14	18	14
9	127	8	5	16	20	35
10	380	15	7	18	14	10

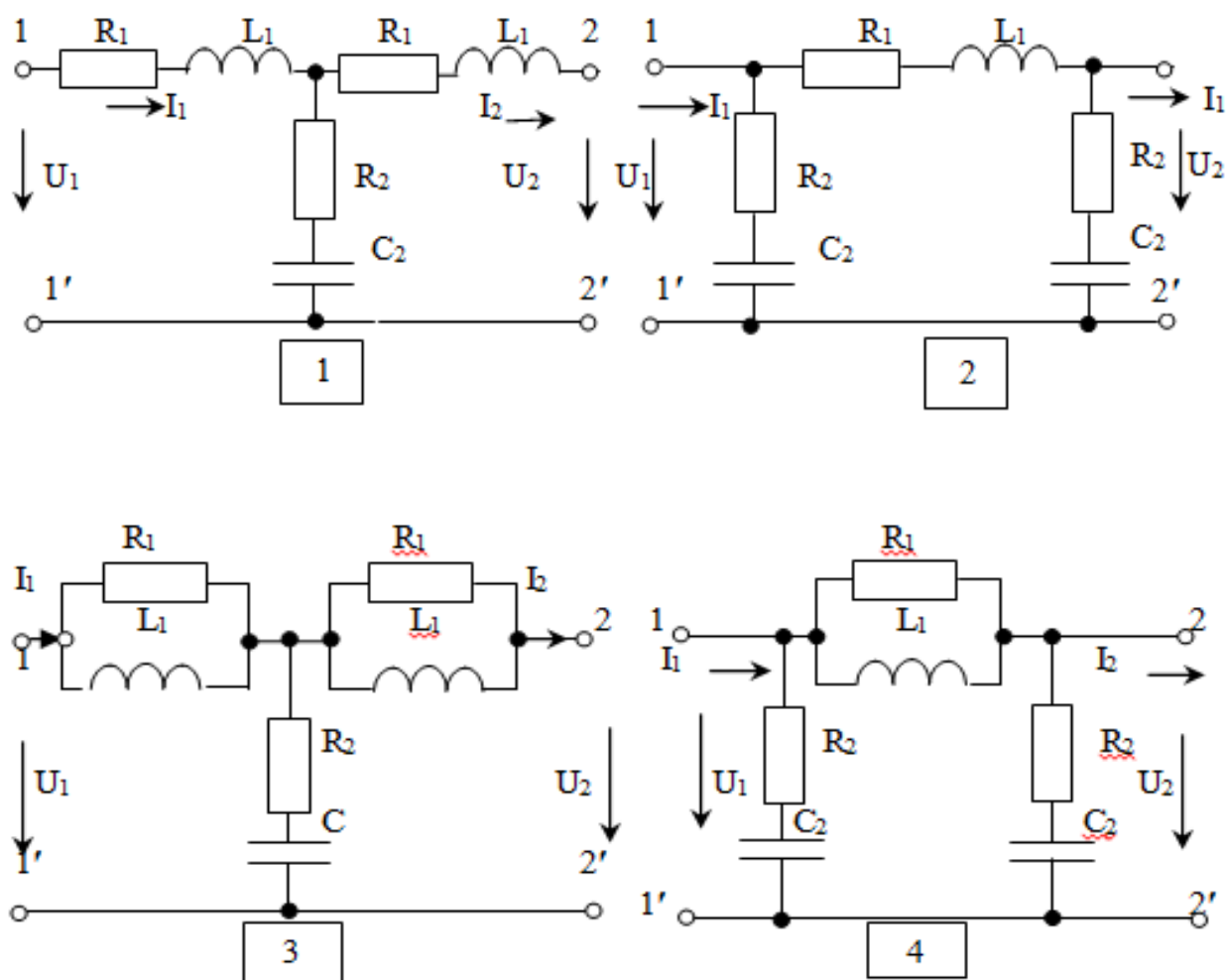
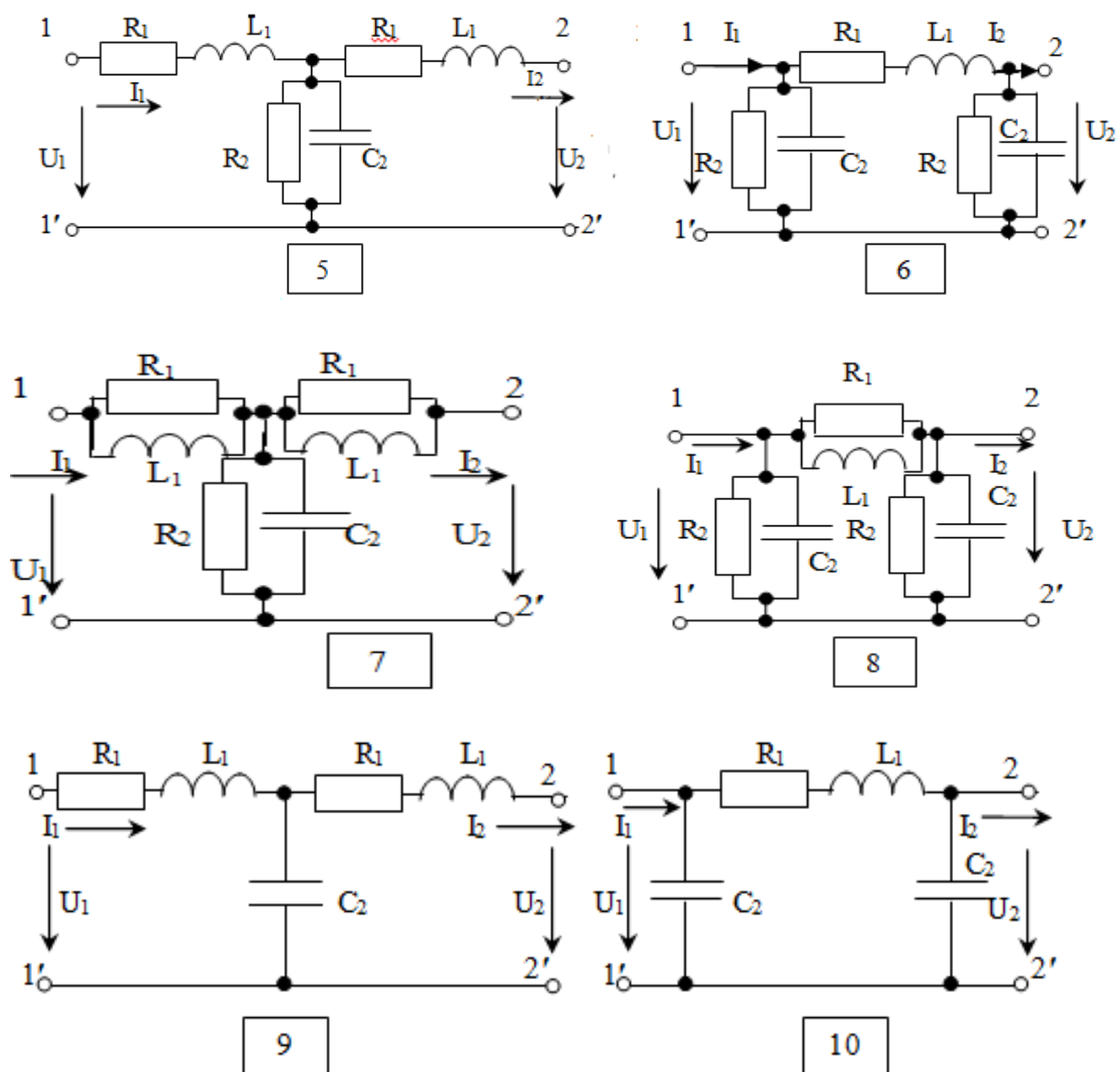


Рис. 1. Схемы к задаче 1



Окончание рис.1. Схемы к задаче 1

Задача 2

РАСЧЕТ ЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПРИ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЯХ И ТОКАХ

Содержание работы

Для электрической цепи, соответствующей номеру варианта, выполнить следующее:

1. Разложить периодическую несинусоидальную ЭДС $e = f(\omega t)$, заданную в виде графика, в ряд Фурье, ограничившись первыми тремя гармониками. Написать уравнение мгновенного значения ЭДС $e(\omega t)$
2. Определить действующее значение несинусоидальной ЭДС.
3. Вычислить токи гармоник на неразветвленном участке цепи и записать закон изменения суммарного тока.
4. Построить в масштабе гармоники входного напряжения и их графическую сумму, а также заданную кривую (в одних осях).
5. Построить в масштабе графики гармоник входного тока и их графическую сумму.
6. Определить активную, реактивную и полную мощности, а также коэффициент мощности и коэффициент искажения.

Исходные данные приведены в табл.5, схемы на рис. 3.

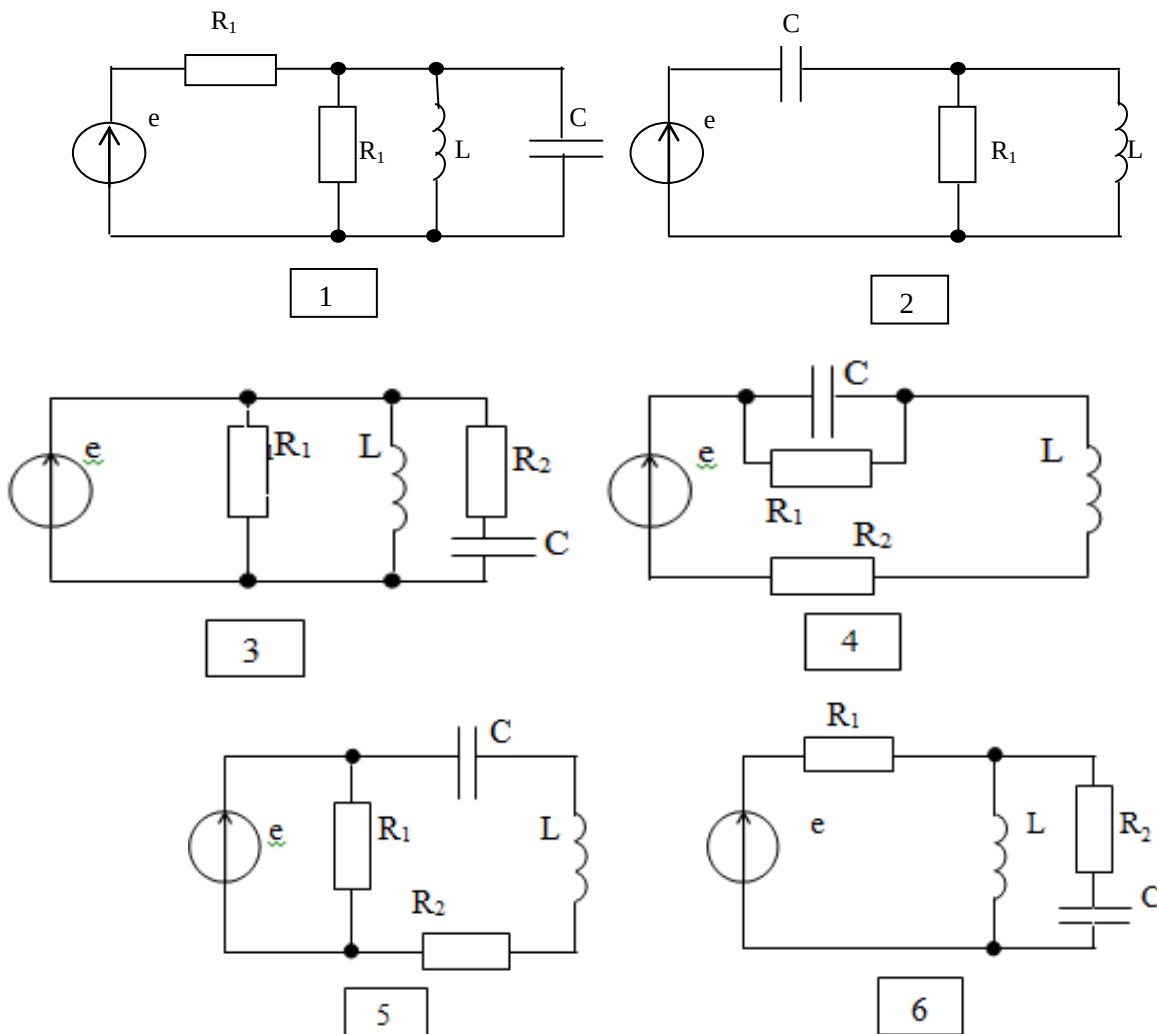
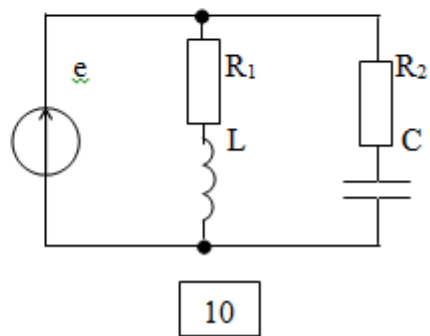
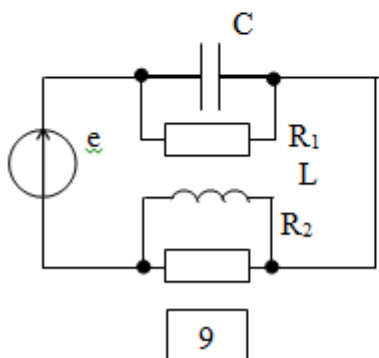
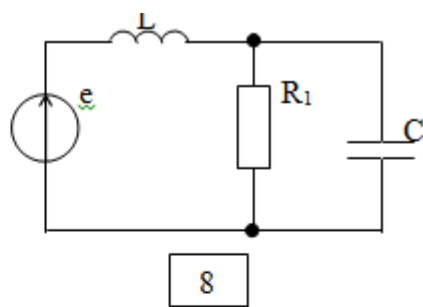
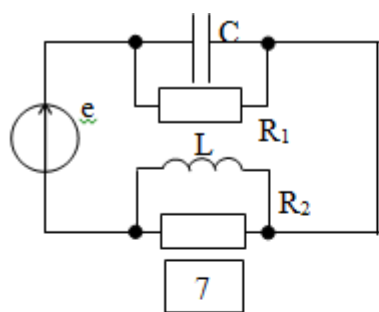


Рис. 2. Схемы к задаче2



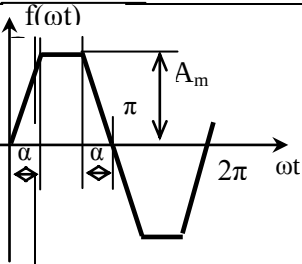
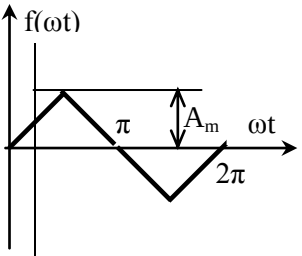
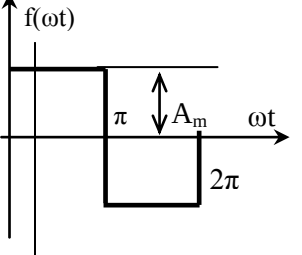
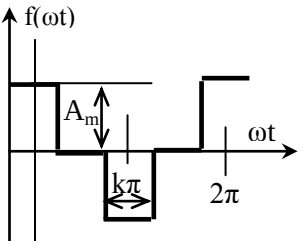
Окончание рис.2. Схемы к задаче 2

Таблица 2 Исходные данные к задаче 2

№	Форма кривой (Табл.4)	E_m , В	ω , рад/с	R_1 , Ом	R_2 , Ом	L , мГн	C , мкФ
1	1	150	5000	25	45	15	15
2	2	120	1000	10	40	10	10
3	3	80	5000	20	100	1	4
4	4	100	1000	40	55	20	5
5	1	150	5000	50	50	4	3
6	2	60	1000	120	65	30	2
7	3	120	10000	60	60	25	20
8	4	50	5000	20	25	35	25
9	1	100	1000	35	20	5	30
10	2	160	1000	15	30	4	40

Примечание: $\alpha = \pi/3$, $k = 0,5$

Таблица 3 Разложение периодической функции в ряд Фурье

Форма кривой ЭДС	Разложение в ряд Фурье
	$f(\omega t) = \left(\frac{4A_m}{\alpha\pi}\right)(\sin \alpha \sin \omega t + \frac{1}{9} \sin 3\alpha \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \sin 5\alpha \sin 5\omega t \dots)$
	$f(\omega t) = \left(\frac{8A_m}{\pi^2}\right)(\sin \omega t - \frac{1}{9} \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \sin 5\omega t - \frac{1}{49} \sin 7\omega t \dots)$
	$f(\omega t) = \left(\frac{4A_m}{\pi}\right)(\sin \omega t - \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t - \frac{1}{7} \sin 7\omega t \dots)$
	$f(\omega t) = \left(\frac{4A_m}{\pi}\right)(\sin(k\pi/2)\cos \omega t + \frac{1}{3} \sin(3k\pi/2)\cos 3\omega t + \frac{1}{5} \sin(5k\pi/2)\sin 5\omega t \dots)$

Задача 3

РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЯХ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ПРИ ПОСТОЯННОЙ ЭДС ИСТОЧНИКА ПИТАНИЯ

В электрической цепи (рис. 3) в результате коммутации возникает переходный процесс. Параметры цепи для каждого варианта приведены в табл. 4, постоянная ЭДС источника $E=110$ В.

Определить закон изменения во времени тока катушки и напряжение на конденсаторе и построить их графики в одних осях.

Примечание. Студенты направления 13.03.02 решают задачу №3 классическим и операторным методами. Для построения графиков вычисляют 10-12 значений токов и напряжений в промежутке времени от $t = 0$ до $t = 4\tau$. Результаты вычислений оформить в виде таблицы.

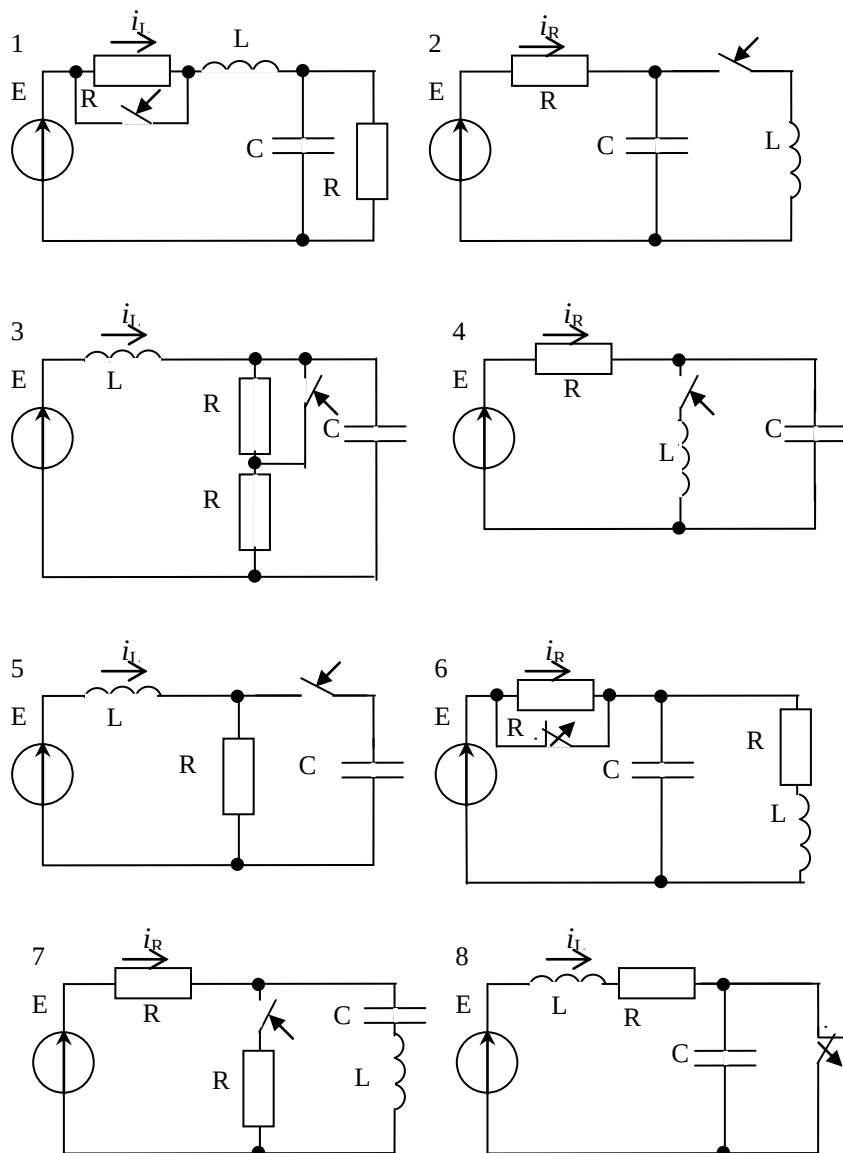
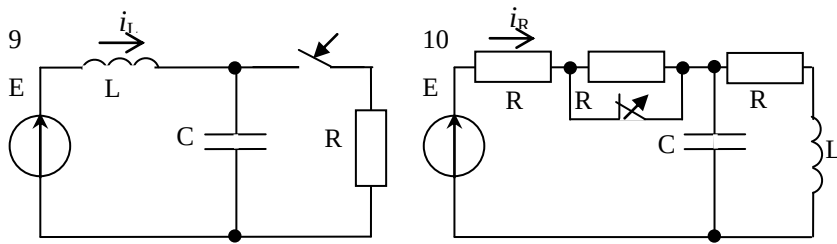


Рис. 3.



Окончание рис. 3.

Таблица 4

Номер строки	R, Ом	L, Гн	C, мкФ
1	10	0,1	100
2	8	0,02	31,3
3	6	0,06	83,3
4	15	0,025	80
5	48	0,06	200
6	8	0,05	100
7	5	0,1	120
8	10	0,08	100
9	15	0,1	40
0	10	0,05	50

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЗАДАЧЕ 1

Исследование режима работы сложной электрической цепи часто сводится к установлению связи между токами и напряжениями только на отдельных участках, но при учёте всех ее параметров. При этом вся схема представляется в виде многополюсника или, в частности, в виде четырёхполюсника с двумя входными и двумя выходными зажимами.

Для исследования режимов работы четырехполюсников при их каскадном соединении пользуются уравнениями в А-форме:

$$\dot{U} = A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2,$$

$$\dot{I}_1 = C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2,$$

где А, В, С, D - комплексные коэффициенты четырёхполюсника. Они связаны между собой соотношением

$$AD - BC = 1.$$

Коэффициенты четырёхполюсника могут быть определены из опытов холостого хода и короткого замыкания или из сопротивлений холостого хода ($\underline{Z}_{xx}$) и короткого замыкания ($\underline{Z}_{кз}$).

$$A = \sqrt{\underline{Z}_{xx} / (\underline{Z}_{xx} - \underline{Z}_{кз})},$$

$$B = A \cdot \underline{Z}_{кз}, \quad C = A / \underline{Z}_{xx}, \quad D = A.$$

Сопротивления холостого хода и короткого замыкания можно определить по параметрам четырёхполюсника путем эквивалентных преобразований, записав их предварительно в комплексной форме.

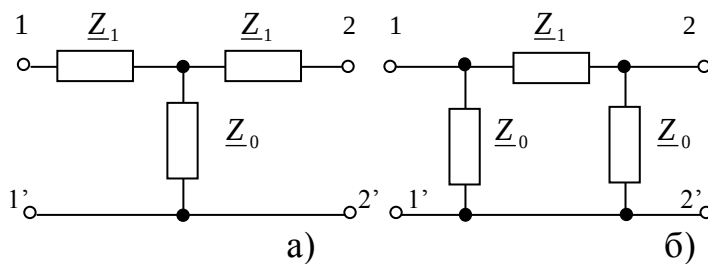


Рис.10

По рис.10, а: $\underline{Z}_{xx} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_0$, $\underline{Z}_{кз} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_0 / (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_0)$

По рис.10, б:

$$\underline{Z}_{xx} = \underline{Z}_0(\underline{Z}_0 + \underline{Z}_1) / (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_0 + \underline{Z}_0), \quad \underline{Z}_{кз} = \underline{Z}_1 \underline{Z}_0 / (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_0)$$

У каждого четырёхполюсника есть так называемое характеристическое сопротивление ($\underline{Z}_c$). При подключении нагрузки с таким сопротивлением на выход его входное сопротивление равно характеристическому, а нагрузка считается согласованной. При этом

$$\underline{Z}_c = \sqrt{B/C}.$$

Кроме того, имеется коэффициент передачи

$$\underline{g} = \alpha + j\beta = \ln(A + \sqrt{BC}),$$

где α – коэффициент затухания (Нп), β – коэффициент фазы (рад).

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЗАДАЧЕ 2

Расчёт цепей несинусоидального тока производится с использованием метода наложения. Это означает, что ток в каждой ветви рассчитывается от каждой гармоники в отдельности вне зависимости от других гармоник. Источники ЭДС представляются состоящими из отдельных последовательно соединённых генераторов, соответствующих каждой гармонике.

Для расчёта токов необходимо записать исходные данные в комплексной форме отдельно для каждой гармоники с учётом того, что индуктивное и ёмкостное сопротивления зависят от частоты ($X_L^{(1)} = \omega L$, $X_L^{(3)} = 3\omega L$ и т.д.). Результирующие токи записываются также в виде суммы гармоник. При построении волновой диаграммы входного тока следует сначала построить синусоиды гармоник, а затем их графическую сумму. Следует иметь в виду, что начальные фазы откладываются для каждой гармоники в своём масштабе. Например, если масштаб первой гармоники

$m_{от} = 2 \frac{\text{град}}{\text{мм}}$, то для третьей - $m_{3от} = 6 \frac{\text{град}}{\text{мм}}$, а для пятой - $m_{5от} = 10 \frac{\text{град}}{\text{мм}}$ и т.д.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЗАДАЧЕ 3

Переходные процессы возникают в электрических цепях при переходе от одного установившегося режима работы к другому установившемуся режиму. Смена режимов происходит в результате коммутаций (включение, выключение, переключение, изменение параметров цепи и т.п.). Классический метод расчета переходных процессов сводится к следующему:

1. На схеме цепи после коммутации указывают положительные направления токов в ветвях. Затем на основании законов Кирхгофа составляют систему уравнений для мгновенных значений токов и напряжений переходного режима. Так как напряжение на резисторе $u_R = Ri$, на индуктивной катушке $u_L = L \frac{di}{dt}$ и на конденсаторе $u_C = \frac{1}{C} \int i dt + u_C(0)$, то по законам Кирхгофа будет составлена система интегрально-дифференциальных уравнений заданной цепи.

2. Полученную систему уравнений решают относительно искомой функции (тока или напряжения). В результате получают неоднородное линейное дифференциальное уравнение, порядок которого равен числу независимых источников накопления энергии. В случае двух независимых источников накопления энергии линейное дифференциальное уравнение имеет вид:

$$a \frac{d^2 i}{dt^2} + b \frac{di}{dt} + ci = f(u),$$

где a , b , c – коэффициенты, зависящие от параметров цепи; $f(u)$ – неоднородный член уравнения, зависящий от величины и формы приложенного к цепи напряжения.

3. Решают неоднородное линейное дифференциальное уравнение, в результате чего находят искомый ток или напряжение переходного процесса.

Согласно классическому методу решение дифференциального уравнения складывается из общего решения однородной части этого уравнения (правая часть равна нулю) и частного решения неоднородного уравнения, определяемого видом функции $f(u)$.

Частное решение выражает принужденный режим, задаваемый источниками энергии, а общее решение – свободный режим. Таким образом, ток переходного процесса $i = i_{np} + i_{св}$, а напряжение $u = u_{np} + u_{св}$. Принужденные составляющие токов совпадают с установившимися значениями этих величин после окончания переходных процессов и определяются при помощи методов, изученных в первой части курса ТОЭ.

Характер переходного процесса зависит от параметров цепи и определяется корнями характеристического уравнения:

$$ap^2 + bp + c = 0$$

Если корни вещественные, отрицательные и разные ($p_1 < 0$, $p_2 < 0$), то режим будет апериодическим, свободная составляющая тока запишется в виде:

$$i_{св} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}.$$

Если корни комплексные и сопряженные ($p_1 = -\delta + j\omega_1$;

$p_2 = -\delta - j\omega_1$), то в цепи будет колебательный режим, свободная составляющая тока

$$i_{св} = Ae^{-\delta t} \sin(\omega' t + \gamma),$$

где $\omega' = \sqrt{\omega_o^2 - \delta^2}$ - круговая частота свободных затухающих колебаний, рад/с; ω_o - круговая частота собственных (резонансных) колебаний, рад/с.

При наличии равных отрицательных корней ($p_1 = p_2 = p < 0$) возникает критический режим, при котором $i_{св} = (A_1 + A_2 t)e^{pt}$.

Для определения постоянных интегрирования A, A_1, A_2, γ необходимо определить ток и его производную в момент коммутации ($t=0$). Для этого сначала определяют начальные значения тока на участках цепи с индуктивной катушкой и напряжения на участках с конденсатором путем расчета цепи до коммутации и использования законов коммутации. Подставляя эти значения в исходные дифференциальные уравнения и полагая $t=0$, определяют начальные значения токов в остальных ветвях.

Производная от тока через катушку находится непосредственно из уравнения, написанного для контура, в который входит ветвь с катушкой. Производные от токов в других ветвях схемы определяются из уравнения, в котором нет ветви с катушкой, после его дифференцирования и перехода к $t=0$, причем напряжение на конденсаторе нужно писать в форме интеграла:

$$u_c = \frac{1}{C} \int i dt + u_c(0),$$

где $u_c(0)$ – независимое начальное условие, что дает

$$\left(\frac{du_c}{dt} \right)_{t=0} = \frac{i_c(0)}{C},$$

где $i_c(0)$ – зависимое начальное условие; $\left(\frac{du_c}{dt} \right)_{t=0}$ - значение производной при $t=0$.

В некоторых случаях нужно использовать и первый закон Кирхгофа для производных от токов:

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{di_2}{dt} + \frac{di_3}{dt}$$

Характеристическое уравнение проще находить из входного сопротивления схемы в операторной форме.

Операторный метод расчета переходных процессов заключается в том, что функция $f(t)$ [обычно ток $i_L(t)$ или напряжение $u_c(t)$] вещественного переменного t (времени), называемая оригиналом, заменяется соответствующей функцией $F(p)$ комплексно переменного p , называемой изображением. Указанные функции связаны соотношением

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt, \text{ называемым прямым преобразованием Лапласа.}$$

Сокращенно

$$F(p) = f(t).$$

При переходе к изображениям дифференциальные и интегральные уравнения преобразуются в алгебраические, что упрощает расчет.

Постоянное напряжение U будет записываться в операторной форме как U/p :

$$U = U(p) = \frac{U}{p}.$$

Изображение гармонического напряжения $u(\omega t) = U_m \sin(\omega t + \psi)$ будет

$$u(\omega t) = U(p) = U_m \frac{p \sin \psi + \omega \cos \psi}{p^2 + \omega^2}.$$

Пользуясь комплексными числами, гармоническое напряжение

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi)$$

можно представить как мнимую часть комплекса $\dot{U}_m$.

$$\dot{U}_m = U_m e^{j(\omega t + \psi)},$$

то есть

$$u = \text{Im}[U_m \cdot e^{j(\omega t + \psi)}].$$

В этом случае изображение гармонического напряжения значительно упрощается и имеет вид

$$u(\omega t) = \dot{U}(p) = \frac{U_m \cdot e^{j\psi}}{p - j\omega} = \frac{\dot{U}_m}{p - j\omega}.$$

Операторные сопротивления цепей записываются так же, как и сопротивления для тех же цепей в комплексной форме, в которых $j\omega$ заменено на p . Так, для цепи, состоящей из последовательно соединенных элементов R , L и C , операторное сопротивление $Z(p)$:

$$Z(p) = R + pL + \frac{1}{p \cdot C}.$$

Напряжения на резисторе, катушке и конденсаторе в операторной форме:

$$U_R(p) = RI(p);$$

$$U_L(p) = pLI(p) - Li_L(0);$$

$$U_C(p) = \frac{1}{pC} I(p) + \frac{u_C(0)}{p},$$

где $i_L(0)$ и $u_C(0)$ - начальные значения тока в катушке и напряжения на конденсаторе (независимые начальные условия).

Уравнения для изображения тока и напряжения любой цепи могут быть получены по законам Ома и Кирхгофа, написанных для операторных схем замещения. Полученную систему уравнений в операторной форме решают относительно изображения искомого тока или напряжения. В общем случае выражение для тока в любой ветви в операторной форме имеет вид:

$$I(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)},$$

где $F_1(p)$ и $F_2(p)$ - алгебраические многочлены, степени которых соответственно равны m и n , причем $m < n$.

Переход от изображения к оригиналу осуществляется при помощи теоремы разложения:

$$i(t) = \sum_{K=1}^n \frac{F_1(p_K)}{F_2'(p_K)} \cdot e^{p_K t},$$

где p_k - корни уравнения $F_2(p_k)=0$; n – число корней; $F_1(p_k)$ - значение функции $F_1(p)$ при $p = p_k$; $F_2'(p_k)$ - значение производной функции $F_2(p_k)$ при $p = p_k$.

Теорема разложения в представленном выше виде действительна только для не кратных корней. В случае, когда знаменатель $F_2(p_k)$ имеет кратные корни (p_1 кратности m_1 , p_2 кратности m_2 , p_n кратности m_n), оригинал вычисляется по формуле:

$$\frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{(m_k - 1)!} \left[\frac{d^{m_k-1}}{d \cdot p^{m_k-1}} \cdot \frac{F_1(p) \cdot e^{pt}}{F_2(p)} \right]_{p=p_k},$$

но проще – по таблицам изображений.

Выражение, стоящее в знаменателе квадратной скобки, надо сначала сократить на $(p - p_k)^{m_k}$ и лишь после этого дифференцировать.

Для случаев подключения источника постоянного или гармонического напряжения к пассивной цепи с входным операторным сопротивлением $Z(p)$ на основании теоремы разложения получены простые расчетные формулы, называемые формулами включения.

При включении на постоянное напряжение ток в цепи при нулевых н.у.

$$i(t) = \frac{U}{Z(0)} + \sum_{k=1}^n \frac{U}{p_k Z'(p_k)} \cdot e^{p_k t}$$

где p_k - корни уравнения $Z(p)=0$.

При включении цепи на синусоидальное напряжение при нулевых н.у.

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi)$$

величина тока

$$i(t) = \text{Im} \left[\frac{U_m \cdot e^{j(\omega t + \psi)}}{\underline{Z}(j\omega)} + \sum_{k=1}^n \frac{U_m \cdot e^{j\psi}}{(p_k - j\omega) Z'(p_k)} \cdot e^{p_k \cdot t} \right],$$

где U_m - амплитуда приложенного напряжения; ψ – начальная фаза приложенного напряжения; $\underline{Z}(j\omega)$ - комплексное сопротивление цепи; $Z'(p_k)$ - производная операторного сопротивления при $p = p_k$.

Знак Im означает, что от полученного комплексного выражения берется коэффициент при мнимой части.

Пример .

В электрической цепи (рис. 3) сопротивления резисторов $R_0=R=50$ Ом, индуктивность катушки $L=0,25$ Гн, ёмкость конденсатора $C=50$ мкФ. Постоянное напряжение источника $U=100$ В. Определить закон изменения переходного тока на неразветвлённом участке цепи и построить его график. Задачу решить классическим и

операторным методами.

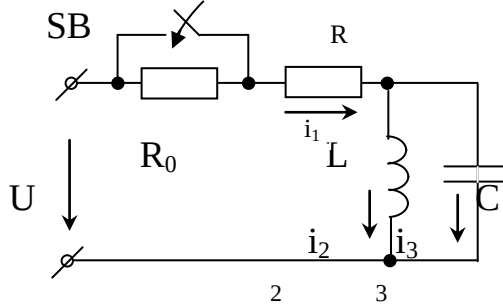


Рис.5

Решение классическим методом

1. Расчёт режима до коммутации (контакты разомкнуты). Токи в ветвях цепи:

$$i_1(0_-) = i_2(0_-) = \frac{U}{R_0 + R} = 1A; \quad i_3(0_-) = 0,$$

напряжение на конденсаторе $u_c(0_-) = 0$.

По первому закону коммутации $i_2(0) = i_2(0_-) = 1A$; по второму закону коммутации $u_c(0) = u_c(0_-) = 0$.

2. Расчёт принуждённого режима после коммутации (контакты замкнуты). Токи в ветвях цепи:

$$i_{1PP} = i_{2PP} = \frac{U}{R} = 2A; \quad i_{3PP} = 0.$$

3. Расчёт искомого тока и его производной для момента коммутации ($t=0$).

По законам Кирхгофа составляем уравнения для цепи после коммутации:

$$i_1 = i_2 + i_3; \quad (1)$$

$$U = Ri_1 + L \frac{di_2}{dt}; \quad (2)$$

$$U = Ri_1 + \frac{1}{C} \int i_3 dt + u_c(0). \quad (3)$$

Используя уравнение (3) для момента $t=0$ с учётом того, что $u_c(0)=0$, найдём: $i_1(0) = \frac{U}{R} = 2A$. Из уравнения (1) при $t=0$ вычислим $i_3(0) = i_1(0) - i_2(0) = 2 - 1 = 1A$.

Найдём производную искомого тока. Для этого продифференцируем уравнение (3):

$$0 = R \frac{di_1}{dt} + \frac{i_3}{C}.$$

Откуда

$$\frac{di_1}{dt} = -\frac{i_3}{RC}.$$

Следовательно,

$$\left(\frac{di_1}{dt} \right)_{t=0} = -\frac{i_3(0)}{RC} = -400 A/c.$$

4. Определение корней характеристического уравнения. Для этого входное сопротивление для цепи (рис. 5) после коммутации в операторной форме приравняем нулю:

$$Z(p) = R + \frac{Lp \cdot 1/Cp}{Lp + 1/Cp} = R + \frac{Lp}{LCp^2 + 1} = \frac{RLCp^2 + R + Lp}{LCp^2 + 1} = 0.$$

Характеристическое уравнение $RLCp^2 + Lp + R = 0$, или

$$p^2 + \frac{1}{RC} \cdot p + \frac{1}{LC} = 0$$

имеет два корня:

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2RC} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}}.$$

После подстановки численных значений заданных величин получим:

$$p_1 = -200 + j200, \text{ с}^{-1}; \quad p_2 = -200 - j200, \text{ с}^{-1}.$$

Так как корни характеристического уравнения получились сопряжёнными комплексными числами, то переходный процесс в электрической цепи будет иметь колебательный характер.

5. Определение постоянных интегрирования и закона изменения во времени искомого тока.

Переходный ток на неразветвлённом участке цепи

$$i_1 = i_{1IP} + i_{1CB} = i_{1IP} + Ae^{-bt} \sin(\omega't + \gamma),$$

а его производная

$$\frac{di_1}{dt} = -\delta Ae^{-\delta t} \sin(\omega't + \gamma) + A\omega'e^{-\delta t} \cos(\omega't + \gamma).$$

Находим значения тока и его производной для момента времени $t=0$:

$$\begin{cases} i_1(0) = i_{1IP}(0) + A \sin \gamma; \\ \left. \frac{di_1}{dt} \right|_{t=0} = -\delta A \sin \gamma + A\omega' \cos \gamma. \end{cases}$$

После подстановки численных значений получим систему двух уравнений

$$\begin{cases} 2 = 2 + A \sin \gamma; \\ -400 = -200A \sin \gamma + A200 \cos \gamma. \end{cases}$$

Решая ее, получим $A=-2, \gamma=0$. Следовательно, искомый ток

$$i_1 = 2 - 2e^{-200t} \sin 200t \text{ A}.$$

Для построения графика $i_1(t)$ вычислим мгновенные значения тока для различных моментов времени, начиная от нуля, через каждую миллисекунду в пределах одного периода, который равен $T' = 2\pi/\omega' = 2\pi/200 = 0,0314 \text{ с} \approx 30 \text{ мс}$. Результаты расчёта сведём в табл.3. График тока $i_1(t)$ построен на рис.6.

Таблица 3

$t, \text{с} \cdot 10^{-3}$	$200t, \text{рад}$	e^{-200t}	$200t, \text{град}$	$\sin 200t$	$i_1 = 2 - 2e^{-200t} \sin 200t, \text{A}$
0	0	1	0	0	2
1	0,2	0,819	1,47	0,199	1,675
2	0,4	0,670	22,93	0,388	1,481
3	0,6	0,549	34,40	0,564	1,381
4	0,8	0,449	45,86	0,717	1,357
5	1,0	0,368	57,33	0,843	1,380
6	1,2	0,301	68,80	0,933	1,439
7	1,4	0,247	80,27	0,986	1,513
8	1,6	0,202	91,74	1,000	1,596
9	1,8	0,165	103,21	0,973	1,679
10	2,0	0,135	114,66	0,909	1,755
11	2,2	0,111	126,13	0,807	1,821
12	2,4	0,091	137,60	0,680	1,877
13	2,6	0,074	149,07	0,517	1,924
14	2,8	0,061	160,54	0,334	1,960
15	3,0	0,050	171,99	0,139	1,987
16	3,2	0,041	183,44	0,061	2,005
17	3,4	0,033	194,91	0,56	2,016
18	3,6	0,027	206,38	0,444	2,024
19	3,8	0,022	217,85	0,613	2,027
20	4,0	0,018	229,32	0,759	2,028
30	6,0	0,0			

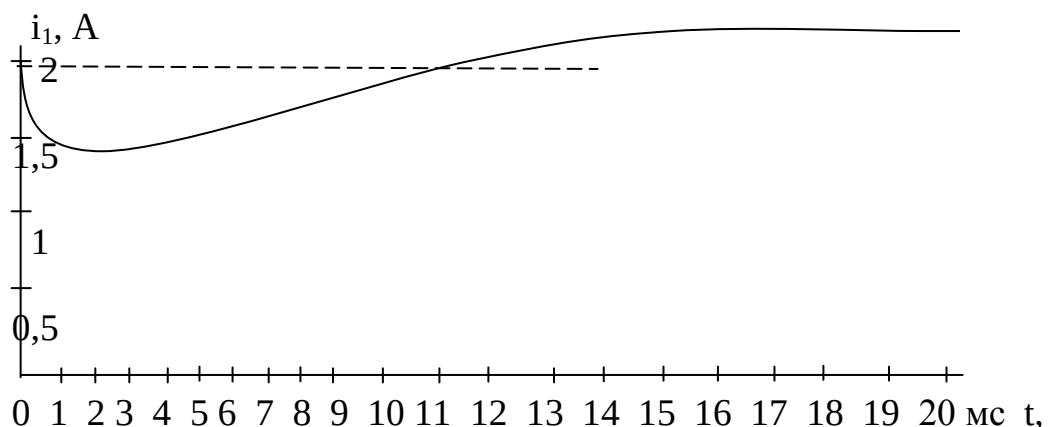


Рис.6

Решение операторным методом

Начальные условия переходного процесса в электрической цепи определены в первом пункте предыдущего расчёта: $i_2(0)=1\text{A}$, $u_c(0)=0$. С учётом этого составим операторную схему замещения цепи (рис.7) и напомним для неё уравнения по зако-

нам Кирхгофа:

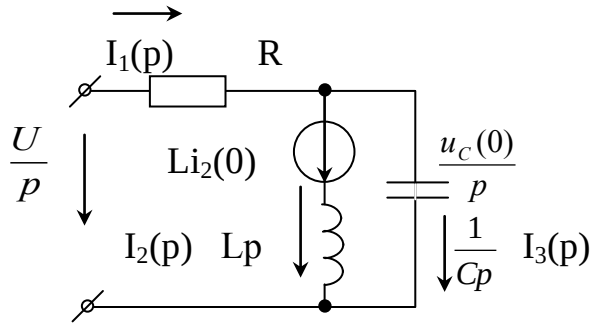


Рис.7

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1(p) = I_2(p) + I_3(p); \\ RI_1(p) + LpI_2(p) = \frac{U}{p} + Li_2(0); \\ RI_1(p) + \frac{1}{Cp} I_3(p) = \frac{U}{p}. \end{array} \right.$$

Решив эту систему относительно тока $I_1(p)$, получим:

$$I_1(p) = \frac{LCUp^2 + Li_2(0)p + U}{LCRp^3 + Lp^2 + Rp}.$$

После подстановки числовых значений получим:

$$I_1(p) = \frac{2p^2 + 400p + 160000}{p^3 + 400p^2 + 80000p} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}.$$

Для нахождения оригинала определим корни знаменателя, для чего приравняем его нулю:

$$\begin{aligned} p^3 + 400p^2 + 80000p &= 0; \\ p_1 &= 0; \quad p_2 = -200 + j200; \quad p_3 = -200 - j200, \text{ с}^{-1}. \end{aligned}$$

Так как знаменатель имеет три корня, то сумма в формуле разложения состоит из трёх слагаемых:

$$i_1(t) = \frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{F_1(p_2)}{F_2'(p_2)} e^{p_2 t} + \frac{F_1(p_3)}{F_2'(p_3)} e^{p_3 t}.$$

Найдём числители слагаемых:

$$F_1(p_1) = 16 \cdot 10^4; \quad F_1(p_2) = (8 - j8)10^4; \quad F_1(p_3) = (8 + j8)10^4.$$

Производная знаменателя

$$F_2'(p) = 3p^2 + 800p + 80000.$$

Подставим вместо p соответствующие корни и получим знаменатели слагаемых:

$$F_2'(p_1) = 80000; \quad F_2'(p_2) = (-8 - j8)10^4; \quad F_2'(p_3) = (-8 + j8)10^4.$$

Полученные значения подставим в формулу теоремы разложения:

$$i_1(t) = \frac{16 \cdot 10^4}{8 \cdot 10^4} e^{0 \cdot t} + \frac{(8 - j8)10^4}{(-8 - j8)10^4} e^{(-200 + j200)t} + \\ + \frac{(8 + j8)10^4}{(-8 + j8)10^4} e^{(-200 - j200)t} = 2 - e^{-200t} [e^{j(200t - 90^\circ)} + \\ + e^{-j(200t - 90^\circ)}] A.$$

Избавляясь от комплексной формы, получим; А:

$$i_1(t) = 2 - 2e^{-200t} \sin 200t.$$

Список источников

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. – 9-е изд. - М.: Высш. шк., 1996. – 638 с.
2. Зевеке Г.В. и др. Основы теории цепей. – М.: Энергия, 1975. – 752 с.
3. Шебес М.Р. Теория линейных цепей в упражнениях и задачах. – М.: Высш. шк., 1973. – 655 с.
4. Шебес М.Р., Каблукова М.В. Задачник по теории линейных электрических цепей. – 4-е изд. – М.: Высш.шк., 1990. – 544 с.
5. Теоретические основы электротехники: В 3 ч. Ч.1. Атабеков Г.И. Линейные электрические цепи: Учебн. – 5-е изд. – М.: Энергия, 1978. – 592 с.
6. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники: В 2 т.: Учебн. Том 1. – 3-е изд. – Л.: Энергоиздат, 1981. – 536 с.
7. Татур Т.А. Основы теории электрических цепей: Учебн. пособие. – М.: Высш. шк., 1980. – 271 с.
8. Сборник задач по теоретическим основам электротехники /Л.А. Бессонов и др. – М.: Высш. шк., 1988. – 534 с.
9. Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники /Под ред. П.А. Ионкина. – М.: Энергоиздат, 1982. – 567с.
10. <https://toehelp.ru/>