

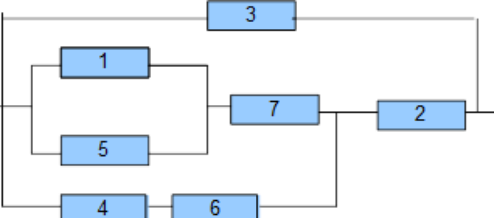
**Индивидуальное домашнее задание по «Теории вероятностей и математической статистике» (группа
НКАбд-02-24, осенний семестр)**

1. Найдите вероятность того, что произведение двух последних цифр номера автомобиля:
 - а) Равно n ; больше n ; меньше n ;
 - б) Заложено в промежутке $[n_1; n_2]$.
2. Из колоды в 52 карты наугад (без возвращения) извлекаются четыре. Найти вероятность указанных в варианте событий.
3. В треугольник с вершинами в точках $(a_1; b_1), (a_2; b_2), (a_3; b_3)$ в соответствии с принципом геометрической вероятности бросается точка. Обозначим через ξ и η координаты этой точки. Вычислите вероятность того, что квадратное уравнение $x^2 + 2(\xi - c)x + d\eta + f = 0$ будет иметь действительные корни.
4. Из двух коробок, в каждой из которых находятся n шаров с написанных на них числами от 1 до n , наудачу извлекается по одному шару. Событие A —сумма чисел, написанных на выбранных шарах, делится на m ; событие B —произведение этих чисел больше k , событие C - сумма чисел, написанных на выбранных шарах, больше l . Найти $P(A|B), P(B|A), P(A|C), P(C|A), P(B|C), P(C|B)$, Проверить, есть ли пары независимых событий и являются ли события A, B и C независимыми в совокупности?
5. Система надежности состоит из 7 элементов и имеет заданную структурную схему. События $A_i, i=1, \dots, 7$, — отказы элементов за заданный промежуток времени.
 - а) Выразите через события A_i события A и $\bar{A}$, где A — отказ всей системы за заданный промежуток времени.
 - б) Считая, что события A_i независимы в совокупности и имеют вероятности $P(A_i) = p_i, i = \overline{1,7}$, вычислите вероятность события A .
6. В первой урне находятся n_1 белых и m_1 черных шаров, во второй урне— n_2 белых и m_2 черных шаров. Сначала из первой урны во вторую перекладывается наугад k_1 шаров, затем так же наугад перекладывается из второй урны в первую k_2 шаров.
 - а) Определите вероятность того, что после вскрытия первой урны в ней будет столько же белых шаров, сколько было до проведения опыта.
 - б) После вскрытия первой урны оказалось, что в ней столько же белых шаров, сколько было до проведения опыта. Вычислите вероятность того, что при этом условии из первой урны во вторую переложили l черных шаров.
7. Вероятность попадания в цель при любом из n выстрелов равна p . Найдите вероятность того, что произойдет:
 - а) Ровно m попаданий.
 - б) Не более m попаданий.
 - в) Не менее m попаданий
 - г) От m_1 до m_2 попаданий.
8. Известна вероятность того, что изготовленное изделие будет бракованным.
 - а) Либо вероятность равна p_1 . Определите вероятность того, что среди n изготовленных изделий бракованными окажутся:
 - а) Ровно m изделий.
 - б) По крайней мере m изделий.
 - в) Не более k изделий
 - б) Либо вероятность равна p_2 . Определите вероятность того, что среди n изготовленных изделий бракованными окажутся:
 - а) Ровно m изделий.
 - б) От m_1 до m_2 изделий.
 - в) Не менее k изделий.
9. Из урны, в которой находится n_1 шаров белого цвета, n_2 —черного и n_3 —синего, наудачу извлекается $m = m_1 + m_2 + m_3$ шаров. Вычислить вероятность того, что среди них будет m_1 белых шаров, m_2 —черных и m_3 —синих, если выбор производится с возвращением.
10. В наборе n_1 шаров белого цвета, n_2 шаров синего и n_3 шаров красного цвета. Из набора случайным образом без возвращения вынимают m шаров. Случайная величина ξ — число вынутых красных шаров (**варианты 1-10 ИДЗ**), шаров синего цвета (**варианты 11-20 ИДЗ**), белого цвета (**варианты 21-30 ИДЗ**). Найдите:
 - а) Ряд распределения случайной величины ξ .
 - б) Функцию распределения случайной величины ξ и постройте ее график.
 - в) Вероятность попадания случайной величины ξ в интервалы $(x_1; x_2), [x_1; x_2); (x_1; x_2], [x_1; x_2]$.
 - г) Найдите ряд распределения случайных величин η и μ
11. Непрерывная случайная величина ξ имеет плотность распределения $p(x)$. Найдите:
 - а) Константу A
 - б) Функцию распределения случайной величины ξ и постройте ее график.

- в) Вычислите функцию распределения и плотность распределения случайной величины $\eta = a(\xi + b)^3 + c$.
- г) Вычислите функцию распределения и плотность распределения случайной величины $\mu = a(\xi - b)^2 + c$
12. Случайная величина $\xi \sim N(m, \sigma)$.
- а) Найдите вероятность попадания случайной величины ξ на интервал $(a_1; a_2)$
- б) Задана новая случайная величина $\eta = e^{a\xi+b}$ Найдите вероятность попадания случайной величины η в интервал (x_1, x_2) .
13. В условиях задачи 14 выбирают m шаров. Пусть ξ число вынутых белых шаров, а через η – красных. Найдите:
- а) Совместное распределение случайных величин ξ и η (ряд распределения).
- б) Ряды распределения случайных величин ξ и η
- в) Условные распределения случайной величины ξ при условии η , случайной величины η при условии ξ , проверить случайные величины на независимость
- г) Значения двумерной функции распределения $F_{\xi\eta}(x; y)$ в заданных точках $(x; y)$
- д) Ряд распределения новой случайной величины $\mu = f(\xi, \eta)$
- е) Ряд распределения новой двумерной дискретной случайной величины $(\mu_1; \mu_2)$
14. В четырехугольник с вершинами в точках (a_1, a_2) , (b_1, b_2) , (c_1, c_2) , (d_1, d_2) в соответствии с принципом геометрической вероятности падает частица. Пусть ξ и η – координаты по оси X и Y точки падения частицы. Найдите:
- а) Совместную функцию распределения $F_{\xi\eta}(x, y)$ случайной величины $(\xi; \eta)$ (нарисуйте все варианты пересечений) и через совместную функцию совместную плотность распределения случайной величины $(\xi; \eta)$.
- б) Одномерные функции распределения случайных величин ξ и η , а через них – одномерные плотности.
- в) Условные функции распределения и условные плотности распределения случайной величины ξ при условии η , и случайной величины η при условии ξ . Проверьте, будут ли эти случайные величины независимыми
- г) Значение функции распределения случайной величины $\mu = g(\xi, \eta)$ в точке z
15. Совместная плотность распределения случайных величин ξ и η задана формулой
- $$p_{\xi,\eta}(x; y) = C(ax^\alpha + by^\beta), \quad (x; y) \in D$$
- где область D задана в варианте. Нарисуйте область и найдите:
- а) Постоянную C .
- б) Значения двумерной функции распределения $F_{\xi\eta}(x; y)$ в заданных точках $(x; y)$
- в) Одномерные плотности и функции распределения случайных величин ξ и η .
- г) Условные функции распределения и условные плотности распределения случайной величины ξ при условии η и случайной величины η при условии ξ . Проверьте, будут ли эти случайные величины независимыми
- д) Вычислите вероятность попадания вектора (ξ, η) в треугольник с вершинами в точках $(z_1; z_2)$, $(u_1; u_2)$, $(v_1; v_2)$. (Записать интеграл, расставить пределы интегрирования, считать интеграл – не надо)
- е) Значение функции распределения $F_\mu(z)$ новой случайной величины $\mu = g(\xi, \eta)$ в точке z . (Записать интеграл, расставить пределы интегрирования, считать интеграл – не надо).

Распределение баллов (20 баллов)

Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5
1 балл	1 балл	2 балла	1 балл	1 балл
Задача 6	Задача 7	Задача 8	Задача 9	Задача 10
1 балла	1 балл	1 балл	1 балла	2 балла
Задача 11	Задача 12	Задача 13	Задача 14	Задача 15
2 балла	1 балл	2 балла	1 балл	2 балла

№ задачи	Данные
1.	$n = 27; n_1 = 9; n_2 = 36.$
2.	Событие $A = \{\text{два короля и две дамы}\}$, событие $B = \{\text{два короля и две дамы, той же масти, что и короли}\}$
3.	$(a_1; b_1) = (2; 4); (a_2; b_2) = (0; 2); (a_3; b_3) = (4; 0);$ $c = 2; d = -2; f = 4.$
4.	$n = 10; m = 7; k = 32; l = 11.$
5.	 $p_1 = 0,3, p_2 = 0,3, p_3 = 0,3,$ $p_4 = 0,5, p_5 = 0,3, p_6 = p_7 = 0,3.$
6.	$n_1 = 4, m_1 = 3, n_2 = 2, m_2 = 4, k = 4, l = 2.$
7.	$n = 7, p = 0,6, m = 3, m_1 = 3, m_2 = 6.$
8.	$p_1 = 0,0052; n = 700; m = 4; k = 5$
	$p_2 = 0,0725; n = 1800; m = 135; m_1 = 90; m_2 = 160; k = 150.$
9.	$n_1 = 4, n_2 = 4, n_3 = 2; m_1 = 2, m_2 = 2, m_3 = 2.$
10.	$n_1 = 7, n_2 = 5, n_3 = 4, m = 6;$ $x_1 = 2, \quad x_2 = 5.$ $\mu = 9 - 2\xi^2 , \quad \eta = 3 - 4 - \xi^3 $
11.	$p_\xi(x) = \begin{cases} A(x^2 + 1), & -2 \leq x \leq 2 \\ 0, & x < -2, x > 2 \end{cases}$ $a = 2, \quad b = 1, \quad c = -1.$
12.	$m = 2, \quad \sigma = 3, \quad a_1 = -1, \quad a_2 = 5, \quad a = 9, \quad b = -27,$ $x_1 = 40, \quad x_2 = 130.$
13.	$(x; y) = (9; 3), (3; 7), (6; 2);$ $\mu = (\xi - 1)(\eta + 1)$ $\mu_1 = 2(\xi - (3 - \eta)); \mu_2 = 5 - \eta - \xi$
14.	$(a_1, a_2) = (-3; -1), (b_1, b_2) = (-3; 4), (c_1, c_2) = (4; 4), (d_1, d_2) = (4; -1);$ $\mu = -3\xi + \eta, z = 1$
15.	$a = 2, \alpha = 1, b = 1, \beta = 2,$ $D = \{(x; y): x = 3, \quad y = 4, \quad y = x^2, \quad y = 0\}$ $(x; y) = (2; 2)$ $(z_1, z_2) = (0; 1), (u_1, u_2) = (2; 3), (v_1, v_2) = (4; 0);$ $\mu = 2(\xi - 2)^2 + \eta, z = 3$