

Лабораторная работа № 12 WXP

**ВЕРОЯТНОСТНЫЕ И ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ
СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ**

Составители: Т.Л. Алексеева, канд.техн.наук, доцент
В.Г. Санников, канд.техн.наук, профессор

Издание утверждено советом ОТФ-2. Протокол № 7
от 15.03.09.

Отв. редактор В.Г. Санников, канд.техн.наук, профессор

Рецензент В.А. Корзинкин, канд.техн.наук, доцент

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Ознакомиться с методами измерения одномерных функций плотности вероятности (ФПВ) и функций распределения вероятности (ФРВ), а также числовых характеристик случайных эргодических процессов на ПЭВМ.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. Рассчитать и построить графики ФПВ и ФРВ эргодического случайного процесса:

$$X(t) = A \cos(\omega t + \varphi), -\infty \leq t \leq \infty,$$

где A и ω – некоторые постоянные; φ – случайная, равномерно распределенная на интервале $(-\pi, \pi)$ фаза. Расчеты произвести для двух значений амплитуд A_1 и A_2 , указанных в таблице 1. Определить среднее значение этого процесса.

2. Рассчитать и построить графики ФПВ и ФРВ эргодического нормально-го процесса с нулевым средним значением и среднеквадратичными значениями σ_1 и σ_2 , указанными в таблице 1 (для расчета воспользоваться таблицами П1 и П2 приложения к работе).

3. Рассчитать и построить график ФПВ случайного процесса, образованного суммой независимых случайных процессов из пунктов 1 и 2 с параметрами A_1 и A_2 и σ_1 , указанными в таблице 1 (для расчета следует пользоваться графиками, приведенными на рисунке 9 приложения к работе). Определить среднее значение этого процесса.

4. Рассчитать и построить графики дискретного по значениям случайного процесса для Вашего варианта задания. Определить среднее значение m_1 , полную мощность m_2 и дисперсию СП. Данные для расчета приведены в таблице 2.

Таблица 1

Номер стенда	A_1 [v]	A_2 [v]	σ_1 [v]	σ_2 [v]
1	2,2	1,1	0,510	1,00
2	2,0	1,0	0,632	0,30
3	1,8	0,9	0,569	0,90
4	1,6	0,8	0,400	0,80
5	1,4	0,7	0,443	1,00
6	1,2	0,6	0,600	0,25
7	1,0	2,0	0,500	1,10
8	1,1	2,2	0,550	0,40
9	1,2	1,8	1,200	0,40
10	1,6	2,2	0,750	1,50
11	1,7	0,5	0,538	0,85
12	0,7	1,4	0,700	0,90

Таблица 2

$N_{\text{нап}}$	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
1	1	-1	1	0	-1
2	1	0	-1	-1	-1
3	1	1	0	-1	0
4	1	0	1	0	-1
5	-1	0	-1	1	1
6	-1	1	0	-1	1
7	1	0	1	1	-1
8	0	1	0	1	-1
9	-1	-1	-1	0	-1
10	1	0	1	0	-1
11	1	0	-1	0	1
12	1	-1	-1	-1	0

КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ УЧЕБНОЙ КОМПЬЮТЕРНОЙ ПРОГРАММЫ

Экспериментальный макет смоделирован программно на процессоре компьютера. В его состав входят:

1. Тестовые задания в виде графиков и задач для допуска студентов к выполнению лабораторной работы.
2. Генераторы случайных процессов с выводами их временных зависимостей на экран дисплея.
3. Измерители одномерных ФПВ и ФРВ с выводами графиков на экран дисплея.
4. Задачи на защиту лабораторной работы.



ЛАБОРАТОРНОЕ ЗАДАНИЕ

1. Измерить ФПВ и ФРВ эргодического случайного процесса, представляющего собой синусоидальный сигнал со случайной начальной фазой, для двух значений амплитуд A_1 и A_2 (см. Таблицу 1) и постройте их графики.
2. Измерить ФПВ и ФРВ нормального случайного процесса с нулевым средним значением для двух среднеквадратичных значений σ_1 и σ_2 , указанных в таблице 1, и постройте их графики.
3. Измерить ФПВ случайного процесса в виде суммы гармонического сигнала с амплитудой A_1 и нормального случайного процесса с σ_1 , а также гармонического сигнала с амплитудой A_2 и нормального случайного процесса с σ_2 . Постройте их графики.
4. Для узкополосного случайного процесса измерить и построить график ФПВ его огибающей.
5. Рассчитать и снять ФПВ и ФРВ дискретного по значениям процесса, соответствующего номеру задания в Таблице 2. Определить m_1 , m_2 и ввести их значения.
6. Сопоставить экспериментальные и теоретические результаты; сделать выводы.
7. Решить задачи для получения зачета по лабораторной работе.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Расчет ФПВ и ФРВ ведется по дискретным значениям функций.

1. На экран дисплея вызывается график эргодического случайного процесса (СП) с заданными параметрами.
2. Появляется окно **Применить**. Подводим туда курсор.
3. При исследовании ФПВ СП появляются две горизонтальные линии с расстояниями между ними Δx .
4. Перемещайте эти линии с помощью курсора (справа от графика имеется клавиша перемещения уровня) от x_{\min} до x_{\max} . Расчет ФПВ ведется в процессоре компьютера по формуле $W(x) = \frac{n_{x\Delta x}}{N\Delta x}$, где $n_{x\Delta x}$ - число отсчетов функции, попавших в интервал Δx при текущем уровне анализа x , на интервале T , N - общее число дискретных значений функции на T .
5. На экране дисплея высвечиваются текущие значения $W(x)$ и строится ее график. Зарисуйте график ФПВ в свой отчет.

6. Снизу графика высвечивается «назад» и «далее». В зависимости от того, хотите ли вы повторить измерения или проводить далее эксперимент, подведите туда курсор.
7. На экране высвечивается тот же вопрос, но с одним уровнем анализа X_1 для экспериментального снятия функции распределения вероятностей (ФРВ) $F(x)$. ФРВ получается путем изменения уровня анализа X_1 . Расчет $F(x)$ проводится в компьютере путем подсчета числа дискретных значений функции $X(t)$ меньших или равных X_1 , отнесенных к общему числу дискретных значений N на интервале T по формуле $F(X_k) = n_k / N$.
8. Уровень анализа изменяется студентом с помощью курсора от x_{\min} до x_{\max} . Текущее значение $F(x)$ и график отображается на экране дисплея.
9. Внизу под графиком высвечиваются окна «назад» и «далее» и окно, в котором необходимо записать параметры следующего СП.
10. В зависимости от желания, студент может проводить эксперимент далее.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

При оформлении отчета по лабораторной работе следует придерживаться установленных требований. В отчет включаются результаты домашних расчетов, экспериментальные результаты и их объяснение, анализ возможных источников погрешностей измерения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зюко А.Г., Кловский Д.Д., Назаров М.В., Финк Л.М. Теория передачи сигналов. – М: Радио и связь, 1986.
2. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. – М: Высшая школа, 1988.
3. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. – М: Советское радио, 1989.
4. Теория электрической связи. Учебник для ВУЗов / Под ред. Кловского Д.Д. – М.: Радио и связь, 1998.
5. Шахтарин Б.И. Случайные процессы в радиотехнике. Часть 1. Линейные системы. – М.: Радио и связь, 2002.
6. Денисенко А.Н. Сигналы. Теоретическая радиотехника. Справочное пособие. Радиотехнические цепи и сигналы. – М: Горячая линия - Телеком, 2005.
7. Приложение к работе.

1. Случайные процессы

Краткая классификация случайных процессов (СП) приведена на рисунке 1.



Рисунок 1 – Классификация случайных процессов

СП характеризуется множеством своих реализаций. С другой стороны, СП есть изменяющаяся во времени случайная величина (СВ). СП *стационарен* – если его вероятностные характеристики не зависят от начала отсчета времени. Стационарный СП является *эргодическим*, если его вероятностные характеристики, найденные усреднением по множеству реализаций, равны его вероятностным характеристикам, найденным усреднением по времени, от одной бесконечно длинной реализации.

Пример непрерывного по значениям СП приведен на рисунке 2.



Рисунок 2 – Множество реализаций непрерывного по значениям случайного процесса

Пример одной реализации дискретного по значениям СП приведен на рисунке 3.

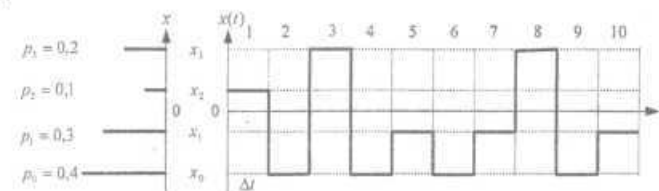


Рисунок 3 – Реализация дискретного по значениям случайного процесса

2. Вероятностные характеристики случайных процессов

Выше отмечалось, что в любой момент времени случайный процесс есть случайная величина (СВ). При исследовании стационарного СП вероятностные характеристики его СВ не зависят от времени. К основным характеристикам СВ относятся: функция распределения вероятностей (ФРВ) и функция плотности вероятности (ФПВ).

ФРВ определяется как вероятность пребывания значений СВ X ниже наперед заданного уровня x , и записывается так

$$F(x) = p\{X \leq x\}.$$

Основные свойства ФРВ:

- 1) $F(-\infty) = 0$,
- 2) $F(\infty) = 1$,
- 3) При $x_2 > x_1$, $F(x_2) \geq F(x_1)$ - ФПВ неубывающая функция,
- 4) ФПВ - безразмерна.

ФПВ определяется как предел отношения к величине Δx вероятности пребывания значений СВ X в интервале от x до $(x+\Delta x)$

$$W(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{p\{x \leq X \leq x + \Delta x\}}{\Delta x}.$$

Основные свойства ФПВ:

- 1) $W(x) \geq 0$, ФПВ неотрицательна,
- 2) $\int_{-\infty}^{\infty} W(x) dx = 1$, условие нормировки (площадь под ФПВ равна единице),
- 3) Размерность ФПВ обратна размерности СВ X ($1/[x]$).

Взаимосвязь ФРВ и ФПВ характеризуется соотношениями:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x W(v) dv, \quad W(x) = dF(x)/dx.$$

На рисунке 4 приведена реализация эргодического случайного процесса и показан метод приближенной оценки ФПВ (в соответствии с её определением) по формуле

$$\hat{W}(x) = \frac{\hat{p}(x)}{\Delta x}, \quad \hat{p}(x) = \frac{\sum_i \Delta t_i(x)}{T_n},$$

где $x(t)$ - реализация эргодического случайного процесса; x - уровень анализа, i - номер временного интервала удовлетворяющего условию $x \leq x(t) \leq x + \Delta x$, T_n - интервал наблюдения реализации процесса.

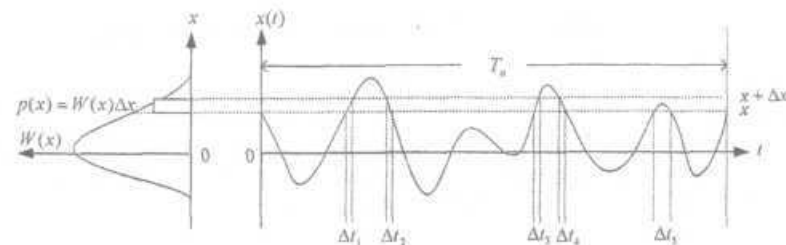


Рисунок 4 - Оценка ФПВ по реализации эргодического случайного процесса

ФРВ оценивается аналогичным образом, с той разницей, что определяется оценка вероятности $\hat{p}(x)$ для одного уровня анализа x , а i -ый номер временного интервала удовлетворяет условию $x(t) \leq x$.

Пример закона распределения вероятностей и ФРВ дискретной по значению СВ (ДСВ) приведен на рисунке 5. Зная закон распределения вероятностей ДСВ, её ФПВ и ФРВ можно представить в виде:

$$W(x) = \sum_{i=0}^{L-1} p_i \delta(x - x_i), \quad F(x) = \sum_{i=0}^{L-1} p_i \sigma(x - x_i), \quad p_i = p\{X = x_i\},$$

где $\delta(x)$ - дельта-функция Дирака, $\sigma(x)$ - единичная функция скачка (Хевисайда).

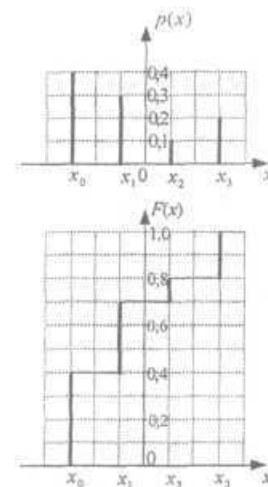


Рисунок 5 - Закон распределения вероятностей и ФРВ дискретной СВ

Единичная функция скачка $\sigma(t)$ и дельта-функция $\delta(t)$ удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 0.5, & t = 0, \\ 1, & t > 0. \end{cases}$$

$$\delta(t) = \frac{d\sigma(t)}{dt} = \begin{cases} 0, & t \neq 0, \\ \infty, & t = 0. \end{cases}$$

Дельта-функция характеризуется следующими свойствами:

а) $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$ - условие нормировки;

б) $\int_{-\infty}^{\infty} x(t) \delta(t - t_0) dt = x(t_0)$ - фильтрующее свойство.

2. Числовые характеристики случайных процессов

К числовым характеристикам СП относят его начальные и центральные моменты.

Начальные моменты k -го порядка одномерного распределения вероятностей стационарного СП есть действительные числа. Для непрерывного и дискретного по значениям СП они определяются так

$$m_k = \overline{X^k} = M\{X^k\} = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} x^k W(x) dx, \\ \sum_{i=0}^{\infty} (x_i)^k p_i, \end{cases}$$

где прямая черта сверху и знак M определяют статистическое усреднение по множеству реализаций. Поэтому начальные моменты характеризуют средние значения k -ой степени СВ.

При $k=1$ начальный момент первого порядка m_1 определяет простейшую числовую характеристику – среднее значение или математическое ожидание СВ.

Центральные моменты k -го порядка характеризуют средние значения k -ой степени отклонения СВ от среднего значения и, соответственно, равны

$$\mu_k = \overline{(X - m_1)^k} = M\{(X - m_1)^k\} = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_1)^k W(x) dx, \\ \sum_{i=0}^{\infty} (x_i - m_1)^k p_i. \end{cases}$$

При $k=2$ центральный момент второго порядка μ_2 определяет числовую характеристику, называемую дисперсией СВ и обозначаемую так $D = \sigma^2 = m_2 - (m_1)^2$.

3. Вероятностные и числовые характеристики исследуемых случайных процессов

3.1. Случайный процесс в виде гармонического колебания со случайной начальной фазой

Реализация такого СП определяется выражением:

$$x_i(t) = A \sin(\omega t + \varphi),$$

где A и ω – постоянные амплитуда и частота гармонического колебания; φ – случайная начальная фаза, равномерно распределенная на интервале $[-\pi; \pi]$ с ФПВ вида:

$$W(\varphi) = \begin{cases} 1/2\pi, & |\varphi| \leq \pi, \\ 0, & |\varphi| > \pi. \end{cases}$$

Графики ФПВ и ФРВ равномерно распределенной СВ приведены на рисунке 6.

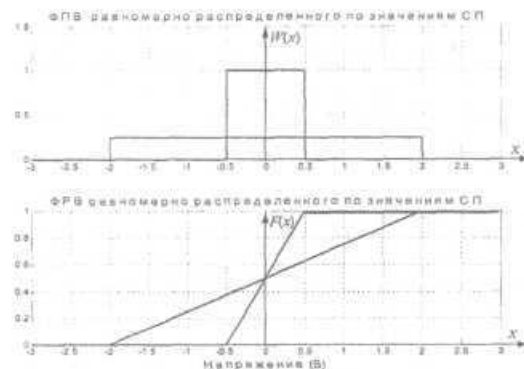


Рисунок 6 – ФПВ и ФРВ равномерно распределенной случайной величины

ФПВ и ФРВ гармонического сигнала $X_i(t)$ со случайной начальной фазой определяются следующими соотношениями

$$W(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi\sqrt{A^2 - x^2}}, & |x| < A, \\ 0, & |x| \geq A; \end{cases} \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -A; \\ 0.5 + \frac{1}{\pi} \arcsin\left(\frac{x}{A}\right), & |x| \leq A; \\ 1, & x > A. \end{cases}$$

Графики этих ФПВ и ФРВ показаны на рисунке 7.

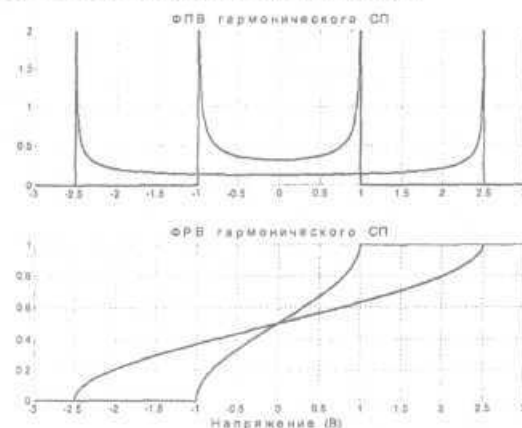


Рисунок 7 – Одномерные ФПВ и ФРВ гармонического сигнала со случайной начальной фазой

3.2. Нормальный случайный процесс

Нормальный или гауссовский СП является математической моделью шума галактики и ряда других шумовых процессов, широко используемых в теории и технике связи.

ФПВ нормального СП определяется выражением:

$$W(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_1)^2}{2\sigma^2}},$$

где m_1 – среднее значение, а σ^2 – дисперсия СП.

Из формулы ФПВ нормального СП следуют равенства

$$W_{\max} = W(x = m_1) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}, \quad W(x = m_1 \pm \sigma) = e^{-0.5} W_{\max} = 0,607 \cdot W_{\max}.$$

Это соотношение позволяет получить оценку величины σ по экспериментальному графику ФПВ нормального СП как половины разности абсцисс, при которых плотность вероятности составляет 0,607 от максимальной.

ФРВ нормального СП рассчитывается по формуле:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_1)^2}{2\sigma^2}} dx = F\left(\frac{x-m_1}{\sigma}\right),$$

она табулирована и известна как функция (интеграл вероятности) Лапласа.

Для удобства расчетов в таблицах П1 и П2 даны значения ФПВ и ФРВ нормального СП для нормированной переменной $z = (x - m_1)/\sigma$.

Таблица П1 – Функция плотности вероятности (ФПВ) нормального СП

z	W(z)	z	W(z)	z	W(z)	z	W(z)
0,0	0,3989	1,0	0,2420	2,0	0,0540	3,0	0,0044
0,1	0,3970	1,1	0,2179	2,1	0,0440	3,1	0,0033
0,2	0,3814	1,2	0,1942	2,2	0,0355	3,2	0,0024
0,3	0,3874	1,3	0,1714	2,3	0,0283	3,3	0,0017
0,4	0,3683	1,4	0,1497	2,4	0,0224	3,4	0,0012
0,5	0,3621	1,5	0,1295	2,5	0,0175	3,5	0,0009
0,6	0,3332	1,6	0,1109	2,6	0,0136	3,6	0,0006
0,7	0,3123	1,7	0,0940	2,7	0,0104	3,7	0,0004
0,8	0,2897	1,8	0,0790	2,8	0,0079	3,8	0,0003
0,9	0,2661	1,9	0,0656	2,9	0,0060	3,9	0,0002

Таблица П2 – Функция распределения вероятностей (ФРВ) нормального СП

z	F(z)	z	F(z)	z	F(z)	z	F(z)
0,0	0,5000	1,0	0,8413	2,0	0,9772	3,0	0,99865
0,1	0,5398	1,1	0,8643	2,1	0,9821	3,1	0,99903
0,2	0,5793	1,2	0,8849	2,2	0,9861	3,2	0,99981
0,3	0,6179	1,3	0,9032	2,3	0,9893	3,3	0,99954
0,4	0,6554	1,4	0,9192	2,4	0,9918	3,4	0,99986
0,5	0,6915	1,5	0,9332	2,5	0,9938	3,5	0,99977
0,6	0,7257	1,6	0,9452	2,6	0,9953	3,6	0,99984
0,7	0,7580	1,7	0,9554	2,7	0,9965	3,7	0,99989
0,8	0,7881	1,8	0,9641	2,8	0,9974	3,8	0,99993
0,9	0,8159	1,9	0,9713	2,9	0,9981	3,9	0,99995

Для ФРВ надо учитывать следующее свойство: $F(-z) = 1 - F(z)$.

Графики ФПВ и ФРВ нормального СП показаны на рисунке 8.

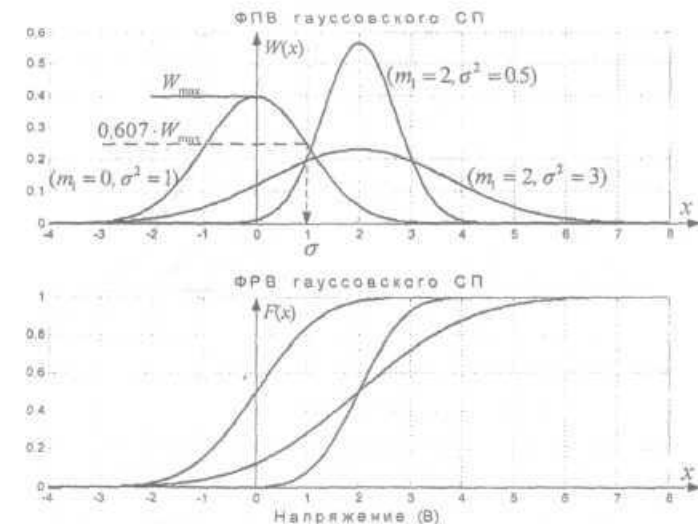


Рисунок 8 – Одномерные ФПВ и ФРВ нормального, гауссовского случайного процесса

3.3. Случайный процесс в виде суммы гармонического колебания со случайной начальной фазой и нормального шума

Пусть наблюдается полезный гармонический сигнал $x_r(t)$ в смеси с нормальным шумом $x(t)$. Тогда реализация такой смеси представляется так:

$$z(t) = A \sin(\omega t + \varphi) + x(t).$$

Если сигнал и шум – независимые СП, то ФПВ их суммы определяется интегралом свертки ФПВ суммируемых СП и записывается в виде

$$W(z) = \int_{-A}^A \frac{1}{\pi \sqrt{A^2 - x^2}} \cdot \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(z-x)^2}{2\sigma^2}} dx.$$

На рисунке 9 приведены графики данной ФПВ в зависимости от относительной величины z/σ для различных значений отношения сигнал/шум по мощности: $h^2 = A^2/2\sigma^2$.

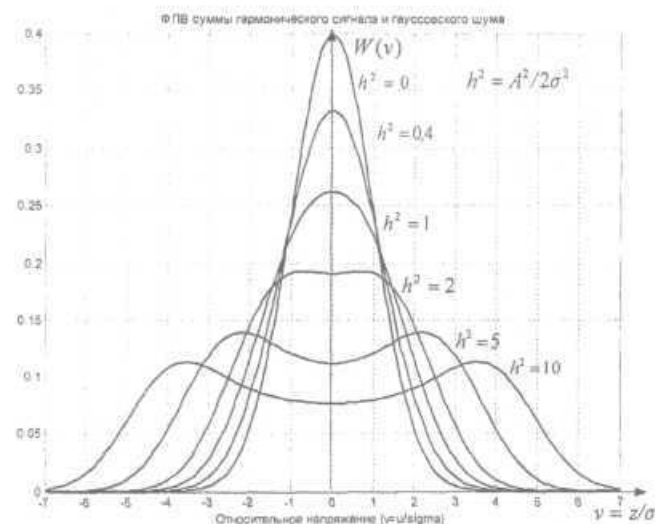


Рисунок 9 – ФПВ суммы гармонического СП со случайной начальной фазой и нормального случайного шума

3.4. Узкополосный нормальный случайный процесс

К узкополосным нормальным СП (УСП) относятся процессы вида:

$$Y(t) = A(t) \cos(\omega_0 t - \Psi(t)) = U_c(t) \cos(\omega_0 t) + U_s(t) \sin(\omega_0 t),$$

где $U_c(t) = A(t) \cos \Psi(t)$, $U_s(t) = A(t) \sin \Psi(t)$ – нормальные синфазная и квадратурная составляющие УСП, $A(t) = \sqrt{U_c^2(t) + U_s^2(t)}$, $\Psi(t) = \arctg(U_s(t)/U_c(t))$ – огибающая (амплитуда) и фаза УСП. СП считается узкополосным, если ширина его спектра удовлетворяет условию $\Delta\omega \ll \omega_0$ ($\Delta\omega$ – ширина спектра, ω_0 – центральная частота УСП). Для нормального УСП фаза распределена равномерно,

а ФПВ огибающей равна: $W(A) = \frac{A^2}{2\sigma^2} e^{-\frac{A^2}{2\sigma^2}}$.

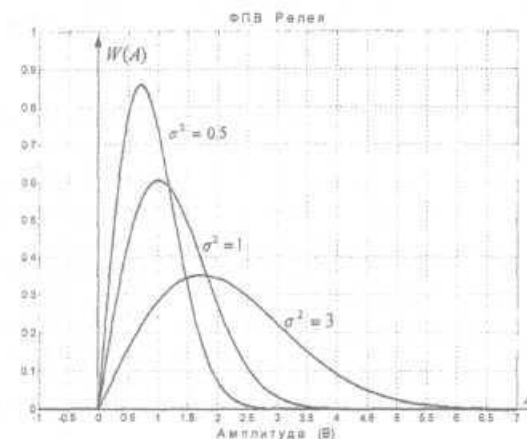


Рисунок 10 – ФПВ огибающей узкополосного случайного процесса

3.4. Случайный процесс с дискретными значениями

Данный СП – это процесс, который дискретен по состояниям. Вероятность каждого дискретного значения имеет определенную величину. Пример реализации такого СП приведен на рисунке 3. На рисунке 5 представлены его закон распределения вероятностей и ФРВ. Вероятности в каждом из состояний равны: $p_i = p(x_i) = \frac{n_i}{n} T_i / T$, где T_i – длительность СП, если его значение равно x_i ; T – длительность всей реализации эргодического процесса; n – число участков длительности T_i на интервале T . Среднее значение и средняя мощность дискретного СП соответственно равны: $m_1 = \sum_{i=0}^{L-1} x_i \cdot p_i$, $m_2 = \sum_{i=0}^{L-1} x_i^2 \cdot p_i$.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определение ФПВ. Какие свойства случайного процесса она характеризует?
2. ФРВ, её связь с ФПВ. Свойства ФРВ.
3. ФПВ гармонического процесса со случайной, равномерной распределенной начальной фазой (графики для двух значений амплитуды).
4. ФПВ нормального случайного процесса, влияние параметров \bar{x} и σ (три графика).
5. ФПВ суммы двух случайных процессов (формула, пример).
6. Функция плотности вероятности суммы двух процессов с ФПВ:
 $W_x(x) = 0,1 \quad -6 \leq x \leq -4; \quad W_y(y) = 0,5 \quad -6 \leq y \leq -4$.
7. ФПВ суммы гармонического процесса со случайной равномерно распределенной начальной фазой и нормального случайного процесса (три графика для разных σ^2 при $A = \text{const}$).
8. ФПВ суммы гармонического процесса со случайной равномерно распределенной начальной фазой и нормального случайного процесса (три графика для разных амплитуд при $\sigma = \text{const}$).
9. Определение величины σ по экспериментальному графику ФПВ нормального СП.
10. Измерение плотности вероятности эргодического случайного процесса.
11. Различия ФПВ стационарных и нестационарных процессов (примеры реализаций процессов и ФПВ).
12. Числовые характеристики случайных процессов и их нахождение по множеству реализаций.
13. Физический смысл числовых характеристик случайных процессов.
14. Дайте определение узкополосного нормального СП. Изобразите ФПВ его огибающей.
15. Рассчитайте среднее значение огибающей узкополосного нормального СП.
16. Числовые характеристики эргодического процесса с ФПВ:
 $W_x(x) = 0,1 \quad (2 \leq x \leq 12)$.
 Изобразить график периодической реализации процесса.
17. Числовые характеристики эргодического случайного процесса с ФПВ:
 $W(x) = \begin{cases} 0,125, & 0 \leq x \leq 4, \\ 0,250, & 4 \leq x \leq 6. \end{cases}$
 Изобразите график случайного процесса.
18. Числовые характеристики эргодического случайного процесса с ФПВ:
 $W(x) = \frac{1}{8}\delta(x+8) + \frac{1}{2}\delta(x) + \frac{1}{8}\delta(x-\frac{8}{3})$.
 Изобразите график периодической реализации процесса.

Лабораторная работа № 12 WXP

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ И ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Подписано в печать 28.04.09. Формат 60x84/16. Объем 1,1 усл.п.л.

Тираж 600 экз. Заказ 71.

ООО «Инсвязьиздат». Москва, ул. Авиамоторная, 8.