

3.2. Расчет статически неопределимой балки на жесткость

Исходные данные:

α	β	γ	l, м	Сечение	λ	μ	№ двутавра (швеллера)	c, см	d, см
-2	0	1,8	2	a	-1	0	33	2	36

$[\sigma] = 160 \text{ МПа}$

3.2.1. Раскрытие статической неопределимости методом уравнивания постоянных интегрирования приближенного дифференциального уравнения изогнутой оси

$$\sum F_x = H_A = 0,$$

$$\sum F_y = R_A + R_B + 4q + 2q = 0 \Rightarrow R_A + R_B = -6q \quad (1),$$

$$\sum M_{iA} = M_A + 4q \cdot 1 + R_B \cdot 2 + 2q \cdot 5,6 = 0 \Rightarrow M_A + 2R_B = -15,2q \quad (2)$$

1. Задача один раз статически неопределима. Для раскрытия статической неопределимости запишем дополнительное уравнение – приближенное дифференциальное уравнение упругой линии балки по методу уравнивания постоянных интегрирований, выбрав в качестве начала отсчета опору А.

$$Elzv'' = -M_A \cdot x^0 + R_A x + \frac{qx^2}{2} \quad |I + R_B(x-2)|II$$

$$Elzv' = C - M_A \cdot X + R_A \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{qx^3}{6} \quad |I + R_B \frac{(x-2)^2}{2} \quad II \quad (3)$$

$$Elzv = D + C \cdot x - M_A \cdot \frac{x^2}{2} + R_A \cdot \frac{x^3}{6} + q \frac{x^4}{24} \quad |I + R_B \frac{(x-2)^3}{6} \quad II \quad (4)$$

Постоянные интегрирования С и D определим из условий закрепления балки.

$$V_A = V(0) = 0 \rightarrow (4) \text{ до } |I \Rightarrow D = 0$$

$$V_A' = V'(0) = 0 \rightarrow (3) \text{ до } |I \Rightarrow C = 0$$

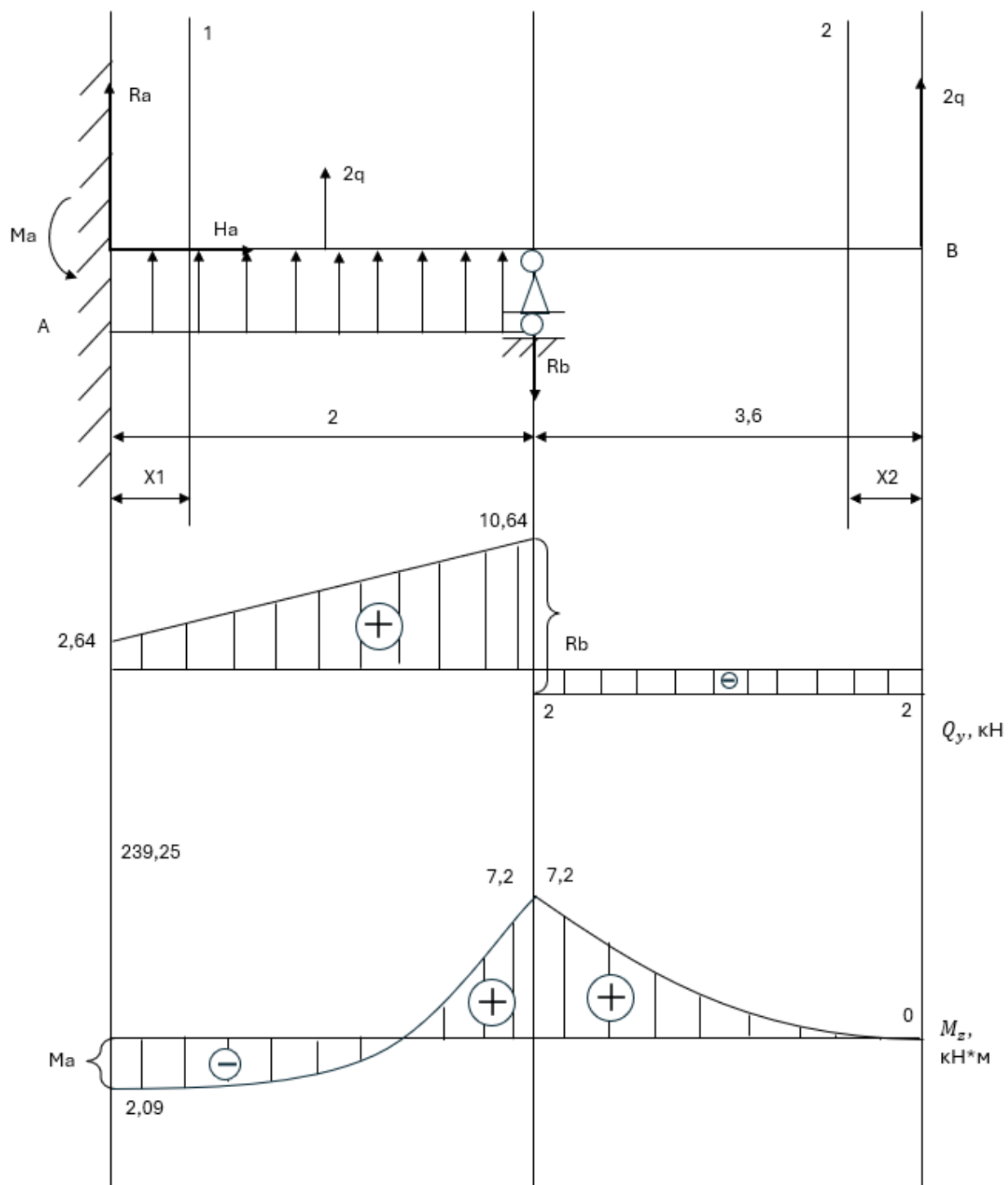
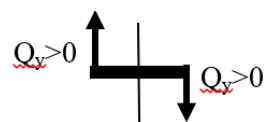
$$V_B = V(2) = 0 \rightarrow (4) \Rightarrow 0 = -M_A \frac{4}{2} + R_A \frac{8}{6} + q \frac{16}{2} = 0$$

$$-2 M_A + 1,33 R_A + 0,67q = 0 \quad (5)$$

(1), (2), (5):

$$\left\{ \begin{array}{l} R_A + R_B = -6q \\ M_A + 2R_B = -15,2q \\ -2 M_A + 1,33R_A = -0,67q \end{array} \right. \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} R_A = 2,64q \\ R_B = -8,64q \\ M_A = 2,09q \end{array} \right.$$

3.2.2. Построение эпюры Q_y и M_z



$$1-1: 0 \leq x_1 \leq l_1 = 2 \text{ м}$$

$$Q_{y1} = R_A + 4q \cdot x_1;$$

$$Q_{y1}(0) = R_A + 4q \cdot 0 = 2,69q \text{ кНм}$$

$$Q_{y1}(2) = R_A + 4q \cdot 2 = 10,6q \text{ кНм}$$

$$M_{z1} = -M_A + R_A \cdot x_1 + 2q \frac{x_1^2}{2}; M_{z1}(0) = -2,09q \text{ кНм}, M_{z1}(2) = 7,2q \text{ кНм}.$$

$$2-2: 0 \leq x_2 \leq l_2 = 3,6 \text{ м}$$

$$Q_{y2} = -2q;$$

$$M_{z2} = 2q \cdot x_2; M_{z2}(0) = 0 \text{ кНм}, M_{z2}(3,6) = 2q \cdot 3,6 = 7,2q \text{ кНм}.$$

$$|M_{\max}| = 7,2q \text{ кНм}$$

3.2.3. Определение геометрических характеристик сложного сечения

Определим центры тяжести фигуры. Так как yc_1 совпадает с yc_2 , фигура симметрична относительно вертикальной оси, ось y всего сечения будет тоже совпадать с этими двумя.

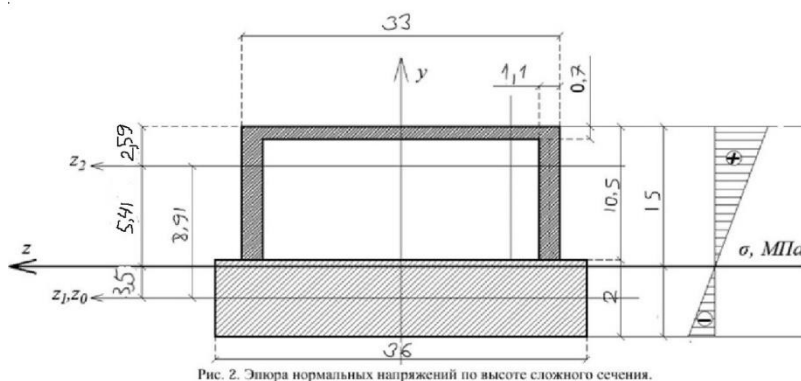


Рис. 2. Эпюра нормальных напряжений по высоте сложного сечения.

$$A_1 = 46,5 \text{ см}^2$$

$$yc_2 = 0$$

$$A_2 = 2 \cdot 36 = 672 \text{ см}^2$$

$$yc = \frac{yc_1 \cdot A_1 + yc_2 \cdot A_2}{A_1 + A_2} = 3,5 \text{ см}$$

$$I_{zc} = I_{zc1} + a_1^2 \cdot A_1 + I_{zc2} + a_2^2 \cdot A_2$$

$$I_{z1} = 410 \text{ см}^4$$

$$a_1 = 8,91 - 3,5 = 5,41 \text{ см}$$

$$I_{z2} = 24 \text{ см}^4$$

$$a_2 = 3,5 \text{ см}$$

$$I_{tc} = 410 + 5,41^2 \cdot 46,5 + 24 + 3,5^2 \cdot 72 = 2677 \text{ см}^4$$

$$Y_{max} = 15 \text{ см}$$

$$W_{zc} = \frac{I_{zc}}{|y_{max}|} = 178 \text{ см}^3$$

$$I_z = 2677 \text{ см}^4 = 2677 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$$

$$W_{zc} = 178 \text{ см}^3 = 178 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

3.2.4. Определение грузоподъемности из условия прочности

$$\sigma = \frac{|M_{max}|}{W_x} \leq [\sigma]$$

$$|M_{max}| \leq W_x \cdot [\sigma]$$

$$7,2q \leq 160 \cdot 10^6 \cdot 178 \cdot 10^{-6} \Rightarrow q \leq 3955 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

3.2.5. Проверка условия жесткости

$$|V_{max}| \leq [V]$$

I пролет:

$$[V]_{\text{пр}} = \frac{l_{np}}{750} = \frac{2}{750} = 2,6 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

Наибольший прогиб в пролете определим приравняв к нулю уравнение 3 до |

$$\text{Из (3)} \Rightarrow 0 = C - M_A \cdot X + R_A \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{qx^3}{6}$$

$$-2,09qx + 2,64q \frac{x^2}{2} + q \frac{x^3}{6} = 0$$

$$x = 1,35 \in [0; 2]$$

$$\text{Из (4) до I} \Rightarrow |V|_{np} = |V(1,35)| = \frac{1}{EI_z} \left[-M_A \frac{x^2}{2} + R_A \frac{x^3}{6} \right] = \frac{q}{17 \cdot 10^6} \left[-2,09 \cdot \frac{1,35^2}{2} + 2,64 \frac{1,35^3}{6} \right] = 2,39q \cdot 10^{-6}$$

$$2,39q \cdot 10^{-6} \leq 2,6 \cdot 10^{-3} \Rightarrow q \leq 1,087 \cdot 10^3 = 1087 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

II (консоль):

$$[V]_{\text{к}} = \frac{l_p}{350} = \frac{3,6}{350} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\text{Из (3)} \Rightarrow 0 = -M_A \cdot X + R_A \cdot \frac{x^2}{2} + q \frac{x^3}{6} + R_B \frac{(x-2)^2}{2}$$

$$-2,09x + 2,46\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} - 8,64\frac{(x-2)^2}{2} = 0$$

$$|V|_K = |V(5,6)|$$

$$\rightarrow (4) \Rightarrow |V(5,6)| =$$

$$= \frac{1}{EI_z} \left[-2,09 \cdot \frac{5,6^2}{2} + 2,46q \cdot \frac{5,6^3}{6} - 8,64 * \frac{(5,6-2)^3}{6} + \frac{(5,6-2)^4}{24} \right] =$$

$$= 1,34q \cdot 10^{-6}$$

$$1,34q \cdot 10^{-6} \leq 10 \cdot 10^{-3} \Rightarrow q \leq 7462 \frac{\text{H}}{\text{M}}$$

