

3.2. Расчет статически неопределимой балки на жесткость

Исходные данные:

α	β	γ	l, м	Сечение	λ	μ	№ двутавра (швеллера)	c, см	d, см
0	1	0,9	4	В	0	1	30	3	30

$$[\sigma] = 160 \text{ МПа}$$

$$M = \mu q l^2 = 1q \cdot 16 = 16q$$

R_A, H_A, M_A, R_B -?

3.2.1. Раскрытие статической неопределимости методом уравнивания постоянных интегрирования приближенного дифференциального уравнения изогнутой оси

$$\sum F_x = H_A = 0,$$

$$\sum F_y = R_A + R_B - 3,6q \cdot 2 = 0 \Rightarrow R_A + R_B = 3,6q \quad (1),$$

$$\sum M_{iA} = M_A + 4R_B - 16q - 3,6q \cdot 5,8 = 0 \Rightarrow M_A + 4R_B = 36,88q \quad (2)$$

1. Задача один раз статически неопределима. Для раскрытия статической неопределимости запишем дополнительное уравнение – приближенное дифференциальное уравнение упругой линии балки по методу уравнивания постоянных интегрирований, выбрав в качестве начала отсчета опору А.

$$EI_z v'' = -M_A \cdot x^0 + R_A \cdot x|_I + R_B(x-4) + 16q(x-4)^0 - q \frac{(x-4)^2}{2}$$

$$EI_z v' = C - M_A x + R_A \frac{x^2}{2} \Big|_I + R_B \frac{(x-4)^2}{2} + 16q(x-4) - q \frac{(x-4)^3}{6} \cdot |_{II} \quad (3)$$

$$EI_z v = D + Cx - M_A \frac{x^2}{2} + R_A \frac{x^3}{6} \Big|_I + R_B \frac{(x-4)^3}{6} + 16q \frac{(x-4)^2}{2} - q \frac{(x-4)^4}{24} \cdot |_{II} \quad (4)$$

Постоянные интегрирования С и D определим из условий закрепления балки.

$$V_A = V(0) = 0 \rightarrow (4) \text{ до } |_I \Rightarrow D = 0$$

$$V_A' = V'(0) = 0 \rightarrow (3) \text{ до } |_I \Rightarrow C = 0$$

$$V_B = V(4) = 0 \rightarrow (4) \Rightarrow 0 = -M_A \frac{4^2}{2} + R_A \frac{4^3}{6} - 8M_A + 10,6R_A$$

(1), (2), (5):

$$\left\{ \begin{array}{l} R_A + R_B = 3,6q \\ M_A + 2R_B = 36,88q \\ -8M_A + 10,6R_A = 0 \end{array} \right. \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} R_A = 8,404q \\ R_B = 12,004q \\ M_A = 11,136q \end{array} \right.$$

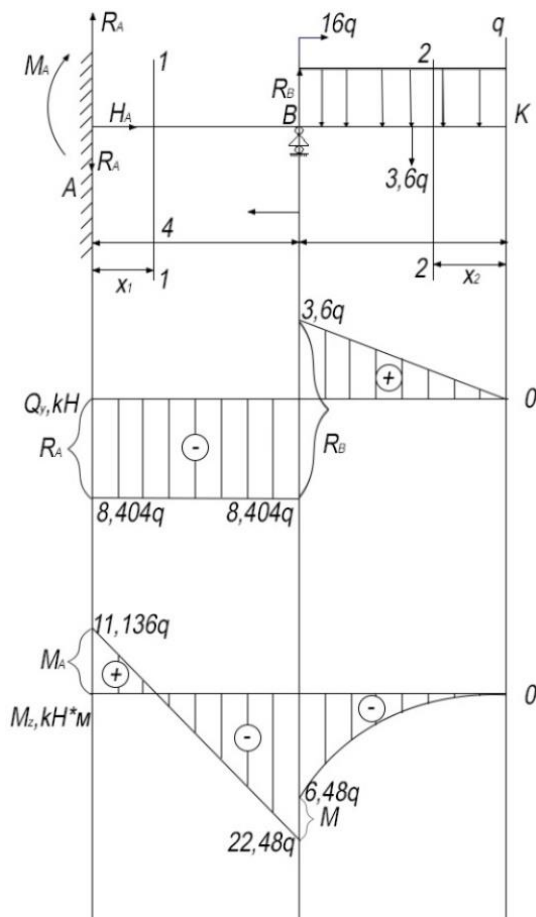
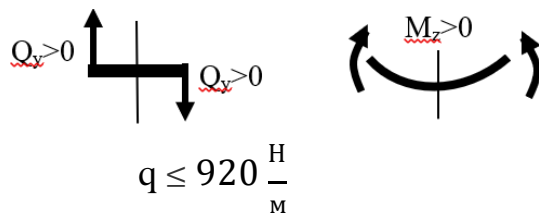
Проверка: $\sum M_{ik} = 0$

$$-M_A + R_A \cdot 7,6 - R_B \cdot 3,6 + q \cdot 3,6 \cdot 1,8 = 0$$

$$-11,136q + 8,404q \cdot 7,6 - 12,004q \cdot 3,6 + q \cdot 3,6 \cdot 1,8 - 16q = 0,$$

$0 \simeq 0$, реакции опоры определены верно.

3.2.2. Построение эпюры Q_y и M_z



$$1-1: 0 \leq x_1 \leq l_1 = 4 \text{ м}$$

$$Q_{y1} = -R_A = -8,404q$$

$$M_{z_1} = M_A - R_A \cdot x; M_{z_1}(0) = M_A = 11,136q; M_{z_1}(3,6) = 11,136q - 8,404q \cdot 4 = -22,48q$$

$$2-2: 0 \leq x_2 \leq l_2 = 3,6 \text{ м}$$

$$Q_{y2} = qx_2; Q_{y2}(0) = 0, Q_{y2}(3,6) = 3,6q$$

$$M_{z2} = -q \frac{x_2^2}{2}; M_{z2}(0) = 0; M_{z2}(3,6) = -q \frac{3,6^2}{2} = -6,48q$$

$$|M_{zmax}| = 22,48q \text{ кНм}$$

3.2.3 Определение геометрических характеристик сложного сечения

Определим центры тяжести фигуры. Так как yc_1 совпадает с yc_2 , фигура симметрична относительно вертикальной оси, ось y всего сечения будет тоже совпадать с этими двумя.

$$yc = \frac{yc_1 \cdot A_1 + yc_2 \cdot A_2}{A_1 + A_2} = (16,5 \cdot 46,5) / 90 + 46,5 = 5,6 \text{ см}$$

$$yc_1 = c_1c_2 = 1,5 + 15 = 16,5 \text{ см}$$

$$A_1 = 46,5 \text{ см}^2$$

$$yc_2 = 0$$

$$A_2 = 3 \cdot 30 = 90 \text{ см}^2$$

$$I_{zc} = I_{z1} + a_1^2 \cdot A_1 + I_{z2} + a_2^2 \cdot A_2 = 8752 \text{ см}^4$$

$$I_{z1} = 337 \text{ см}^4$$

$$a_1 = cc_1 = 15 + 1,5 - 5,6 = 10,9 \text{ см}$$

$$I_{z2} = 67,5 \text{ см}^4$$

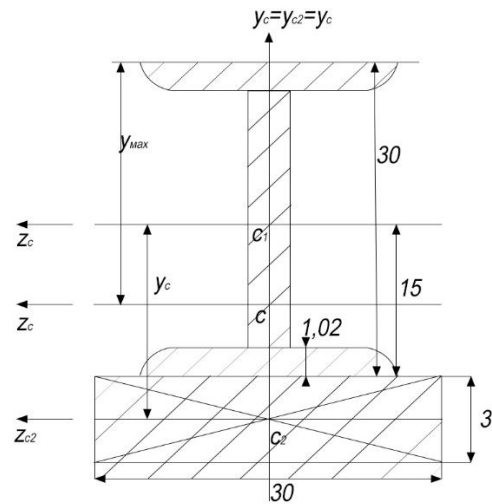
$$a_2 = 5,6 \text{ см}$$

$$W_{zc} = \frac{I_{zc}}{|y_{max}|} = 338 \text{ см}^3$$

$$y_{max} = 30 + 1,5 - 5,6 = 25,9 \text{ см}$$

$$I_z = 8752 \text{ см}^4 = 8752 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$$

$$W_{zc} = 338 \text{ см}^3 = 338 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$



$$\sigma = \frac{|M_{max}|}{W_x} \leq [\sigma]$$

3.2.4 Определение грузоподъемности из условия прочности

$$|M_{max}| \leq W_x \cdot [\sigma]$$

$$22,48q \leq 160 \cdot 10^6 \cdot 338 \cdot 10^{-6} \Rightarrow q \leq 2406 \text{ Н/м}$$

3.2.5 Проверка условия прочности

$$|V_{max}| \leq [V]$$

I пролет:

$$[V]_{\text{пр}} = \frac{l_{np}}{750} = \frac{4}{750} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

Наибольший прогиб в пролете определим, приравняв к нулю уравнение 3 до |

$$\text{Из (3)} \Rightarrow 0 = -M_A \cdot x + R_A \frac{x^2}{2}; 11,136q \cdot x - 8,404q \cdot \frac{x^2}{2} = 0$$

$$x = 2,65 \in [0; 4]$$

$$\begin{aligned} |V_{\max}|_{np} = |V(2,65)| \Rightarrow \text{из (4) до. } |_I \Rightarrow \frac{1}{EI_z} \left[-M_A \frac{2.65^2}{2} + R_A \frac{2.65^3}{6} \right] = \\ = \frac{q}{17,5 \cdot 10^6} \left[11,136 \frac{2.65^2}{2} - 8,404 \frac{2.65^3}{6} \right] = \frac{q}{17,5 \cdot 10^6} \cdot 179,96 \\ = 10,28q \cdot 10^{-6} \end{aligned}$$

$$EI_z = 2 \cdot 10^{11} \cdot 8752 \cdot 10^{-8} = 17,5 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$$

$$10,28q \cdot 10^{-6} \leq 5 \cdot 10^{-3} \Rightarrow q \leq 0,486 \cdot 10^3 = 486 \text{ Н/м}$$

$$|V_{max}| \leq [V]$$

II (консоль):

$$[V]_{\text{к}} = \frac{l_p}{350} = \frac{3,6}{350} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\text{Из (3)} \Rightarrow 0 = -M_A \cdot X + R_A \cdot \frac{x^2}{2} + R_B \frac{(x-4)^2}{2} + 16q(x-4) - q \frac{(x-4)^3}{6}$$

$$11,136 - 8,404 \frac{x^2}{2} + 12,004 \frac{(x-4)^2}{2} + 16(x-4) - \frac{(x-4)^3}{6} = 0$$

$$x \notin (4; 7,6]; \Rightarrow |V_{max}|_{\kappa} = |V(7,6)| \rightarrow (4) \Rightarrow |V(7,6)| =$$

$$= \frac{1}{EI_z} \left[-M_A \frac{x^2}{2} + R_A \frac{x^3}{6} + R_B \frac{(x-4)^3}{6} + 16 \frac{(x-4)^2}{2} - q \frac{(x-4)^4}{24} \right] = \frac{q}{17,5 \cdot 10^6} \left[11,136 \frac{7,6^2}{2} - 8,404 \frac{7,6^3}{6} + 12,004 \frac{(7,6-4)^3}{6} + 16 \frac{(7,6-4)^2}{2} - \frac{(7,6-4)^4}{24} \right] = \frac{q}{17,5 \cdot 10^6} \cdot 103,2 = 5,9q \cdot 10^{-6}$$

$$5,9q \cdot 10^{-6} \leq 10 \cdot 10^{-3} \Rightarrow q \leq 1,69 \cdot 10^3 = 1690 \text{ H/м}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q \leq 2406 \text{ H/м} \\ q \leq 486 \text{ H/м} \\ q \leq 1690 \text{ H/м} \end{array} \right.$$

