

Домашнее задание.

Задача 1.

Пусть A, B – независимые события, $P(A) = 0.6$, $P(A \cup B) = 0.8$. Найти следующую условную вероятность $P(\overline{A} \setminus B | A \cup \overline{B})$.

Задача 2.

Из колоды, состоящей из 36 карт (4 масти, 9 карт от 6 до туза, каждой масти) выбирают 5 карт наугад. Найти вероятность, что

- а) Среди вытянутых будет ровно 2 короля;
- б) Среди вытянутых будет хотя бы 3 дамы;
- в) Среди вытянутых будет ровно 3 черные, ровно 1 туз и ровно 1 валет.

Задача 3.

Наудачу выбираются два числа из отрезка $[0, 10]$ (декартова система координат). Определить вероятность, что

- а) Их произведение будет больше 10;
- б) Их сумма будет больше 11 при условии, что первое число меньше, чем удвоенное второе число.

Задача 4.

На экзамене 59 билетов. Василий знает на отлично 8 билетов, на хорошо – 21, на удовлетворительно – 24, остальные билеты не знает (оценка неудовлетворительно). Каждый студент тянет 1 билет без возвращения.

- а) Какова вероятность, что он сдаст на отлично или хорошо, если тянет вторым.
- б) Какова вероятность, что первый и второй студенты сдадут на нечетную оценку (3 или 5), если Василий сдал на хорошо и тянул билет третьим в очереди.

Задача 5.

Бросаем 9-гранную несимметричную кость, занумерованную от 2 до 10, у которой вероятность нечетной грани в два раза больше, чем четной.

I. Пусть X – случайная величина, равная выпавшему значению кости за 1 бросок.

- а) Найти математическое ожидание и дисперсию X и среднее значение за 200 бросков;
- б) Найти вероятность, что за 400 бросков, суммарное число очков будет от 2250 очков;
- в) Найти вероятность, что за 300 бросков, суммарное число очков будет менее 2000 очков;

d*) Пусть бросаем кость до тех пор, пока сумма очков не достигнет 1000, оценить вероятность того, что это произойдет за более, чем 195 бросков. II Используя предельные теоремы,

а) найти вероятность, что за 50 бросков, количество выпавших семерок будет не менее 4 или ровно 2 штуки;

б) найти вероятность, что за 1000 бросков, количество кратных трем чисел от 330 до 400.

Задача 6.

Пусть случайная величина X задана следующей плотностью:

$$f(x) = \begin{cases} a|x|, x \in [-1, 2]; \\ \frac{b}{x^3}, x > 2; \\ 0, \text{ иначе.} \end{cases}$$

Найти a, b если известно, что $F(1)=1/4$. Найти $E(X)$ и распределение случайных величин $X+1$ и $X^2 - 1$.

(*) Найти дисперсию X .

Задача 7.

Пусть в одной корзине находится 8 яблок и 7 апельсинов, во второй 5 яблок и 6 апельсинов. Наудачу выбираем корзину и берем два фрукта. Пусть X это количество взятых апельсинов. Y количество оставшихся яблок в первой корзине.

а) Построить закон распределения X, Y и найти их коэффициент корреляции.

б) Пусть теперь $U = 1$ если в первой корзине четное количество апельсинов и 0 иначе. Определить распределение X, U и найти их коэффициент корреляции.

Задача 8.

Пусть X, Y имеют следующую совместную плотность:

$$f(x, y) = cxy + 1, x \in [0, 1], y \in [0, 1], x + y < 1 \\ 0, \text{ иначе.}$$

Найти c , совместную функцию распределения, $cov(3X + Y, 2Y)$, коэффициент корреляции и $E(YX^2 + 2Y^2)$.