МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Егорьевский технологический институт (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Московский государственный технологический университет «СТАНКИН»
(ЕТИ ФГБОУ ВПО МГТУ «СТАНКИН»)

Факультет технологии и управления производствами

Кафедра естественнонаучных дисциплин

ВТОРОЙ ЗАКОН НЬЮТОНА. ДВИЖЕНИЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОСТОЯННОЙ СИЛЫ. МАШИНА АТВУДА

Методические указания к выполнению лабораторной работы

ЕТИ. Ф.ЛР.02.

г. Егорьевск 2014

Составители: _____________ В.Ю. Никифоров, ст. преподаватель ЕНД

В методических указаниях рассмотрены основные понятия механики, кинематики и динамики поступательного и вращательного движений, изучение динамики поступательного движения связанной системы тел с учетом силы трения; определение ускорения свободного падения с помощью машины Атвуда, оценка роли трения как источника систематической погрешности при определении ускорения свободного падения на лабораторной установке.

Методические указания предназначены для студентов 1 курса, обучающихся по направлениям подготовки бакалавров: 151900 Конструкторско-технологическое обеспечение автоматизированных машиностроительных производств, 220700 Автоматизация технологических процессов и производств, 280700 Техносферная безопасность для лабораторных работ по дисциплине "Физика.

Методические указания обсуждены и одобрены на заседании учебно-методической группы (УМГ) кафедры ЕНД

(протокол № ___________ от __________г.)

Председатель УМГ _____________ Г.Г Шабаева

Второй закон Ньютона. Движение под действием постоянной силы. Машина Атвуда

1 **Цель работы:** изучение динамики поступательного движения связанной системы тел с учетом силы трения; оценка роли трения как источника систематической погрешности при определении ускорения свободного падения на лабораторной установке.

2 **Оборудование:** установка «машина Атвуда», набор грузов, электронный секундомер

3 Содержание работы

3.1 Изучить теоретический материал.

3.2 Определите массу m_0 страгивающего перегрузка

3.3 Определите экспериментально зависимость времени падения t груза от высоты h.

3.4 Определите опытным путём зависимость времени падения t от массы m перегрузка.

3.5 По результатам измерений зависимости времени падения t груза от высоты h построить в осях координат x = $\sqrt{h}$, y = t прямую t= t($\sqrt{h}$). По наклону прямой определите a.

3.6 По результатам измерений зависимости времени падения t от массы m перегрузка в осях координат x = $\sqrt{M/m}$, y= t постройте прямую t = t ($\sqrt{M/m}$)

3.7 По наклону прямой с помощью соотношения **(44)** определите ускорение свободного падения g и погрешность Δg.

3.8 Сделать вывод. Записать полученный результат в виде g= $\bar{g}$ ±Δg.

3.9 Оформить отчет.

4 Теоретические сведения к работе

4.1 Основные понятия механики

Изменение положения тела в пространстве по отношению к другим телам с течением времени называется ***механическим движением***. Раздел физики, изучающий механическое движение, называется ***механикой***. Раздел механики, изучающий движение тел независимо от причин, вызвавших это движение, называется ***кинематикой***.

При движении в пространстве точки тела описывают ***траектории.***

Простейшими видами механического движения являются ***поступательное движение*** (такое движение, при котором прямая, проведенная через любые две точки тела, перемещается параллельно самой себе) и ***вращательное движение*** (все точки тела описывают концентрические окружности вокруг общей оси).

Во многих случаях движущееся тело можно рассматривать как ***материальную точку*** (если размеры тела малы по сравнению с расстояниями до других тел и его ориентация несущественна). Если это не оговорено особо, во всех задачах механики, рассматриваемых ниже, это условие выполняется, так что можно говорить о движении материальных точек. Например, расстояние от Земли до Солнца ($1{,}5\cdot10^8$ км) много больше размеров как Земли ($6{,}4\cdot10^3$ км), так и Солнца ($7\cdot10^5$ км), поэтому с хорошей точностью можно рассматривать движение этих (и всех других) тел Солнечной системы как движение материальных точек. При изучении полета теннисного мяча можно во многих случаях пренебречь его размерами.

Движение тела в пространстве математически описывается в произвольно выбранной системе отсчета. Система отсчета состоит из:

1. Тела отсчета O.
2. Системы координат (в данном случае декартовой).
3. Часов, синхронно идущих во всех точках пространства.

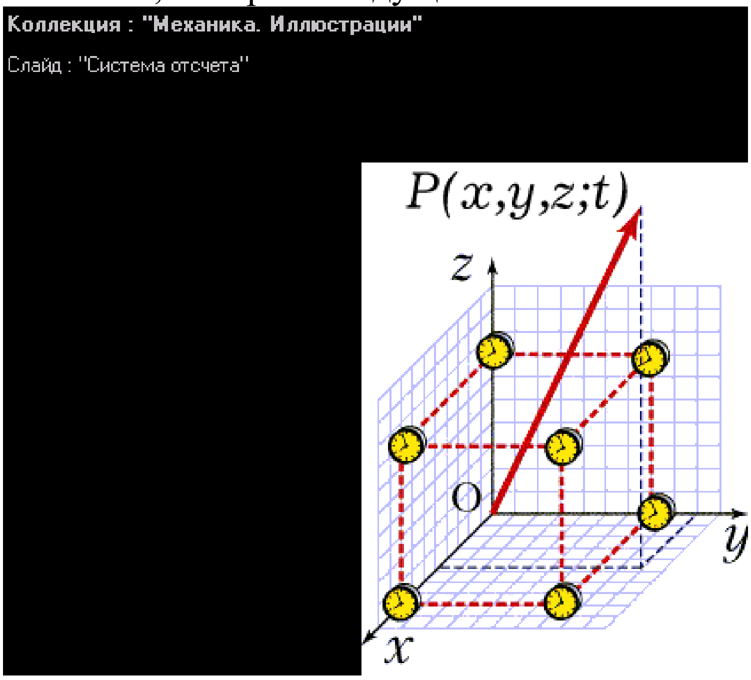

Рисунок 1 Система отсчёта

С точки зрения наблюдателей в разных системах отсчета одно и то же движение может выглядеть совершенно по-разному. Механическое движение относительно.

Положение материальной точки в пространстве в заданный момент времени определяется **радиусом-вектором** этой точки $\vec{r}$ (t). В декартовой системе координат

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}\,;$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \qquad \textbf{(1)}$$

Задание декартовых координат x(t), y(t) и z(t) как функций времени определяет закон движения материальной точки. Частными случаями движения являются движение в заданной плоскости (для его описания достаточно двух координат x(t) и y(t)) и движение вдоль заданной прямой (ее всегда можно выбрать за ось x декартовой системы).

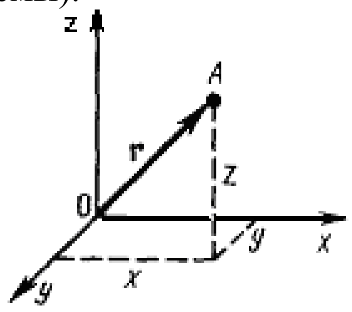

Рисунок 2 Радиус-вектор к заданной точке

При движении материальной точки конец радиуса-вектора, проведенного в эту точку, описывает траекторию. Каждая точка траектории соответствует значениям координат x, y, z в данный момент времени. Например, при движении на плоскости траектория может быть задана как кривая, описываемая функцией y(x). **Длина траектории между начальной и конечной точками называется путем, а вектор, соединяющий начальную и конечную точки траектории, называется перемещением.** Если начальная и конечная точки заданы радиусами-векторами $\vec{r}_0$ и $\vec{r}$, то перемещение $\vec{s} = \vec{r} - \vec{r}_0$.

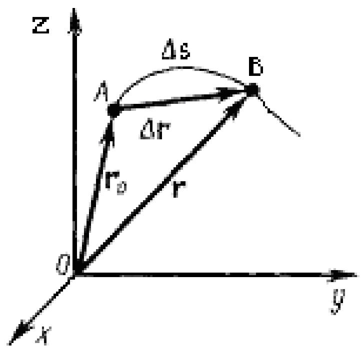

Рисунок 3 Траектория, путь, перемещение точки

Напомним, что векторы складываются одним из двух эквивалентных способов:

а) начала двух векторов совмещаются, и на этих векторах строится параллелограмм, диагональ которого равна сумме векторов (правило параллелограмма);

б) начало второго вектора совмещается путем параллельного переноса с концом первого вектора, и проводится вектор, соединяющий начало первого и конец второго векторов.

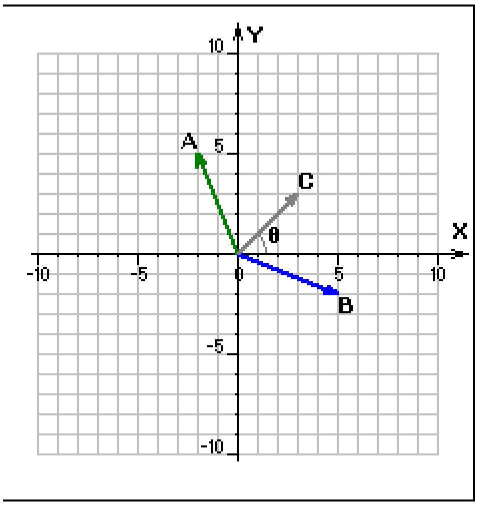

Рисунок 4 Траектория, путь, перемещение точки

Если точка последовательно совершает несколько перемещений, то полное перемещение равно векторной сумме отдельных перемещений:

$$\vec{s} = \sum_j \vec{s}_j$$

Следует обратить внимание на то, что величина перемещения s = $|\vec{s}|$, вообще говоря, не совпадает с путем (например, вернувшись в ту точку, откуда начато движение, тело проходит отличный от нуля путь, но перемещение равно нулю). В случае одномерного движения проекция перемещения $s_x = x - x_0$ может быть как положительной, так и отрицательной.

Единицами измерения пройденного пути и времени в СИ являются метр (м) и секунда (с). Размерность какой-то физической величины обозначается символом этой величины в квадратных скобках. Таким образом, [*l*] = = м, [t] = с.

4.2 Кинематика равномерного поступательного движения

Средняя скорость движения материальной точки за интервал времени $\Delta t = t_2 - t_1$ определяется как

$$\vec{\upsilon} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \qquad \textbf{(2)}$$

Здесь $\Delta\vec{r} = \vec{s}$ перемещение тела за время Δt.

Размерность скорости: [υ] = м/с.

Если движение таково, что средняя скорость за любой промежуток времени не меняется ни по величине, ни по направлению, то такое движение называется равномерным прямолинейным движением. В этом случае

$$\vec{s} = \vec{\upsilon} t, \qquad \textbf{(3)}$$

где $\vec{\upsilon}$ = const и отсчет времени начат от момента $t_1 = 0$, так что можно принять Δt = t. В случае равномерного прямолинейного движения путь совпадает с модулем перемещения.

Формула для перемещения при равномерном движении есть первый пример математической записи определенного физического закона. Этот закон имеет вид равенства одного вектора ($\vec{s}$) другому вектору ($\vec{\upsilon}$ t). Следует всегда помнить, что это сокращенная форма записи трех равенств:

$$s_x = \upsilon_x t,\ s_y = \upsilon_y t,\ s_z = \upsilon_z t$$

в произвольно выбранной декартовой системе координат. Другой тип математической записи физических законов, встречающийся в школьном курсе физики, – равенство одного числа (или скаляра) другому числу: A = B.

Уравнения прямолинейного равномерного движения принимают наиболее простой вид в системе координат, одна из осей которой (например, ось x) направлена вдоль вектора скорости $\vec{\upsilon}$. Тогда компоненты скорости будут: $\upsilon_x = \upsilon$, $\upsilon_y = 0$, $\upsilon_z = 0$.

Уравнения прямолинейного равномерного движения вдоль оси x:

$$s_x = \upsilon_x t \text{ или } x - x_0 = \upsilon_x t.$$

4.3 Преобразования Галилея

Всякое событие характеризуется координатами места, в котором оно произошло, и моментом времени, когда оно произошло, измеренными в определенной системе отсчета. Иными словами, событие характеризуется четырьмя координатами (x, y, z; t).

Если одна система отсчета движется относительно другой равномерно и прямолинейно со скоростью **V** (для определенности, эта скорость направлена вдоль оси x), то координаты одного и того же события в этих системах связаны соотношениями:

$$t = t',$$
$$x = x' + Vt',$$
$$y = y',$$
$$z = z'.$$

В векторной форме записи:

$$t = t',\ \vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{V} t'.$$

Здесь $\vec{r}$ и $\vec{r}\,'$ – радиусы-векторы произвольной точки P в двух системах отсчета. Отметим, что в этих формулах предполагается (постулируется), что время события одинаково в любой системе отсчета, равномерно движущейся относительно данной системы.

Если принять, что точка P движется равномерно и прямолинейно, то $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\upsilon}$ t, $\vec{r}\,' = \vec{r}_0\,' + \vec{\upsilon}\,'$ t, где $\vec{\upsilon}$ и $\vec{\upsilon}\,'$ – скорости точки в двух системах отсчета. Если отсюда найти перемещения $\Delta\vec{r} = \vec{\upsilon}$ t и $\Delta\vec{r}\,' = \vec{\upsilon}\,'$ t, подставить их в формулу преобразования Галилея и поделить на t, получится закон сложения скоростей в классической механике:

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}\,' + \vec{V}.$$

Скорость $\vec{V}$ принято называть переносной скоростью, $\vec{\upsilon}'$ - относительной скоростью, $\vec{\upsilon}$ - абсолютной скоростью. В общем случае эти скорости могут иметь различные направления.

Этот закон, конечно, верен не только для равномерного, но и для произвольного движения. Таким образом, скорость тела $\vec{\upsilon}$ относительно (условно) неподвижной системы отсчета 1 равна векторной сумме скорости тела $\vec{\upsilon}'$ относительно движущейся системы отсчета 2 и скорости движения $\vec{V}$ самой системы 2 относительно системы 1.

Абсолютная скорость тела равна векторной сумме его относительной скорости и переносной скорости подвижной системы отсчета.

Примером может служить движение лодки по реке. Скорость лодки относительно берегов является векторной суммой скорости лодки относительно воды и скорости течения воды.

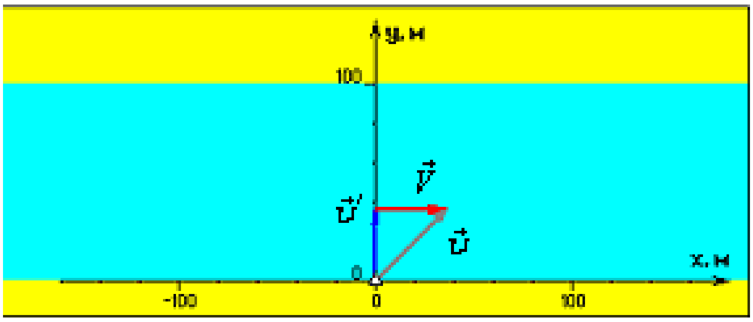

Рисунок 5 Иллюстрация к закону сложения скоростей

4.4 Кинематика прямолинейного равноускоренного движения

Мгновенная скорость неравномерного движения

$$\vec{\upsilon}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad \textbf{(8)}$$

При уменьшении величины интервала $\Delta t = t_2 - t_1$ вектор $\Delta\vec{r} = \vec{s}$ все точнее совпадает с вектором касательной в точке, отвечающей моменту времени t_1. Таким образом, вектор $\vec{\upsilon}(t)$ в каждой точке траектории (т.е. в каждый момент времени) направлен по касательной к траектории в этой точке.

Ускорение неравномерного движения

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \qquad \textbf{(9)}$$

Направление вектора ускорения совпадает с направлением вектора изменения скорости за малый промежуток времени.

Когда тело движется с переменной скоростью по криволинейной траектории, то направление ускорения по отношению к направлению скорости зависит от того, как меняется скорость:

а) скорость возрастает, вектор ускорения образует острый угол с вектором скорости;

б) скорость не меняется по величине, ускорение перпендикулярно скорости или равно нулю;

в) скорость убывает, вектор ускорения образует тупой угол с вектором скорости.

В любом случае вектор ускорения при движении по криволинейной траектории всегда имеет отличную от нуля проекцию, направленную в сторону искривления траектории.

Размерность ускорения: $[a]$ = м/с^2.

Пусть тело движется по прямой с переменной скоростью υ(t). Перемещение тела геометрически есть площадь под кривой υ(t) между двумя фиксированными точками во времени. Аналитически это перемещение определяется как

$$s = \lim_{\Delta t_j \to 0} \sum_j \upsilon_j \Delta t_j = \int_{t_1}^{t_2} \upsilon(t)dt \qquad \textbf{(10)}$$

Если вектор ускорения a постоянен по величине и направлению, то движение называется прямолинейным равноускоренным движением. Если принять направление скорости тела за направление движения и выбрать ось x в эту же сторону, то основные формулы, определяющие равноускоренное движение для проекции на ось OX, примут вид:

$$\left.\begin{array}{c} a_x = \text{const}, \\ \upsilon_x = \upsilon_{0x} + at, \\ s_x = \upsilon_{0x}t + a_x t^2/2, \\ x = x_0 + \upsilon_{0x}t + a_x t^2/2. \end{array}\right\} \qquad \textbf{(11)}$$

Знак проекции ускорения определяет характер движения:

$a_x > 0$ – равноускоренное;
$a_x < 0$ – равнозамедленное.

Если исключить время t из уравнений для скорости υ и перемещения s прямолинейного равноускоренного движения, то получается формула, связывающая проекцию перемещения, скорость и ускорение (эта формула, конечно, верна при любом знаке a):

$$\upsilon_x^2 = \upsilon_{0x}^2 + 2a_x s_x. \qquad \textbf{(12)}$$

Уравнения равноускоренного прямолинейного движения в векторной форме:

$$\left.\begin{array}{c} \vec{a} = const \\ \vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{a}t \\ \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\upsilon}_0 t + \dfrac{\vec{a}t^2}{2} \end{array}\right\} \qquad \textbf{(13)}$$

Важным случаем равноускоренного движения является свободное падение в поле тяжести Земли с постоянным ускорением $g \approx 9{,}8$ м/с^2.

Для описания такого движения удобно выбрать систему координат с осью y, направленной вертикально вверх. Тогда вектор ускорения $\vec{g} = -g\,\vec{j}$ направлен вертикально вниз. Основные формулы принимают вид:

$$\left.\begin{aligned} &a_y = -g, \\ &\upsilon_y(t) = \upsilon_{y0} - gt, \\ &y(t) = y_0 + \upsilon_{y0}t - gt^2/2. \end{aligned}\right\} \quad \textbf{(14)}$$

Эти формулы в равной степени справедливы как для случая падения тела с некоторой высоты, так и для случая бросания тела вверх с некоторой начальной скоростью.

Пусть $y_0 = 0$, $\upsilon_{y0} = \upsilon_0$ (тело брошено вертикально вверх с нулевой высоты в момент времени $t = 0$). В момент достижения максимальной высоты $\upsilon_y = 0$. Этому соответствует момент времени, определяемый из уравнения:

$$0 = \upsilon_{y0} - gt^*. \qquad \textbf{(15)}$$

Итак, время движения брошенного вверх тела до достижения максимальной высоты (время подъема)

$$t^* = \upsilon_0/g. \qquad \textbf{(16)}$$

Максимальная высота равна

$$h = y(t^*) = \upsilon_0 t^* - \frac{gt^{*2}}{2} = \frac{\upsilon_0^2}{2g} \qquad \textbf{(17)}$$

4.5 Кинематика равномерного вращения по окружности

При движении по окружности с постоянной по величине линейной скоростью υ тело имеет направленное к центру окружности постоянное центростремительное ускорение

$$a_ц = \upsilon^2/R, \qquad \textbf{(18)}$$

где R – радиус окружности.

Вывод формулы для центростремительного ускорения

По определению .

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t} \qquad \textbf{(19)}$$

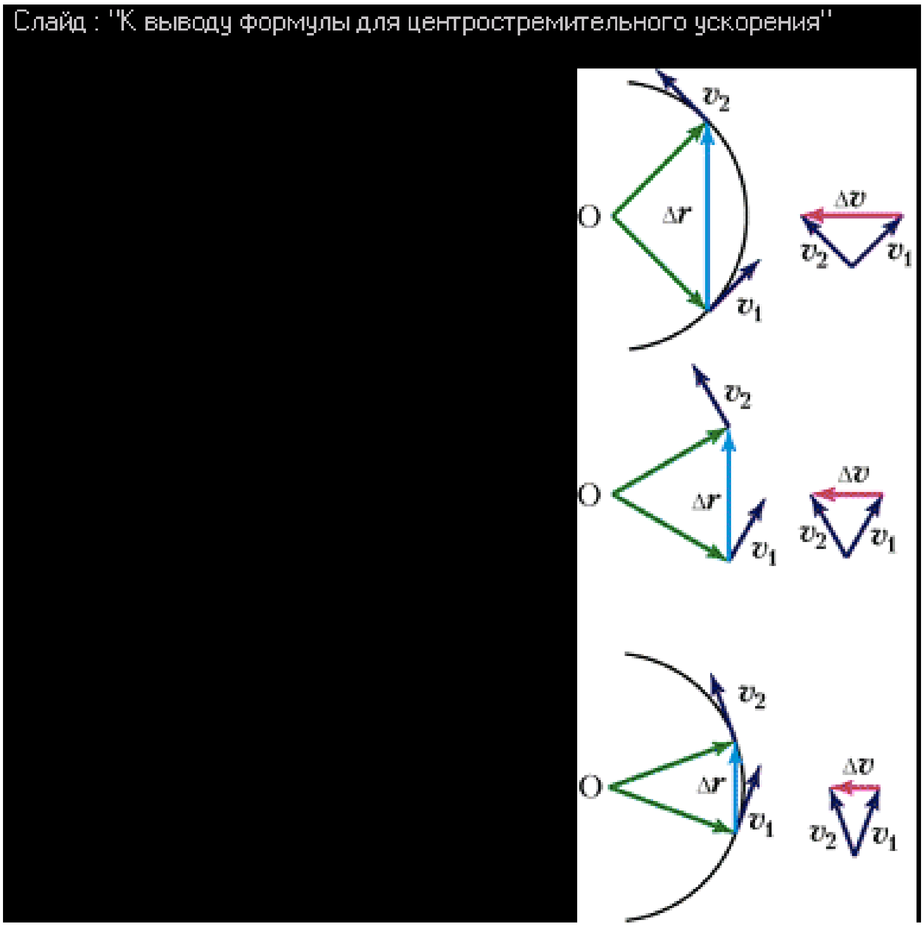

Рисунок 6 Вывод формулы центростремительного ускорения

На рисунке треугольники, образованные векторами перемещений и скоростей, подобны. Учитывая, что $|\vec{r}_1| = |\vec{r}_2| = R$ и $|\vec{\upsilon}_1| = |\vec{\upsilon}_2| = \upsilon$, из подобия треугольников находим:

$$\frac{|\Delta\vec{\upsilon}|}{\upsilon} = \frac{|\Delta\vec{r}|}{r}, |\Delta\vec{\upsilon}| = \frac{\upsilon}{R}|\Delta\vec{r}| \quad \textbf{(20)}$$

откуда

$$a = \frac{\upsilon}{R}\lim_{\Delta t \to 0}\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t} = \frac{\upsilon^2}{R} \quad \textbf{(21)}$$

Поместим начало координат в центр окружности и выберем плоскость, в которой лежит окружность, за плоскость (x, y). Положение точки на окружности в любой момент времени однозначно определяется полярным углом φ, измеряемым в радианах (рад), причем

$$x = R\cos(\varphi + \varphi_0),\ y = R\sin(\varphi + \varphi_0), \quad \textbf{(22)}$$

где φ_0 определяет начальную фазу (начальное положение точки на окружности в нулевой момент времени).

В случае равномерного вращения угол φ, измеряемый в радианах, линейно растет со временем:

$$\varphi = \omega t, \quad \textbf{(23)}$$

где ω называется циклической (круговой) частотой. Размерность циклической частоты: $[\omega] = c^{-1}$ = Гц.

Циклическая частота равна величине угла поворота (измеренного в рад) за единицу времени, так что иначе ее называют угловой скоростью.

Зависимость координат точки на окружности от времени в случае равномерного вращения с заданной частотой можно записать в виде:

$$\left.\begin{aligned} x &= R\cos(\omega t + \varphi_0), \\ y &= R\sin(\omega t + \varphi_0). \end{aligned}\right\} \quad \textbf{(24)}$$

Время, за которое совершается один оборот, называется периодом Т.

Частота $\nu = 1/T$. **(25)**

Размерность частоты: $[\nu] = c^{-1}$ = Гц.

Связь циклической частоты с периодом и частотой: $2\pi = \omega T$, откуда

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu. \quad \textbf{(26)}$$

Связь линейной скорости и угловой скорости находится из равенства: $2\pi R = \upsilon T$, откуда

$$\upsilon = 2\pi R/T = \omega R. \quad \textbf{(27)}$$

Выражение для центростремительного ускорения можно записать разными способами, используя связи между скоростью, частотой и периодом:

$$a_ц = \upsilon^2/R = \omega^2 R = 4\pi^2\nu^2 R = 4\pi^2 R/T^2. \quad \textbf{(28)}$$

4.6 Связь поступательного и вращательного движений

Основные кинематические характеристики движения по прямой с постоянным ускорением: перемещение s, скорость υ и ускорение *a*. Соответствующие характеристики при движении по окружности радиусом R: угловое перемещение φ, угловая скорость ω и угловое ускорение *ε* (в случае, если тело вращается с переменной скоростью).

Из геометрических соображений вытекают следующие связи между этими характеристиками:

перемещение s → угловое перемещение $\varphi = s/R$;
скорость υ → угловая скорость $\omega = \upsilon/R$;
ускорение *a* → угловое ускорение $\varepsilon = a/R$.

Все формулы кинематики равноускоренного движения по прямой могут быть превращены в формулы кинематики вращения по окружности, если сделать указанные замены. Например:

$$s = \upsilon t \rightarrow \varphi = \omega t, \quad \textbf{(29)}$$

$$\upsilon = \upsilon_0 + at \rightarrow \omega = \omega_0 + \varepsilon t. \quad \textbf{(29a)}$$

Связь между линейной и угловой скоростями точки при вращении по окружности можно записать в векторной форме. Действительно, пусть окружность с центром в начале координат расположена в плоскости (x, y). В любой момент времени вектор $\vec{R}$, проведенный из начала координат в точку на окружности, где находится тело, перпендикулярен вектору скорости тела $\vec{\upsilon}$, направленному по касательной к окружности в этой точке. Определим вектор $\vec{\omega}$, который по модулю равен угловой скорости ω и направлен вдоль оси вращения в сторону, которая определяется правилом правого винта: если завинчивать винт так, чтобы направление его вращения совпадало с направлением вращения точки по окружности, то направление движения винта показывает направление вектора $\vec{\omega}$. Тогда связь трех взаимно перпендикулярных векторов $\vec{R}$, $\vec{\upsilon}$ и $\vec{\omega}$ можно записать с помощью векторного произведения векторов:

$$\vec{\upsilon} = \vec{\omega} \times \vec{R}. \quad \textbf{(30)}$$

4.7 Динамика. Законы Ньютона. Принцип относительности Галилея

Динамика – раздел механики, изучающий законы взаимодействия тел. В природе известны четыре фундаментальных взаимодействия: гравитационное, электромагнитное, сильное и слабое.

Проявления первых двух взаимодействий наблюдаются непосредственно органами чувств человека, в то время как сильные и слабые взаимодействия управляют процессами, происходящими в глубинах ядер атомов, и прямому наблюдению недоступны.

Гравитационное взаимодействие (ГВ) присуще всем без исключения материальным объектам во Вселенной и проявляется в притяжении тел друг к другу. ГВ действует на больших расстояниях.

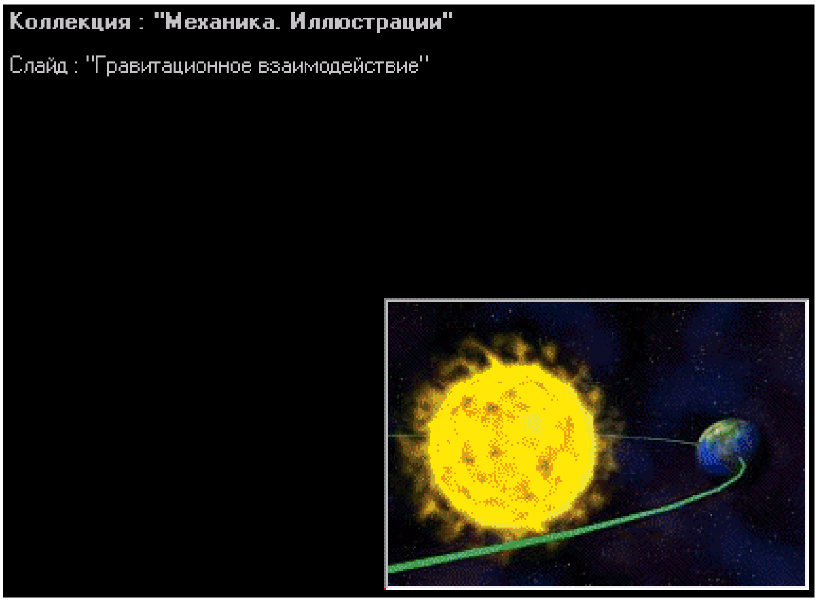

Рисунок 7 Движение Земли вокруг Солнца обусловлено гравитационным взаимодействием

Электромагнитное взаимодействие (ЭМВ) определяет структуру атомов и молекул всех веществ. Поэтому опосредованным образом именно электромагнитное взаимодействие определяет свойства и поведение всех окружающих нас тел.

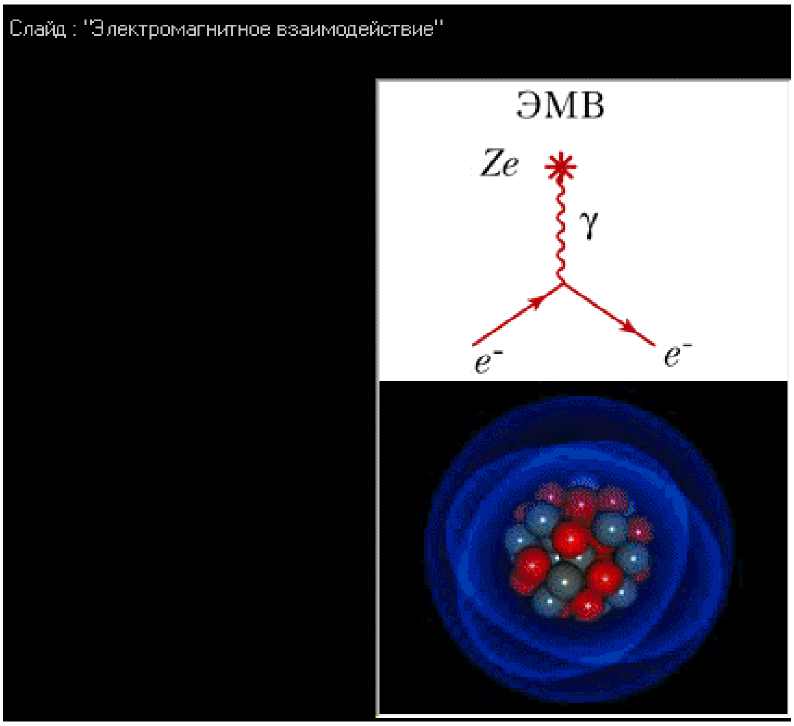

Рисунок 8 Структура атомов определяется электромагнитным взаимодействием

Фундаментальные взаимодействия между телами порождают силы взаимодействия – силу тяжести, магнитную силу, действующую на провод с током, силу трения, выталкивающую силу и т.д. Таким образом, сила есть количественная характеристика взаимодействия между телами. В реальной жизни человек непосредственно сталкивается с силами, порождаемыми мускульными усилиями и действием разного рода механизмов, с силами трения между телами, упругими силами и т.п.

Из опыта можно установить следующие общие свойства сил:

1. Сила характеризуется как величиной, так и направлением, т.е. является вектором.
2. Силы порождаются взаимодействием не менее двух тел. Если тело А действует на тело Б, то и тело Б действует на тело А.
3. Если на тело А действует несколько сил со стороны других тел, то полная сила, действующая на А, получается по правилу векторного сложения (*принцип суперпозиции сил*).

Сила заставляет тело либо деформироваться, либо двигаться с ускорением.

Основополагающие законы классической механики были установлены английским физиком И. Ньютоном.

4.8 Первый закон Ньютона

Если сумма всех сил, действующих на тело, равна нулю, то существует такая система отсчета, относительно которой поступательно движущееся тело сохраняет свою скорость неизменной. Такая система отсчета называется инерциальной системой отсчета (ИСО). Иногда первый закон Ньютона называют законом инерции, а равномерное движение тела относительно ИСО называют движением по инерции.

С высокой степенью точностью инерциальной можно считать гелиоцентрическую (звездную) систему отсчета (начало координат находиться в центре Солнца, а оси проведены в направлении определённых звёзд). Система отсчёта, связанная с Землёй, строго говоря, неинерциальна, однако эффекты, обусловленные её неинерциальностью (Земля вращается вокруг собственной оси и вокруг Солнца) пренебрежимо малы, поэтому при решении многих задач её можно считать инерциальной.

Инерциальной системой отсчёта является такая, которая либо покоится, либо движется равномерно и прямолинейно относительно како-то другой инерциальной системы.

Любая система отсчета, движущаяся относительно ИСО равномерно и прямолинейно, также является инерциальной. Таким образом, существует бесконечно много ИСО, которые движутся относительно друг друга с неизменными по величине и направлению скоростями.

4.9 Понятие массы

Масса тела m является количественной характеристикой инертности тела, т.е. его способности изменять скорость, (получать ускорение или ускоряться) под действием заданных сил. Метод измерения массы – взвешивание на рычажных весах (сравнение с эталоном). Единицей измерения массы в СИ является килограмм (кг).

4.10 Второй закон Ньютона

В ИСО ускорение тела пропорционально полной силе, действующей на тело, и обратно пропорционально массе тела:

$$\vec{a} = \frac{\sum_j \vec{F}_j}{m}, m\vec{a} = \sum_j \vec{F}_j \qquad \textbf{(31)}$$

Учитывая, что $\vec{a} = d\vec{\upsilon}/dt$, можно записать второй закон Ньютона в дифференциальной форме:

$$m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \sum_j \vec{F}_j \qquad \textbf{(32)}$$

Иначе этот же закон можно записать в виде:

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \sum_j \vec{F}_j \qquad \textbf{(33)}$$

Следует подчеркнуть, что смысл второго закона Ньютона заключается в том, что он определяет динамический принцип классической физики: ускорение тела определяется действующими на него силами, которые, в свою очередь, определяются экспериментально.

Единицей измерения силы является ньютон (Н), так что размерность силы [F] = [Н].

4.11 Третий закон Ньютона

Для любой пары взаимодействующих тел сила $\vec{F}_{12}$, действующая со стороны первого тела на второе, равна по величине и противоположна по направлению силе $\vec{F}_{21}$, действующей со стороны второго тела на первое. Следует помнить, что эти <u>силы приложены к разным телам</u>!

4.12 Принцип относительности Галилея

Преобразования Галилея (см. Кинематика равномерного поступательного движения) определяют, как преобразуются координаты и время события при переходе от одной ИСО к другой. Опыт показывает, что механические явления протекают одинаково, независимо от того, с какой постоянной скоростью движется лаборатория. Этот фундаментальный закон природы носит название принципа относительности Галилея и может быть сформулирован следующим образом.

Все законы классической механики не меняют своего вида при переходе от одной ИСО к другой, т.е. законы механики инвариантны (не меняют своего вида) относительно преобразований Галилея.

4.13 Определение ускорения свободного падения с помощью машины Атвуда

Ускорение свободного падения g можно найти с помощью простого опыта: бросить тело с известной высоты h и измерить время падения t, а затем из формулы $h = gt^2/2$ вычислить g.

В действительности дело обстоит не так просто, если требуется определить g достаточно точно. Определим время t падения с высоты h =1,0 м при g, равном 9.8 м/с^2:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}},\ t = \sqrt{\frac{2\cdot 1{,}0 м}{9{,}8 м/с^2}} \approx 0{,}45 с \qquad \textbf{(34)}$$

По нашей оценке при проведении такого эксперимента необходимо измерять время с точностью до 0,01 с. Оценим разброс для t_1= 0,44 с; t_2 = 0,45 с; t_3 = 0,46 с по формуле $g = 2h/t^2$:

$$g_1=\frac{2м}{(0{,}44)^2 с^2}=10{,}3300578 м/с^2 \approx 10{,}3 м/с^2$$

$$g_2=\frac{2м}{(0{,}45)^2 с^2}=9{,}8765431 м/с^2 \approx 9{,}9 м/с^2$$

$$g_3=\frac{2м}{(0{,}46)^2 с^2}=9{,}4517956 м/с^2 \approx 9{,}4 м/с^2$$

Понятно, что измерить время с точностью до 0,01 с не просто. Наручные часы или спортивный секундомер для такой цели непригодны.

Если увеличить высоту, то время падения тоже увеличится. Так при h= 5 м время падения будет 1 с, а при h = 20 м — 2 с. В этом случае можно ограничиться меньшей точностью при измерении времени, например 0,1 с, но возникает ошибка другого характера. Сопротивление воздуха при больших скоростях играет заметную роль. Формула $h = gt^2/2$ описывает равноускоренное движение и, конечно, не учитывает сопротивления воздуха. Таким образом, увеличивая высоту h, мы увеличиваем время падения и уменьшаем относительную погрешность измерения времени, но при этом вносим другую ошибку: сама формула $h = gt^2/2$ становится неточной. Более того, если кирпич сбросить с высоты $h\approx$ 500 м, то примерно первые 200 м он будет двигаться с ускорением, а затем сила сопротивления воздуха станет равной силе тяжести (это будет при скорости примерно 70 м/с) и тело остальные 300 м будет падать с постоянной скоростью $\upsilon\approx$ 70 м/с. В этом случае формула $h = gt^2/2$ становится неверной. Этот простой пример наглядно подчеркивает общую черту любого физического эксперимента. В любом эксперименте точность измерений какой-либо физической величины связана не только с точностью измерительных приборов, но и с тем, насколько точно принятая модель описывает данный опыт. В рассматриваемом нами опыте мы видим, что точность измерения ускорения g связана не только с точностью измерения времени t, но и с тем можно или нет пренебречь трением о воздух. Иными словами; достаточно точно или нет описывает формула $h = gt^2/2$ движение тела.

Трудности опыта связаны с большим значением ускорения свободного падения. Так как ускорение большое, то тело быстро набирает скорость, а при этом или время падения мало и его трудно точно измерить, или сама формула $h = gt^2/2$ не точна.

Уменьшить ускорение можно с помощью устройства, которое называют ***машиной Атвуда*** **(рисунок 10).**

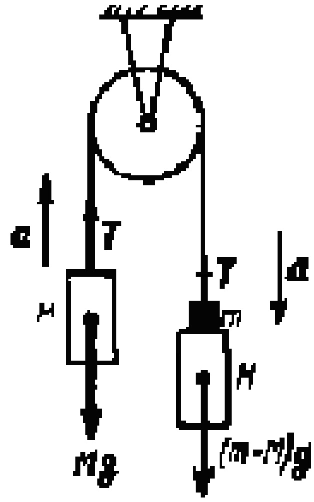

Рисунок 10 Принципиальная схема установки

Через блок перекинута нить, на которой закреплены грузы массой *M* каждый. На один грузов кладется перегрузок массой *m.* Ускорение грузов легко найти, если ввести два предположения (выбрать модель!):

1) блок и нить невесомы, т. е. их массы равны нулю;

2) трением тела о воздух и трением между блоком и его осью можно пренебречь.

С учетом этих предположений уравнения движения грузов имеют вид

$$Mg - T = -Ma,$$
$$(M + m)\,g - T = (M + m)\,a, \qquad \textbf{(35)}$$

где T — сила натяжения нитей, а — ускорение грузов. Из уравнений **(1)** получаем

$$a = g\frac{m}{2M + m} = g\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon} \qquad \textbf{(36)}$$

где ε = *m*/(2M).

Время, за которое груз опускается на высоту *h,* равно

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}\sqrt{\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}} \qquad \textbf{(37)}$$

Формально из выражения **(37)** следует, что время падения груза может быть сколь угодно большим, если уменьшить ε. Например, если взять грузы массами *M* = 5 кг каждый, перегрузок массой *m* = 1 г, то $\varepsilon = 10^{-4}$, а время спуска груза на высоту *h* = 1 м примерно равно 45 с. Это время можно достаточно точно измерить секундомером. Однако реально такой опыт невыполним. Мы предположили, что трение в оси блока отсутствует. Но в действительности оно есть. Весь вопрос в том, можно ли им пренебречь или нет.

Если подвесить к блоку на нитях тяжелые грузы, то в оси блока будет большая сила трения. Чем массивнее грузы, тем больше сила трения. Значит, необходимо брать достаточно тяжелый перегрузок, чтобы преодолеть эту силу трения и привести всю систему в движение.

Сделаем теперь количественные оценки. Пусть m_0 — масса такого перегрузка, который только-только страгивает блок с грузами. Это значит, что любой перегрузок меньшей массы не приводит систему в движение. В этом случае момент сил натяжения нитей равен моменту силы трения $M_{тр}$ в оси блока:

$$(T_2 - T_1)R = m_0 gR = M_{тр} \qquad \textbf{(38)}$$

где $T_2 = (M + m_0)\,g$ и $T_1 = Mg$ — силы натяжения нитей, R — радиус блока **(рисунок 11).** Момент силы трения в оси блока

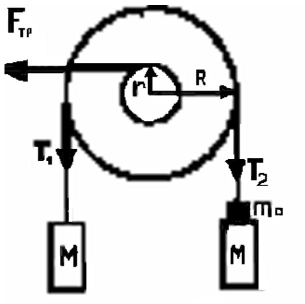

Рисунок 11 Принципиальная схема установки с учётом силы трения и размеров блока и оси блока

Момент силы трения в оси блока $M_{ТР} = F_{ТР}r$, где $F_{ТР}$ — сила трения между блоком и осью, r— радиус оси.

Сила трения $F_{тр}$ между блоком и осью пропорциональна силе давления на оси блока. Тогда

$$\left.\begin{aligned} N &= T_1 + T_2 == (2M + m_0)g \\ F_{TP} &= \mu N = \mu(2M + m_0)g, \end{aligned}\right\} \quad \textbf{(39)}$$

где μ— коэффициент трения между блоком и осью, зависящий от свойств соприкасающихся поверхностей втулки блока и оси**.** Таким образом, момент силы трения в оси блока

$$M_{тр} = (2M + m_0)g\mu r \qquad \textbf{(40)}$$

Обозначим $\varepsilon_0 = m_0/(2M)$. Подставим **(40)** в **(38):**

$$\frac{\varepsilon_0}{1+\varepsilon_0} = \mu \frac{r}{R} \qquad \textbf{(41)}$$

Как видно из **(41)**, значение ε_0 не может быть сколь угодно малым. Оно определяется конструкцией блока (например, его радиусами **R** и r) и коэффициентом трения между блоком и осью.

Так как в машине Атвуда $m_0 << M$, то $\varepsilon_0 << 1$ и

$$\varepsilon_0 \approx \mu r/R$$

Какое же значение ε_0 можно ожидать? Типичное значение коэффициента трения $\mu \sim 10^{-2} \div 10^{-1}$. На наших установках $r/R \sim 10^{-2} \div 10^{-1}$. Таким образом, $\varepsilon_0 \sim 10^{-4} \div 10^{-2}$. Мы привели лишь правдоподобные рассуждения о том, каким может быть ε_0. Существенно то, что ε_0 можно оценить экспериментально. Например, на установке с грузами массой M = 86 г перегрузок массой 1г не страгивает блока, а перегрузок массой 2 г приводит блок в движение. Это значит, что

$$6 \cdot 10^{-3} < \varepsilon_0 = \frac{m_0}{2M} < 1{,}2 \cdot 10^{-2}$$

В таком случае оценить ε_0, характеризующую установку, можно лишь по порядку величины. Как оказывается, она порядка 10^{-2}. Интуитивно ясно, что трением можно пренебречь, если масса перегрузка $m >> m_0$.

Действительно, если масса перегрузка чуть больше m_0, то трение в оси блока будет решающим образом определять движение грузов. Это движение уже не будет равноускоренным. Может даже случиться, что система будет двигаться рывками, т. е. остановится, затем снова придет в движение и т. д.

Таким образом, при $m \geq m_0$, т. е. при $\varepsilon \geq \varepsilon_0$, формула **(36)** становится неверной. Можно ожидать, что при $\varepsilon >> \varepsilon_0$ она достаточно точно описывает реальную ситуацию. Так как $\varepsilon_0 \leq 10^{-2}$, то оптимальное значение $\varepsilon \sim 10^{-1}$. Это значит, что экспериментировать надо с перегрузками 5—20г (при M = 86 г). Если взять $\varepsilon \sim 1$, то $a \sim g$. Мы приходим к случаю почти свободного падения.

Можно показать, (см. контрольный вопрос 2), что относительная погрешность при определении ускорения грузов, связанная с пренебрежением массой блока и трением, равна

$$\frac{\Delta a}{\bar{a}} \leq \frac{m_0}{m} + \frac{m_б}{2M}$$

где $m_б$— масса блока.

Так как величины m_0/m и $m_б/(2M)$ одного и того же порядка 10^{-1}, то и относительная погрешность при измерении ускорения $\Delta a/\bar{a} \sim 10^{-1}$. Очевидно, что такого же порядка будет и относ тельная погрешность при измерении g.

4.14 Методика измерений

В первую очередь необходимо определить минимальную массу перегрузка m_0 страгивающего блок, с тем, чтобы в дальнейшем проводить измерения с грузами, в 5—10 раз превышающими массу m_0. Только в этом случае можно пренебречь влиянием трения на движение системы. Не следует стремиться определить m_0 точно, достаточно получить ее правильную оценку «сверху», например, выяснить, что m_0 не превышает 1 г или 2 г. Для определения m_0 можно постепенно увеличивать массу перегрузка, пока блок придет в движение. Так как блок не может быть отцентрирован идеально, то может оказаться, что в различных начальных положениях блока массы страгивающего перегрузка различны. Поэтому нужно повторить измерения m_0, в разных положениях блока, а затем в качестве оценки для m_0 взять наибольшее из найденных значений.

Следует убедиться, что движение системы при достаточно большой фиксированной массе перегрузка $m >> m_0$ является равноускоренным. Для этого нужно экспериментально проверить выполнение зависимости $h = at^2/2$. Удобно переписать это соотношение в виде

$$t = \sqrt{\frac{2}{a}}\sqrt{h} \qquad \textbf{(42)}$$

из которого ясно, что в осях координат $x = \sqrt{h}$, $y = t$ прямая $t = t(\sqrt{h})$, проходящая через начало координат, соответствует равноускоренному движению.

Прямая $t(\sqrt{h})$ может быть построена по экспериментальным точкам: для одного перегрузка m и ряда различных значений высоты h измеряется время падения груза. Измерения времени для каждой высоты производятся несколько раз, результаты усредняются и записываются в виде

$$t = \vec{t} \pm \Delta t,$$

где $\bar{t}$ — среднее арифметическое значение измеренного времени падения для данной высоты. В условиях эксперимента погрешность Δt оказывается заметно превышающей погрешность в показаниях электронного миллисекундомера $(\Delta t)_0$, а именно:

$$\Delta t >> (\Delta t)_0 = 10^{-3} \text{ c}.$$

Поэтому было бы грубой ошибкой считать, что погрешность определения времени падения равна 10^{-3} с.

Для построения графика на оси ординат откладываются измеренные значения $\bar{t}$ с указанием погрешности

$$\Delta t = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i - \bar{t})}{n(n-1)}} \quad \textbf{(43)}$$

где n — число измерений, t_i — результат i-го измерения.

На оси абсцисс откладывается $\sqrt{h}$. Если полученные экспериментальные точки ложатся на прямую, то движение системы можно считать равноускоренным.

Наконец, важно выяснить, подтверждается ли на опыте зависимость времени падения от массы m перегрузка [см. (2)]:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}\sqrt{\frac{2M+m}{m}} \approx 2\sqrt{\frac{h}{g}}\sqrt{\frac{M}{m}} \qquad \textbf{(44)}$$

В осях координат $x = \sqrt{M/m}$, $y=t$ функция $t == t\,(\sqrt{M/m})$ является уравнением прямой. Зависимость $t=t\,(\sqrt{M/m})$ при фиксированной высоте падения h может быть построена по экспериментальным точкам: для нескольких значений массы перегрузка определяется время падения $t = \bar{t} \pm \Delta t$.

Измерение времени падения при каждом m повторяют несколько раз, результаты усредняют и находят среднее значение $\bar{t}$ и разброс Δt. Полученные экспериментальные данные откладывают на осях координат на оси ординат — значения $\bar{t}$ с указанием погрешности Δt, на оси абсцисс — соответствующие значения $\sqrt{M/m}$. Затем через полученные точки проводится прямая, и по ее наклону определяется значение g.

5 Порядок выполнения работы

1. Определите массу m_0 страгивающего перегрузка. Для этого, постепенно увеличивая массу m перегрузка, определите с точностью до 0,5 г значение m_0 , начиная с которого блок приходит в движение. Измерения повторите при четырех положениях блока, каждый раз поворачивая блок примерно на 90° по отношению к предыдущему положению. В качестве m_0 следует принять наибольшее из найденных значений.

2. Определите экспериментально зависимость времени падения t груза от высоты h. Измерения проведите при определенном выбранном значении массы перегрузка m = (5 ÷ 10) m_0. При этом необходимо также, чтобы выполнялось неравенство

$$m_0 \ll 2M = 172\text{г}.$$

Определите время падения t для четырех-пяти высот h, повторяя измерения для каждого значения h. по четыре раза. Результаты занесите в табл. 1.

Таблица 1 Зависимость времени падения t от высоты h

h, м	t_1, с	t_2, с	t_3, с	t_4, с	$\bar{t}$, с	Δt, с	Δh, м	m, кг	m_0, кг

Здесь $t_1, \ldots, t_4$ – результаты измерения падения с установленной высоты h:

$$\bar{t} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i\ ,\quad \Delta t = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i - \bar{t})}{n(n-1)}} \quad \textbf{(45)}$$

По результатам измерений в осях координат x = $\sqrt{h}$, y = t постройте прямую t= t($\sqrt{h}$). По наклону прямой определите a.

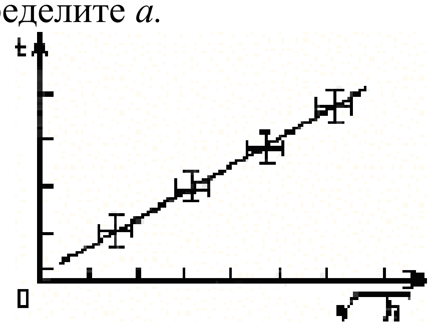

Рисунок 12 Примерный вид графика прямой t= t($\sqrt{h}$) в осях координат x = $\sqrt{h}$, y = t

3. Определите опытным путём зависимость времени падения t от массы *m* перегрузка. Измерения проводите при наибольшей возможной высоте падения $h = h_{max}$ для пяти значений массы *m.* Для каждого значения *m* повторите измерения четыре раза, результаты занесите в **таблицу 2**.

Таблица 2 Зависимость времени падения t от массы m перегрузка

m, кг	М/ *m*	t_1, с	t_2, с	t_3, с	t_4, с	$\bar{t}$, с	Δt, с

Все значения массы *m* перегрузка должны лежать в диапазоне

$$m_0 << m << 2M = 172\text{г}.$$

В нашей лабораторной установке точность Δm определения массы по существу совпадает со значением массы m_0 страгивающего перегрузка.

По результатам измерений в осях координат x = $\sqrt{M/m}$, y= t постройте прямую t = t ($\sqrt{M/m}$) **(рисунок 12).**

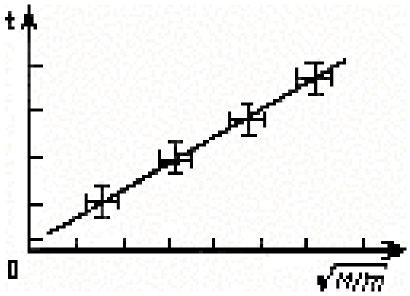

Рисунок 12 Примерный вид графика прямой t = t ($\sqrt{M/m}$) в осях координат x = $\sqrt{h}$, y = t

По наклону прямой с помощью соотношения **(44)** определите ускорение свободного падения g и погрешность Δg

6 Содержание отчета

6.1 Название лабораторной работы.
6.2 Цель лабораторной работы.
6.3 Краткое описание оборудования.
6.4 **Рисунок 10.** Схема установки.
6.5 Краткое описание хода работы.
6.6 **Рисунок 11.** Принципиальная схема установки с учётом силы трения и размеров блока и оси блока
6.7 **Таблица 1.**
6.8 По результатам измерений в осях координат x = $\sqrt{h}$, y = t постройте прямую t= t($\sqrt{h}$). По наклону прямой определите a. (формула **(42)**).
6.9 **Таблица 2.**
6.10 По результатам измерений в осях координат x = $\sqrt{M/m}$, y= t постройте прямую t = t ($\sqrt{M/m}$).
6.11 . По наклону прямой с помощью соотношения **(44)** определите ускорение свободного падения g и погрешность Δg.
6.12 Сделайте вывод. Запишите полученный результат в виде g= $\bar{g}$ ±Δg

7 Контрольные вопросы и задания

1. Что такое механическое движение, поступательное и вращательное движения?
2. Что такое материальная точка и система отсчёта? Отличаются ли длина пути от перемещения?
3. Уравнения $\bar{\upsilon}(t), \bar{S}(t)$ при прямолинейном равномерном движении?
4. Уравнения $\bar{\upsilon}(t), \bar{S}(t)$ в равноускоренном движении.
5. Ускорение и его составляющие?
6. Что такое угловая скорость и угловое ускорение?
7. Первый закон Ньютона. Масса и сила.
8. Сформулируйте законы Ньютона. Запишите формулы (математическую запись) законов Ньютона.
9. Дайте определение момента силы, момента инерции, линейного и углового ускорений. Выведите связь линейного и углового ускорений.
10. Что такое силы трения?
11. Условия равновесия тел имеющих ось вращения
12. Закон сохранения количества движения Центр масс.
13. Энергия, работа и мощность механического движения?
14. Сформулируйте законы сохранения импульса и энергии?
15. Какова относительная погрешность измерения g?

16. Условия равновесия тел имеющих ось вращения.
17. Трамвай, трогаясь с места, движется с постоянным ускорением α=0,5 м/с^2. через t=12 сек. После начала движения мотор трамвая выключается и трамвай движется до остановки равнозамедленно. На всем пути движения трамвая коэффициент трения равен R=0,01. Найти: 1) наибольшую скорость движения трамвая: 2) общую продолжительность движения: 3) ускорение трамвая при равнозамедленном движении: 4) общее расстояние пройденное трамваем.
18. Две гири M_1=M_2=1 кг соединены нитью и перекинуты через невесомый блок. На один из грузов кладут перегрузок m=100 г. Найти: 1) ускорение с которым движутся грузы: 2) натяжение нити: 3) силу давления на ось блока. Трением в блоке и весом нити пренебречь.

8 Литература

1. Гладун А.Д., Александров Д.А., Игошин Ф.Ф. и др. «Лабораторный практикум по общей физике: В 3 тт: Т. 1: Термодинамика и молекулярная физика (2 семестр): Учебное пособие для студентов 1 курса вузов (под ред. Гладуна А.Д.)» - М.: Издательство МФТИ, 2003 – 316 с. ил
2. Трофимова Т. И. Курс физики: Учеб. пособие для вузов. – 13-е изд., стереотип. - М.: Издательский центр «Академия», 2007. – 560 с.: ил.
3. Второй закон Ньютона. Движение под действием постоянной силы. Машина Атвуда , Метод. указания к лаб. работам/ Сост. В.Ю. Никифоров – Егорьевск: Егорьевск: ЕТИ МГТУ "Станкин", 2004- 24 с.