

Курсовая работа

по методологии принятия решений и управлению

«Оптимизация параметров регулятора системы автоматического управления на основе моделирования»

Цель курсовой работы – освоить методику оптимального выбора параметров регулятора системы автоматического управления на основе моделирования. В учебных целях для моделирования в работе необходимо использовать в сравнении два варианта Excel, Ascocad и R. Работа выполняется поэтапно.

1. Моделирование системы управления

Дана система автоматического управления, структура которой представлена на рис.1.

*Желаемая
выходная реакция*

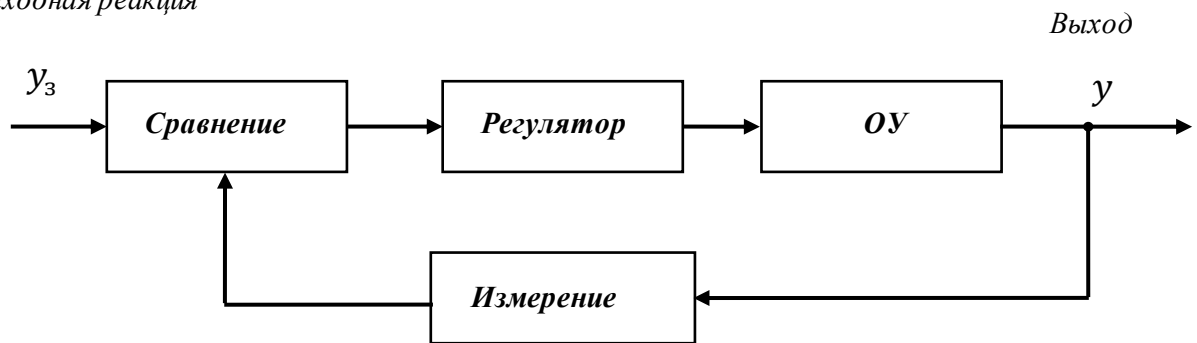


Рис. 1. Система управления с обратной связью

1.1. Динамические свойства системы управления описываются следующими передаточными функциями:

PID-регулятор:

$$W_p(p) = K_n + K_i \frac{1}{p} + K_d p,$$

где K_p – пропорциональный коэффициент усиления регулятора;
 K_i – интегральный коэффициент усиления регулятора;
 K_d – дифференциальный коэффициент усиления регулятора.

Объект управления:

$$W_o(p) = \frac{K_o}{1 + 2\xi T_o p + T_o^2 p^2},$$

где K_o – коэффициент передачи объекта управления;
 T_o – постоянная времени объекта управления;
 ξ – коэффициент демпфирования колебаний объекта управления.

Измеритель:

$$W_{из}(p) = K_{из};$$

Устройство сравнения:

$$e = y_3 - y^*,$$

где e – ошибка управления;
 y_0 – задающее воздействие;
 y^* – измеренное значение выходной координаты объекта управления;

Уравнение регулятора:

$$u = W_p(p)e,$$

где u – управляющее воздействие на объект управления;

Уравнение объекта управления:

$$y = W_p(p)u,$$

где y – выходная координата объекта управления;

Уравнение измерителя:

$$y^* = K_{из}y.$$

1.2. Дифференциальные уравнения, описывающие процессы в системе:

система уравнений регулятора по компонентам:

$$\begin{cases} u_{\text{п}} = K_{\text{п}} e \\ \dot{u}_{\text{и}} = K_{\text{и}} e \\ u_{\text{д}} = K_{\text{д}} \dot{e} \\ u = u_{\text{п}} + u_{\text{и}} + u_{\text{д}} \end{cases};$$

уравнение объекта регулирования:

$$a_2 \ddot{y} + a_1 \dot{y} + y = K_0 u;$$

уравнение отрицательной обратной связи:

$$e = y_3 - K_{\text{из}} y.$$

1.3. Для решения задачи моделирования необходимо перейти от дифференциальных уравнений к уравнениям в пространстве состояний:

система уравнений состояния регулятора по компонентам

$$\begin{cases} \dot{u}_{\text{д}} = K_{\text{д}} \dot{e} \\ \dot{u}_{\text{и}} = K_{\text{и}} e \\ u_{\text{п}} = K_{\text{п}} e \\ u = u_{\text{п}} + u_{\text{и}} + u_{\text{д}} \end{cases};$$

уравнения состояния объекта регулирования с заменой $x_2 = \dot{y}$ и $x_1 = y$

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = -\frac{a_1}{a_2} x_2 - \frac{1}{a_2} x_1 + \frac{K_0}{a_2} u \\ \dot{x}_1 = x_2 \\ y = x_1 \end{cases};$$

уравнение отрицательной обратной связи

$$e = y_3 - K_{\text{из}} y.$$

1.4. Решение уравнений моделирования может выполняться в специализированных средах моделирования, например, Acsocad, Matlab, SimInTech. Они удобны для моделирования, но не раскрывают численный метод расчета процессов. В реальных контроллерах динамические процессы программируются в виде рекуррентных выражений. Поэтому в учебных целях

необходимо выполнить итеративные расчеты процессов численными методами также с помощью Excel. В этом случае необходимо использовать в явном виде рекуррентные соотношения расчета процессов в системе, реализующие определенный численный метод интегрирования дифференциальных уравнений. Для решаемой задачи рекуррентные соотношения расчета процессов имеют вид:

уравнение отрицательной обратной связи

$$e_k = y_{з,k} - K_{из} y_k.$$

рекуррентные соотношения для регулятора, полученные на основе дискретизации уравнений состояния неявным методом Эйлера:

$$\begin{cases} u_{д,k} = K_{д} \cdot \frac{e_k - e_{k-1}}{\Delta t} \\ u_{и,k} = u_{и,k-1} + K_{и} \cdot \Delta t \cdot e_k ; \\ u_{п,k} = K_{п} \cdot e_k \\ u_k = u_{п,k} + u_{и,k} + u_{д,k} \end{cases}$$

рекуррентные соотношения для объекта регулирования, полученные на основе дискретизации уравнений состояния явным методом Эйлера:

$$\begin{cases} x_{2,k+1} = x_{2,k} - a_1 \cdot \frac{\Delta t}{a_2} \cdot x_{2,k} - \frac{\Delta t}{a_2} \cdot x_{1,k} + K_0 \cdot \frac{\Delta t}{a_2} \cdot u_k \\ x_{1,k+1} = x_{1,k} + \Delta t \cdot x_{2,k} \\ y_{k+1} = x_{1,k+1} \end{cases}.$$

1.5. На конкретном примере при заданных значениях параметров системы осуществляется поверочный расчет процессов. Выполнить расчет для указанных ниже величин и для тех, что указаны в Вашем варианте.

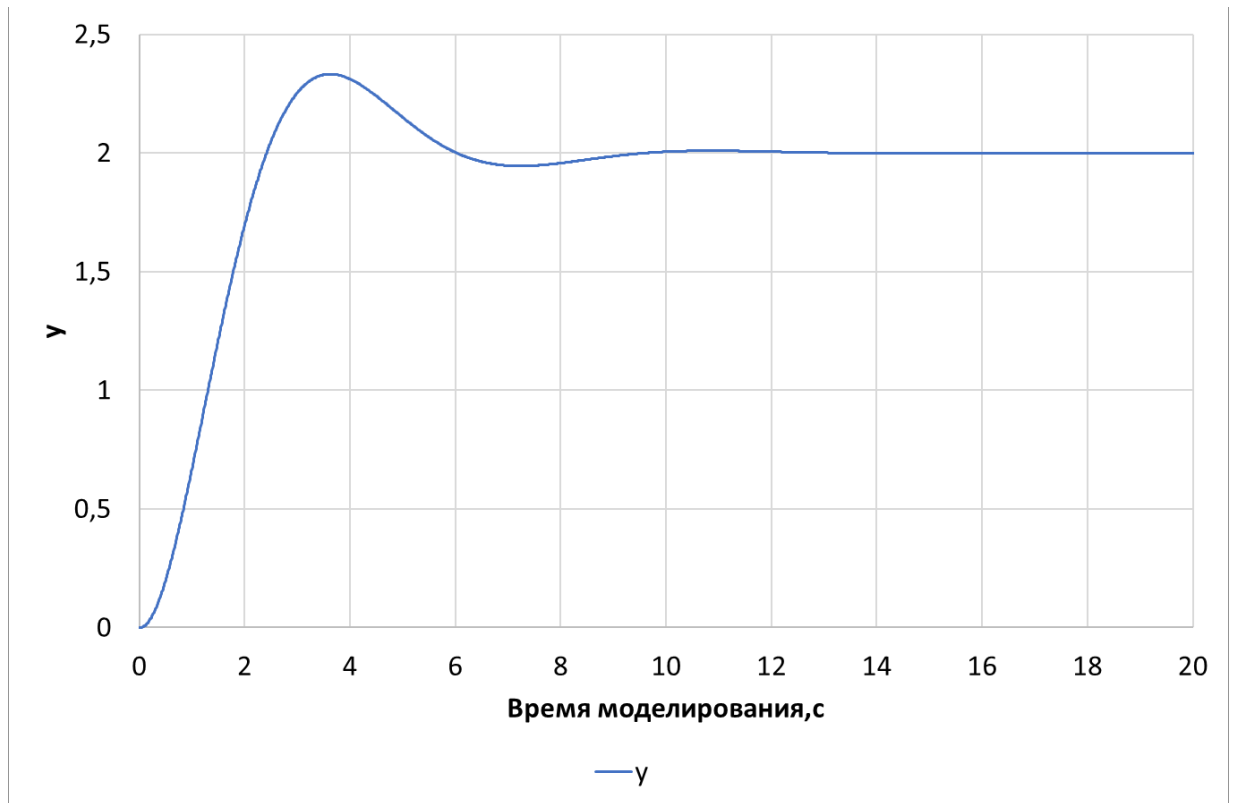
Моделирование объекта управления:

$$T_0 = 10, \xi = 0.5, u_k \equiv 1, K_0 = 2, \Delta t = 0.01.$$

$$a_1 = 2 \cdot \xi \cdot T_0 = 10,$$

$$a_2 = T_0^2 = 100;$$

$$\begin{cases} x_{2,k+1} = \left(1 - a_1 \cdot \frac{\Delta t}{a_2}\right) \cdot x_{2,k} - \frac{\Delta t}{a_2} \cdot x_{1,k} + K_0 \cdot \frac{\Delta t}{a_2} \cdot u_k ; \\ x_{1,k+1} = x_{1,k} + \Delta t \cdot x_{2,k} \\ y_{k+1} = x_{1,k+1} \end{cases}$$



1.6. Проверочные значения параметров для моделирования СУ с обратной связью:

$$T_0 = 10, \xi = 0.5, u_k \equiv 1, K_0 = 2, \tau = 20, K_{из} = 1, \Delta t = 0.01.$$

$$a_1 = 2 * \xi * T_0 = 10,$$

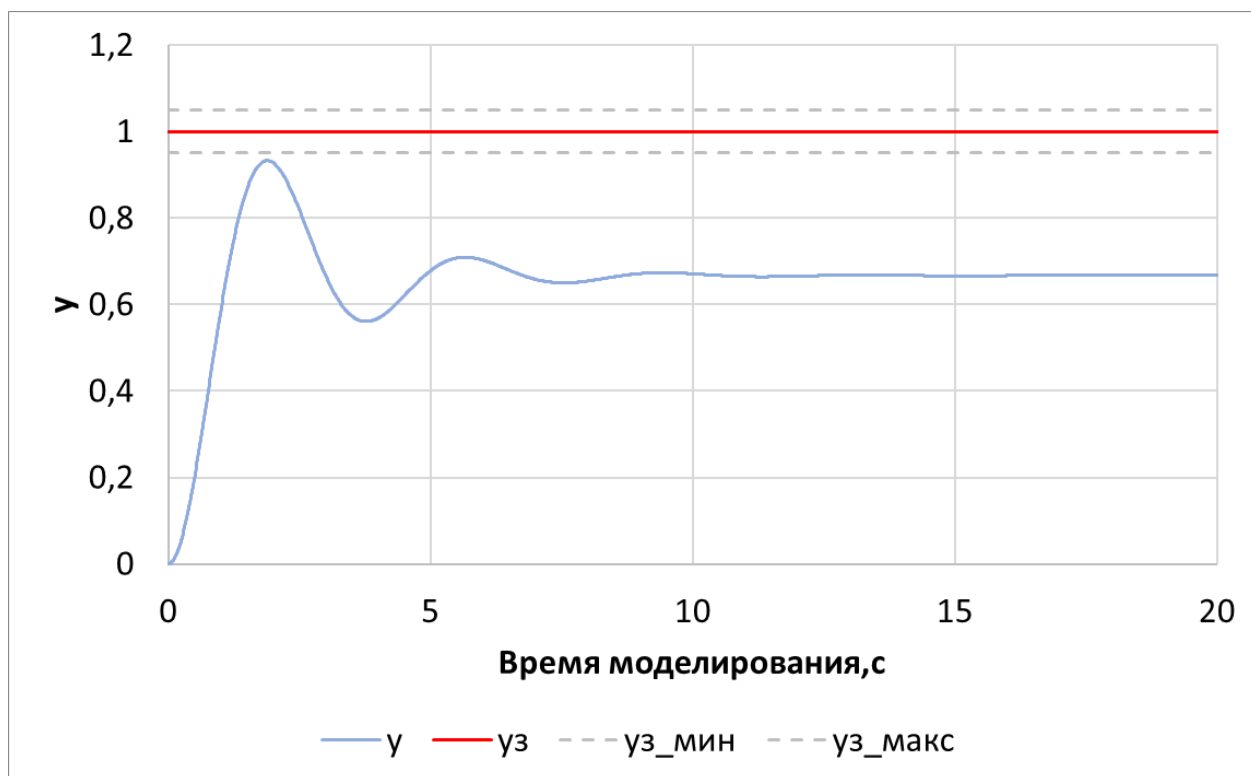
$$a_2 = T_0^2 = 100;$$

$$K_{\Pi} = 1, K_{и} = 0, K_{д} = 0, y_3 \equiv 1.$$

$$\Delta t = 0.1 \text{ с}$$

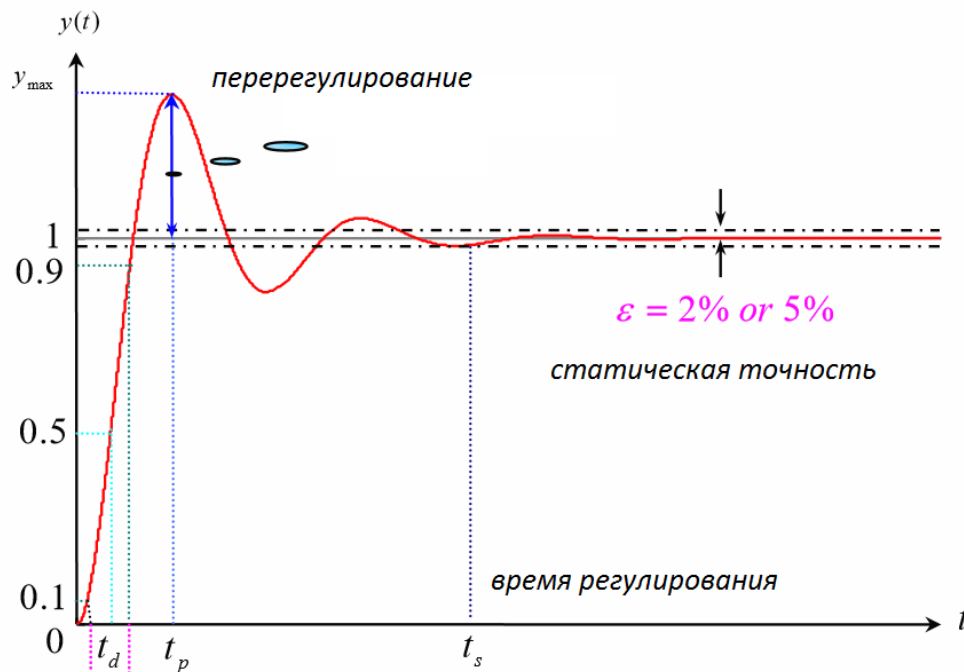
$$\left\{ \begin{array}{l} e_k = y_{3,k} - y_k \\ u_{д,k} = \frac{K_{д}}{\Delta t} \cdot (e_k - e_{k-1}) \\ u_{и,k} = u_{и,k-1} + K_{и} \cdot \Delta t \cdot e_k \\ u_{\Pi,k} = K_{\Pi} \cdot e_k \\ u_k = u_{\Pi,k} + u_{и,k} + u_{д,k} \\ x_{2,k+1} = \left(1 - a_1 \cdot \frac{\Delta t}{a_2}\right) \cdot x_{2,k} - \frac{\Delta t}{a_2} \cdot x_{1,k} + K_0 \cdot \frac{\Delta t}{a_2} \cdot u_k \\ x_{1,k+1} = x_{1,k} + \Delta t \cdot x_{2,k} \\ y_{k+1} = x_{1,k+1} \end{array} \right. ;$$

При проверочных значениях:



2. Определение коэффициентов регулятора базовыми методами

2.1. На данном этапе расчета необходимо в замкнутой системе управления достичь приемлемых значений показателей качества переходных процессов по критериям минимума величины перерегулирования и времени переходного процесса в рамках заданной статической точности.



Типовой переходный процесс в системе управления

2.2. Метод Циглера–Никольса настройки параметров регулятора основан на использовании запасов устойчивости.

Настройка начинается с экспериментального исследования системы, состоящей из П-регулятора и заданного объекта регулирования. Коэффициент передачи П-регулятора увеличивается до тех пор, пока на выходе системы не установятся колебания с постоянной амплитудой колебаний, то есть система не окажется на границе устойчивости.

Фиксируется и обозначается через k^*P значение коэффициента передачи регулятора, при котором система находится на границе устойчивости. Измеряется период T^* установившихся в системе колебаний.

Значения параметров регулятора выбранного типа рассчитываются по формулам, приведенным в табл. 1.

Таблица 1 – Параметры типовых регуляторов

Параметры типовых регуляторов

	k_{π}	$k_{\text{и}}$	$k_{\text{д}}$
П-регулятор	$0,50k_{\pi}^*$		
ПИ-регулятор	$0,45k_{\pi}^*$	$0,54k_{\pi}^*/T^*$	
ПИД-регулятор	$0,60k_{\pi}^*$	$1,2k_{\pi}^*/T^*$	$0,075k_{\pi}^*T^*$

Полученные на основе метода Циглера-Никольса или неточной ручной настройки допустимые значения параметров служат исходными значениями для их дальнейшей автоматической оптимизации по заданным критериям.

2.3. Попробуем определить коэффициенты регулятора методом ручной настройки.

$$T_0 = 10, \xi = 0.5, u_k \equiv 1, K_0 = 2, \tau = 20, K_{\text{из}} = 1, \Delta t = 0.01.$$

$$a_1 = 2 * \xi * T_0 = 10,$$

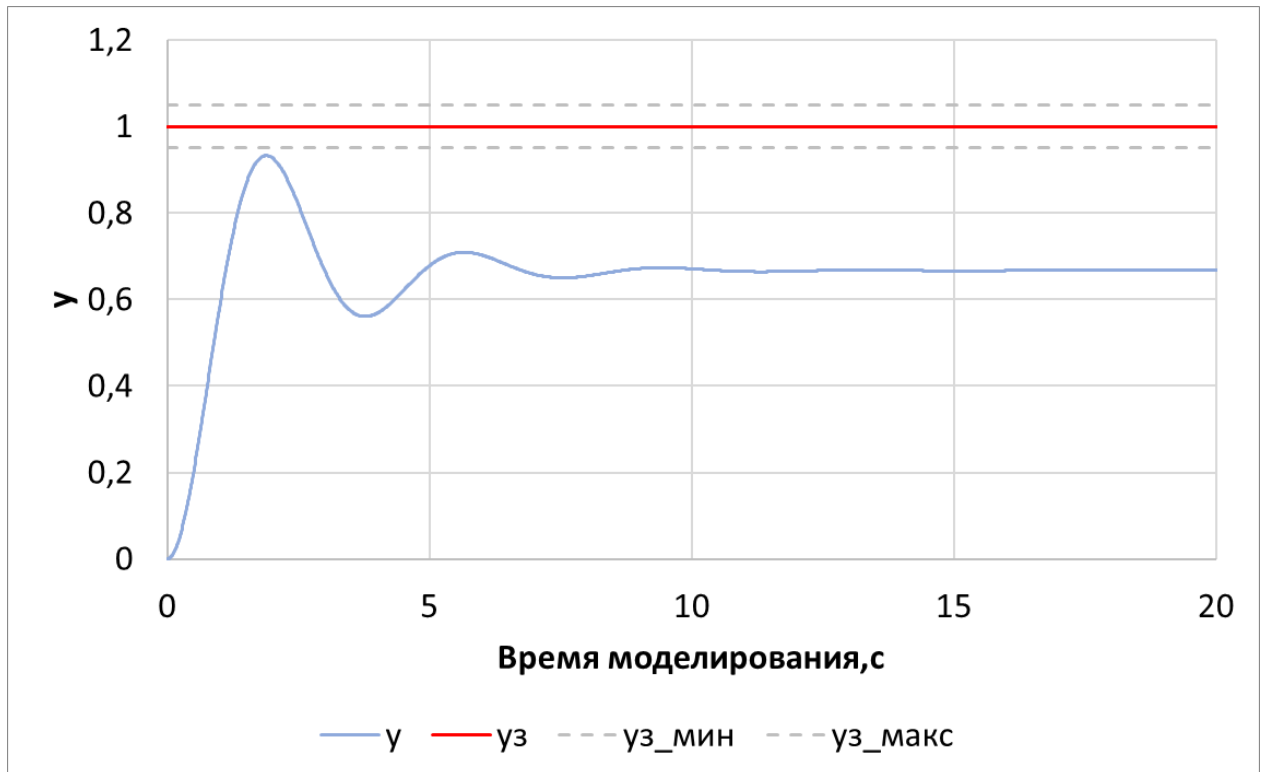
$$a_2 = T_0^2 = 100;$$

$$\Delta t = 0.1 \text{ с}$$

Начальные значения параметров для моделирования СУ с обратной связью: $K_{\pi} = 1, K_{\text{и}} = 0, K_{\text{д}} = 0, y_3 \equiv 1$.

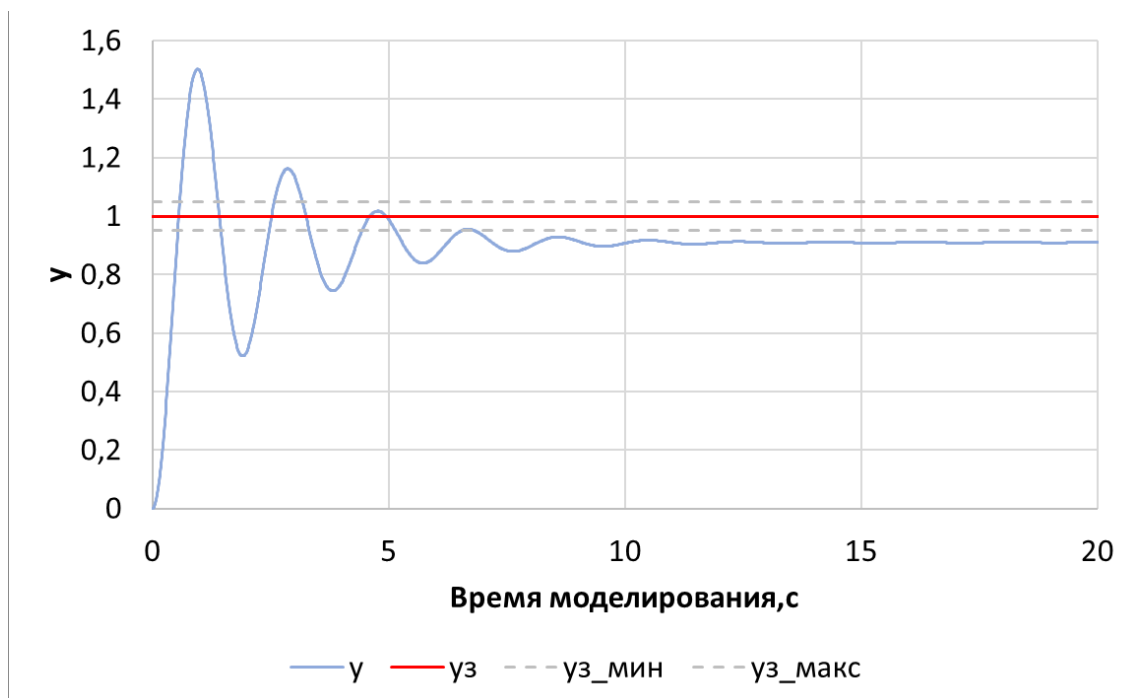
$$\left\{ \begin{array}{l} e_k = y_{3,k} - y_k \\ u_{\text{д},k} = \frac{K_{\text{д}}}{\Delta t} \cdot (e_k - e_{k-1}) \\ u_{\text{и},k} = u_{\text{и},k-1} + K_{\text{и}} \cdot \Delta t \cdot e_k \\ u_{\pi,k} = K_{\pi} \cdot e_k \\ u_k = u_{\pi,k} + u_{\text{и},k} + u_{\text{д},k} \\ x_{2,k+1} = \left(1 - a_1 \cdot \frac{\Delta t}{a_2}\right) \cdot x_{2,k} - \frac{\Delta t}{a_2} \cdot x_{1,k} + K_0 \cdot \frac{\Delta t}{a_2} \cdot u_k \\ x_{1,k+1} = x_{1,k} + \Delta t \cdot x_{2,k} \\ y_{k+1} = x_{1,k+1} \end{array} \right. ;$$

При начальных значениях:



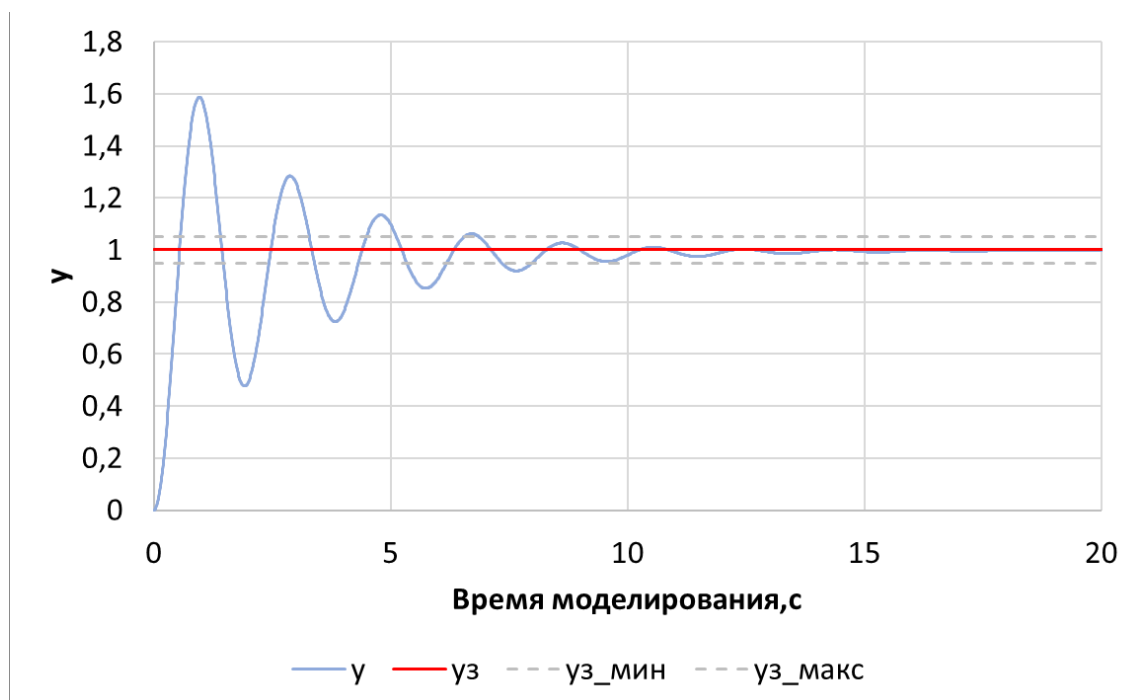
При статической точности управления, равной 5%, с начальными пропорциональным коэффициентом, равным 1, заданное значение не достигается. Ошибка регулирования – 0.33.

Скорректированные параметры 1 (приближение к заданию за счет пропорционального коэффициента): $K_p = 5$, $K_i = 0$, $K_d = 0$.



При статической точности управления, равной 5%, с пропорциональным коэффициентом, равным 5, заданное значение не достигается, но ошибка регулирования снизилась до 0.09.

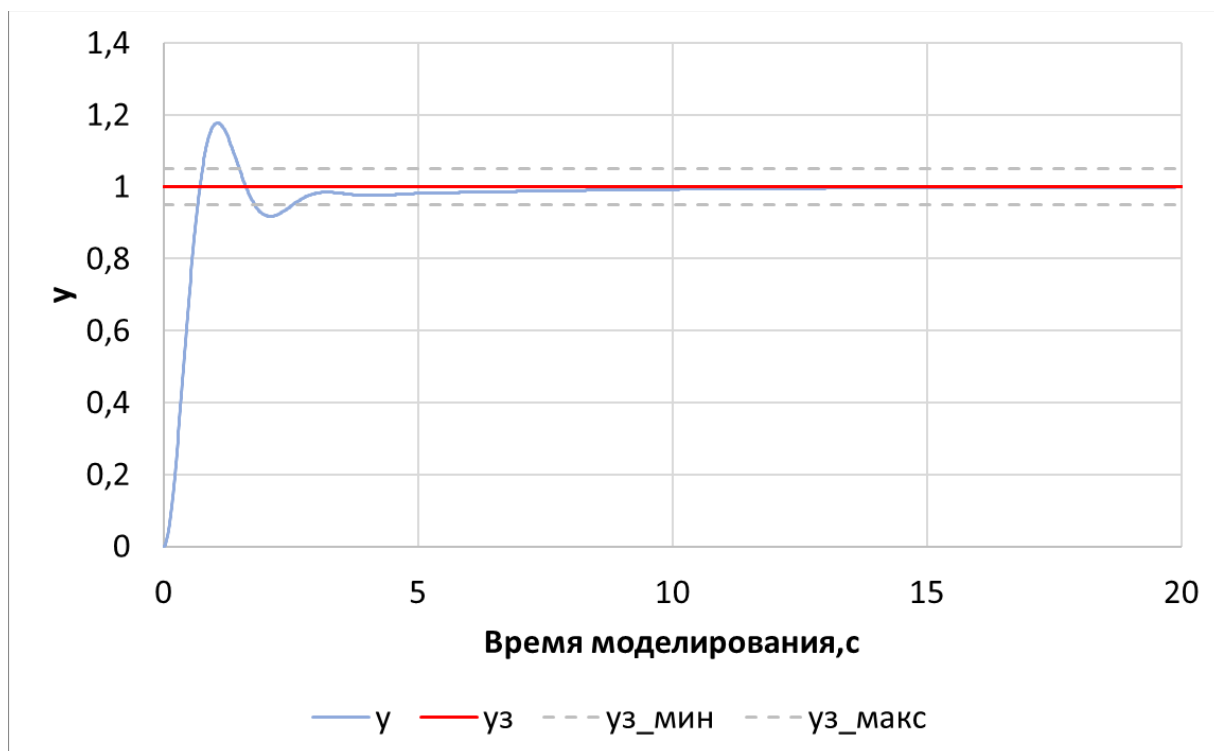
Скорректированные параметры 2 (снижение статической ошибки за счет интегрального коэффициента): $K_p = 5$, $K_i = 1$, $K_d = 0$.



При статической точности управления, равной 5%, заданное значение достигается. Время регулирования получилось равным 5,4 с. Относительное перерегулирование – 1,6.

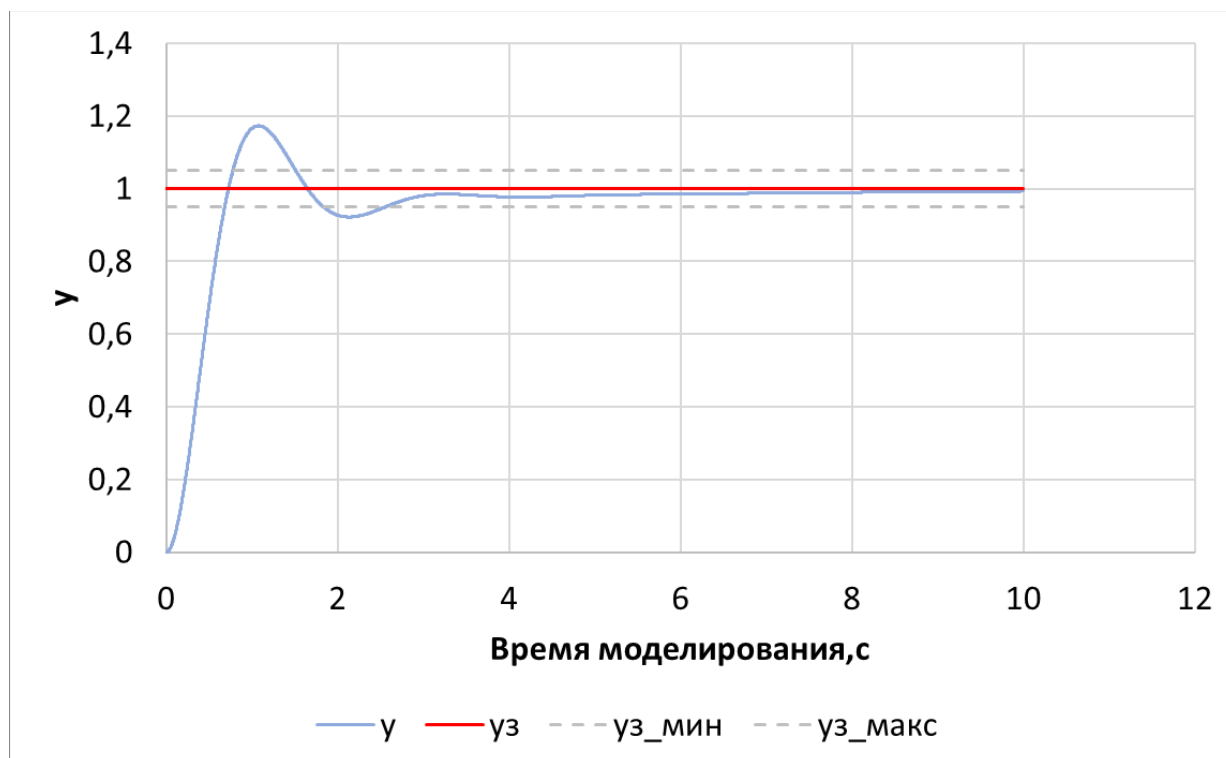
Скорректированные параметры 3 (снижение перерегулирования или колебательности за счет дифференциального коэффициента):

$$K_p = 5, K_i = 1, K_d = 1.$$

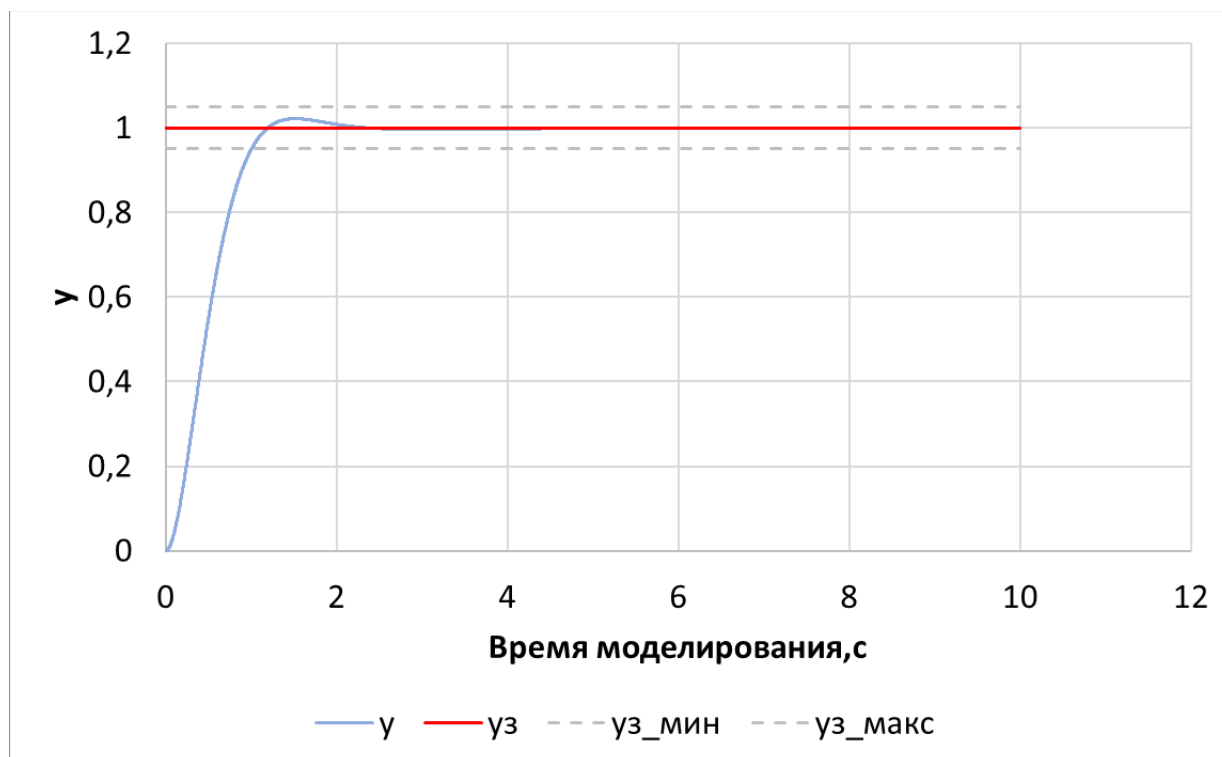


При статической точности управления, равной 5%, время регулирования увеличилось до 2,5 с. Относительное перерегулирование снизилось до 1,19.

Скорректированные параметры 4 (повышение точности моделирования, так как время переходного процесса значительно уменьшилось): $K_{\Pi} = 5$, $K_{и} = 1$, $K_{д} = 1$, $\Delta t = 0.002\text{с}$



Скорректированные параметры 5 (снижение перерегулирования или колебательности за счет дифференциального коэффициента):
 $K_p = 5$, $K_i = 1$, $K_d = 2$, $\Delta t = 0.002$ с.



При статической точности управления, равной 5%, время регулирования увеличилось до 1 с. Относительное перерегулирование снизилось до 1,02.

3. Определение коэффициентов регулятора с использованием методов оптимизации

3.1. Общий подход к оптимизации

3.1.1. Для определения коэффициентов регулятора с использованием методов оптимизации требуется определить критерии оптимизации. Наиболее часто используемыми критериями являются:

- перерегулирование Δu_{max} ,
- время регулирования $T_{рег}$,
- показатель колебательной по возмущающему воздействию $M_{воз.мах}$.

Показатель колебательности по возмущающему воздействию z представляет собой максимальное значение амплитудной частотной характеристики замкнутой системы автоматического управления относительно возмущающего воздействия:

$$M_{воз.мах} = \max_{(\omega)} \left| \frac{1}{1+W_o(j\omega) \cdot W_p(j\omega)} \right| < \varepsilon/\sigma_z,$$

где ε – допустимая величина дисперсии выходного сигнала, σ_z – дисперсия, оценивающая уровень помех в системе.

При моделировании данный показатель оценивается на основе подачи на вход возмущения z синусоидального сигнала единичной амплитуды и переменной частоты в диапазоне от 0 до $1/(3T_0)$.

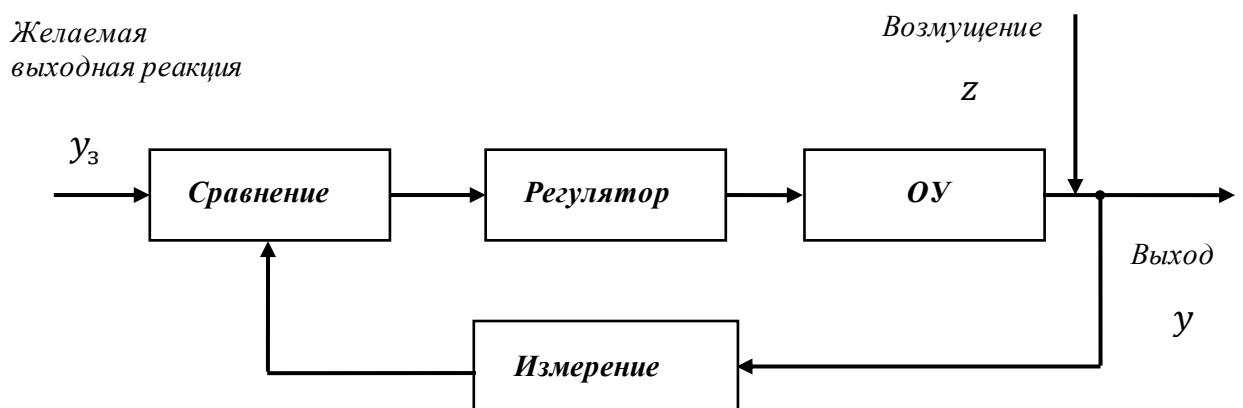


Рис. 1. Система управления с обратной связью

3.1.2 Для решения задачи поиска минимума значений показателей $\Delta u_{max}, T_{рег}, M_{max}$ формируется целевая функция

$$g_0 = \alpha_1 \frac{\Delta u_{max}}{\Delta u_{max,н}} + \alpha_2 \frac{T_{рег}}{T_{рег,н}} + \alpha_3 \frac{M_{воз. max}}{M_{воз. max,н}},$$

где $\Delta u_{max,н}, T_{рег,н}, M_{воз. max,н}$ – номинальные значения показателей $\Delta u_{max}, T_{рег}, M_{воз. max}$;

α_i – весовые коэффициенты, отражающие важность минимизации соответствующего показателя $\alpha_i \in [0,1]$:

$$\sum_{i=1}^3 \alpha_i = 1.$$

Номинальные значения показателей и их весовые коэффициенты задаются неформально на основе рассмотрения допустимого переходного процесса, полученного на этапе расчетов 1.6, исходя из индивидуальных соображений улучшения качества полученного решения:

$$\Delta u_{max,н} = 1, T_{рег,н} = 3T_0, M_{воз. max,н} = 0,5$$

Выбор оптимального варианта с использованием данных моделирования осуществляется на основе критерия

$$\min_k g_{0,k}.$$

3.1.3. На основе моделирования при различных вариантах изменения параметров регулятора в рамках заданных ограничений строятся экспериментальные таблицы значений показателей качества регулирования, $\Delta u_{max}, T_{рег}, M_{воз. max}, g_0$:

$$Tab1 = \{(K_{п,k}, K_{и,k}; K_{д,k}; \Delta u_{max,k}): k = 1, 2, 3, \dots\}$$

$$Tab2 = \{(K_{п,k}, K_{и,k}; K_{д,k}; T_{рег,k}): k = 1, 2, 3, \dots\}$$

$$Tab3 = \{(K_{п,k}, K_{и,k}; K_{д,k}; M_{воз. max}): k = 1, 2, 3, \dots\}$$

$$Tab4 = \{(K_{п,k}, K_{и,k}; K_{д,k}; g_{0,k}): k = 1, 2, 3, \dots\}$$

Выбор может быть осуществлен разными методами.

3.1.3.1 Метод простого перебора характеризуется простым перебором всех возможных значений параметров регулятора в области допустимых значений.

Недостатком метода является необходимость расчета большого количества вариантов.

3.1.3.2 Метод покоординатной оптимизации заключается в сокращении перебора. Сначала перебор осуществляется по одной координате при фиксированной другой. Затем полученное локальное оптимальное значение параметра фиксируется и перебор осуществляется по другой координате. Процесс повторяется итеративно до получения глобального оптимального решения. Здесь достигается значительное сокращение рассчитываемых вариантов.

3.1.3.3 Метод наискорейшего спуска дает минимально количество расчетных вариантов при использовании моделирования. В основе поиска экстремума здесь лежит градиентный метод.

На основе градиентного метода формируется рекуррентная процедура

$$\begin{aligned} K_{п,k,s} &= K_{п,k,s-1} - \gamma_s \frac{\Delta g_{0,k}}{\Delta K_{п,k}}, \\ K_{и,k,s} &= K_{и,k,s-1} - \gamma_s \frac{\Delta g_{0,k}}{\Delta K_{и,k}}, \\ K_{д,k,s} &= K_{д,k,s-1} - \gamma_s \frac{\Delta g_{0,k}}{\Delta K_{д,k}}, \\ s &= 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

где s – локальный шаг процедуры минимизации функции g_0 по величине коэффициента релаксации γ_s ;

k – глобальный шаг процедуры минимизации функции g_0 , на котором вычисляются оценки частных производных целевой функции g_0 по параметрам регулятора.

В целом алгоритм вычислений состоит в следующих шагах.

1⁰. На исходном шаге $k = 0$ оцениваются значения производных $\frac{\Delta g_{0,0}}{\Delta K_{п,0}}, \frac{\Delta g_{0,0}}{\Delta K_{и,0}}, \frac{\Delta g_{0,0}}{\Delta K_{д,0}}$ методом конечных разностей либо иным методом.

2⁰. При фиксированных значениях производных осуществляется поиск минимального значения целевой функции g_0 на основе последовательных локальных шагов по индексу s путем изменения коэффициента γ_s вплоть до выхода на локальный минимум $g_{0,1}$.

3⁰. Значение глобального шага становится равным $k = 1$. На этом шаге оцениваются значения производных $\frac{\Delta g_{0,1}}{\Delta K_{п,1}}, \frac{\Delta g_{0,1}}{\Delta K_{и,1}}, \frac{\Delta g_{0,1}}{\Delta K_{д,1}}$.

4⁰. Локальное решение итеративно повторяется. То есть, при фиксированных значениях производных осуществляется поиск минимального значения целевой функции g_0 на основе последовательных локальных шагов по индексу s путем изменения коэффициента γ_s вплоть до выхода на локальный минимум $g_{0,2}$.

5⁰. Значение глобального шага становится равным $k = 2$. На этом шаге оцениваются значения производных $\frac{\Delta g_{0,2}}{\Delta K_{п,2}}, \frac{\Delta g_{0,2}}{\Delta K_{и,2}}, \frac{\Delta g_{0,2}}{\Delta K_{д,2}}$.

Процесс решения итеративно повторяется до поиска глобального минимума целевой функции g_0 .

В результате будет получено оптимальное решение выбора параметров регулятора. Для полученных значений параметров производится расчет переходного процесса. Если полученное решение удовлетворяет лицу, принимающее решения (ЛПР), то оно принимается как окончательное решение. В противном случае меняются значения весовых коэффициентов целевой функции, чтобы повысить удельный вес тем показателям качества переходного процесса, которые не удовлетворяют ЛПР. Подобная процедура принятия решений называется *интерактивной*.

В заключение строится оптимальный переходный процесс в системе управления.

3.2. Оптимизация с использованием специализированного прикладного программного обеспечения

3.2.1 Для решения задачи оптимизации коэффициентов регулятора в Excel необходимо:

- 1) установить в Excel модуль «Поиск решений»;
- 2) добавить к расчету системы управления показателей качества регулирования (перерегулирование, время переходного процесса) и целевой функции для решения задачи многоцелевой оптимизации на основе функции g_0 ;
- 3) настроить оптимизатор с заданием граничных условий параметров регулятора;
- 4) выполнить оптимизацию параметров регулятора по критерию минимума функции g_0 эволюционным методом поиска решений.

3.2.2. Для решения задачи оптимизации коэффициентов регулятора в MATLAB по указанным критериям необходимо использовать Optimization Toolbox. Для решения аналогичной задачи в R необходимо использовать пакеты control (

<https://cran.r-project.org/web/packages/control/control.pdf>,

<https://www.rdocumentation.org/packages/control/versions/0.2.5>

) и nloptr (с алгоритмами глобальной оптимизации).

Функции для расчета САУ (встроенные функции Matlab, функции пакета control аналогичны):

tf – создание передаточной функции

bode – построение ЛАЧХ (из функции можно извлечь значения АЧХ)

step – построение переходной характеристики (также можно извлечь значения)

fmincon (MATLAB) – функция, выполняющая решение задачи минимизации

nloptr (R::nloptr) – функция, выполняющая решение задачи минимизации

parallel (R::control) – сложение передаточных функций

series (R::control) – умножение передаточных функций

feedback (R::control) – создание обратной связи

Циклы и условия в R (<https://rpubs.com/AllaT/if-else-for>)

Для решения задачи необходимо:

- 1) сформировать передаточную функцию замкнутой системы управления с объектом и регулятором;
- 2) разработать функции расчета показателей качества регулирования (перерегулирование, время переходного процесса, показатель колебательности по возмущению) по передаточной функции в зависимости от параметров регулятора с использованием функций `step` и `bode`;
- 3) разработать целевую функцию для решения задачи многоцелевой оптимизации на основе функции `g0`;
- 4) выполнить оптимизацию с использованием функций `fmincon` или `nlopt` с использованием соответствующих задаче настроек.

ЗАДАНИЕ

1. Выполнить моделирование системы управления в Excel, а также в Matlab (или в других средах моделирования: Scilab, SimInTech, AscoCAD и др.) или R (или в Python) с звеньями, описанными в разделе 1 с коэффициентами, заданными по варианту.

2. Для объекта с параметрами, заданными в соответствии с вариантом, выполнить оптимизацию коэффициентов PID-регулятора:

1) методом Циглера–Никольса рассчитать коэффициенты регулятора, скорректировать полученные значения коэффициентов регулятора ручным методом в Excel по критерию минимума времени переходного процесса и минимума перерегулирования;

2) в Excel с использованием инструмента «Поиск решения» по критерию минимума времени переходного процесса и минимума перерегулирования. Для Excel построить двумерные графики изменения времени переходного процесса и перерегулирования от весового коэффициента значимости времени регулирования при его различных значениях от 0 до 1.

3) в R (или в Python) с использованием инструментов оптимизации `nlopt` по критерию минимума времени переходного процесса, минимума перерегулирования и минимума показателя колебательности по возмущению. Построить трехмерные графики изменения времени переходного процесса, перерегулирования и колебательности от двух коэффициентов значимости: весовых коэффициентов значимости времени регулирования и колебательности при их различных значениях от 0 до 1 (сумма трех весовых коэффициентов должна оставаться равна 1).