**Тема 4 Принятие решений в условиях неопределенности**

В рассмотренных ранее задачах принятия решения в условиях риска известны оценки вероятностей, с которыми можно ожидать тот или иной исход при их случайном выборе. Однако, во многих практических задачах очень часто совершенно не известно, с какой вероятностью можно ожидать возможные сценарий развития ситуации. Математическую модель принятия решений при таких условиях назовем методом принятия решений в *условиях неопределенности*.

Предположим, что ЛПР выделяет *n*  вариантов развития ситуации, которые обозначим S1, S2,... , Sn и ЛПР имеет *m*  альтернатив решения ситуации, которые обозначим A1, A2, ... , Am. Таким образом ситуацию можно описать либо матрицей выигрышей ЛПР

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | S1 | S2 | ... | Sn |
| A1 | *a11* | *a12* |  | *a1n* |
| A2 | *a21* | *a22* |  | *a2n* |
| ... |  |  |  |  |
| Am | *am1* | *am2* |  | *amn* |

*A* = , либо матрицей рисков

*R=.*

Рассмотрим основные критерии, позволяющие выбирать оптимальную альтернативу для принятия решения.

***1) Критерий Лапласа***

Он основан на предположении, что каждый вариант развития ситуации (состояния «природы») равновероятен, то есть вероятность каждой ситуации Sj равна . Поэтому, для принятия решения, необходимо рассчитать функцию полезности *Fi* для каждой альтернативы, равную по сути среднеарифметическому показателей привлекательности по каждому «состоянию природы»:

Выбирается та альтернатива, для которой функция полезности максимальна.

С другой стороны, если задана матрица рисков *R=*, то согласно критерию Лапласа следует выбрать ту альтернативу, для которой средневзвешенный риск

минимален (в предположении равных вероятностей исходов Sj).

Пример 4.1

Одно из предприятий должно определить уровень предложения услуг так, чтобы удовлетворить потребности клиентов в течение предстоящих праздников. Точное число клиентов не известно, но ожидается, что оно может принять одно из четырех значений: 200, 250, 300 или 350 клиентов. Для каждого из этих возможных значений существует наилучший уровень предложения (с точки зрения возможных затрат). Отклонения от этих уровней приводят к дополнительным затратам либо из-за превышения предложения над спросом, либо из-за неполного удовлетворения спроса.

В таблице 4.1. приведены потери в усл.ед.

Таблица 4.1 – Данные примера

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Уровень предложения | S1 | S2 | S3 | S4 |
| A1 | 5 | 10 | 18 | 25 |
| A2 | 8 | 7 | 8 | 23 |
| A3 | 21 | 18 | 12 | 21 |
| A4 | 30 | 22 | 19 | 15 |

где альтернативы Ai- решение ориентироваться на 200, 250, 300 или 350 клиентов, соответственно,. А ситуации Sj - ситуации, когда количество клиентов окажется 200, 250, 300 или 350 , соответственно. По сути значения в таблице - оценки риска.

Принцип Лапласа предполагает, что Sj равновероятны.

Следовательно, вероятности ситуаций P{S =S j } =1/4, j= 1, 2, 3, 4,

и ожидаемые потери при различных действиях Ai  составляют

F1= (1/4)(5+10+18+25)=14,5

F2= (1/4)(8+7+8+23)=11,5

F3= (1/4)(21+18+12+21)=18,0

F4= (1/4)(30+22+19+15)=21,5

Таким образом, наилучшим решением в соответствии с критерием Лапласа будет A2­ (выбираем наименьшее значение Fi), то есть ориентироваться на 250 клиентов.

***2) Критерий Вальда и критерий Сэвиджа***

Данный критерий основывается на принципе максимального пессимизма, то есть на предположении, что скорее всего произойдет наиболее худший вариант развития ситуации и риск наихудшего варианта нужно свести к минимуму. Таким образом, если задана матрица выигрышей *A* = , то для применения критерия нужно для каждой альтернативы выбрать наихудший показатель привлекательности

*ai*=

(наименьшее число в каждой строке матрицы выигрышей), а потом выбрать ту альтернативу, для которой этот показатель максимальный, то есть выбрать элемент в матрице

,

а соответствующая ему альтернатива признается наилучшей.

Если же задана матрица рисков *R=*, то применяется, так называемый, ***критерий Сэвиджа***, который рекомендует выбрать альтернативу дающую минимальный риск из максимальных по каждому варианту альтернатив. То есть в матрице рисков выбирается элемент

,

а соответствующая ему альтернатива признается наилучшей.

Для Примера 4.1 (задана матрица рисков) имеем:

*r1*==25,

*r2*==23

*r3*==21,

*r4*==30,

.

Таким образом, наилучшим решением в соответствии с критерием Сэвиджа будет A3 , то есть ориентироваться на 300 клиентов.

***3) Критерий максимального оптимизма***

Наиболее простой критерий, основывающийся на идее, что ЛПР, имея возможность в некоторой степени управлять ситуацией, рассчитывает, то произойдет такое развитие ситуации, которое для него является наиболее выгодным. В соответствии с критерием принимается альтернатива, соответствующая максимальному элементу матрицы выигрышей, то есть в матрице выигрышей выбирается элемент

,

а соответствующая ему альтернатива признается наилучшей.

Если же анализируется матрица рисков, то критерий максимального

оптимизма определяет оптимальную альтернативу, соответствующую

минимальному элементу матрицы выигрышей, то есть определяется элемент

,

а соответствующая ему альтернатива признается наилучшей.

***4) Критерий Гурвица***

Это самый универсальный критерий, который позволяет управлять степенью «оптимизма - пессимизма» ЛПР. Введем некоторый коэффициент λ, который назовем *коэффициентом доверия или коэффициентом оптимизма.*

Этот коэффициент можно интерпретировать как вероятность, с которой произойдет наилучший для ЛПР исход. Исходя из этого, наихудший вариант можно ожидать с вероятностью (1-λ). Коэффициент доверия λ показывает, насколько ЛПР может управлять ситуацией и в той или иной степени рассчитывает на благоприятный для него исход. Если вероятности благоприятной и неблагоприятной ситуации для ЛПР равны, то следует принять λ=0,5.

Для реализации критерия определяются наилучшие и наихудшие значение каждой альтернативе по формулам

,

Далее, вычисляются функции полезности по формуле:

*Fi=*.

И выбирается та альтернатива, для которой функция полезности максимальна.

Следует отметить, что при λ=0, критерий Гурвица переходит в пессимистический критерий Вальда, а при λ=1 – в критерий максимального оптимизма.

Для реализации критерия Гурвица в случае заданной матрицы рисков также вычисляются максимальные и минимальные показатели для каждой альтернативы и . После чего полезность вычисляют по фомуле :

*Fi=λ\**

И выбирается альтернатива с наименьшей функцией полезности.

***Контрольные вопросы***

1. Приведите пример принятия решения в условиях неопределенности. Опишите множество альтернатив ЛПР и матрицу выигрышей.
2. Приведите пример принятия решений, когда ситуация описывается матрицей риска.
3. Возможно ли при принятии решений ситуацию неопределенности перевести в ситуацию риска? Если это возможно, то какие методы могут помочь ?
4. В чем суть критериев принятия решений в условиях неопределенности?
5. В чем отличие в применении критериев принятия решений в условиях неопределенности при задании матрицы выигрышей и при задании матрицы рисков?