

Лабораторная работа №1

Расчет цифровых фильтров с помощью программной среды.

1. Цель работы

Освоение метода расчета цифровых рекурсивных фильтров с помощью билинейного преобразования.

Выполнение работы рассчитано на 6 часов лабораторных занятий. Для получения зачета по данной работе студент должен усвоить методы символьных преобразований полиномов, метод билинейного Z преобразования и произвести расчет АЧХ, ФЧХ и группового времени запаздывания заданного для бригады варианта данных фильтра.

2. Литература

1. А.А. Ишук, И.А. Оболонин, В.И. Сединин. Моделирование и проектирование в инфокоммуникационных технологиях. Учебник СибГУТИ. Новосибирск, 2013 г.
2. Ишук, А. А. Проектирование радиотехнических устройств в среде MathCAD[Учеб.пособие / А.А. Ишук, И.А. Оболонин; Сиб. гос. ун-т телекоммуникаций и информатики. - Новосибирск , 2008. - 213с.
3. Конспект лекций по дисциплине ОКП и МРЭС.

3. Подготовка к работе

Изучить по литературе [1,2] и лекциям материал по данной теме.

4. Пояснения к работе

Совершенно естественным является стремление при разработке цифровых фильтров использовать богатый опыт, накопленный специалистами по проектированию аналоговых фильтров. Поэтому наиболее распространенные методы синтеза цифровых фильтров основаны на использовании аналогового фильтра-прототипа, то есть физически реализуемого аналогового фильтра, удовлетворяющего поставленным техническим требованиям. При этом должна быть известна частотная или импульсная характеристика фильтра-прототипа.

Проектирование цифровых фильтров включает пять основных этапов.

1. Решение задачи аппроксимации с целью определения коэффициентов цифрового фильтра, при которых фильтр удовлетворяет требованиям к временным либо частотным характеристикам.
2. Выбор структуры (формы реализации) цифрового фильтра.
3. Задание разрядностей коэффициентов фильтра, входного и выходного сигналов и арифметических устройств.

4. Проверка с помощью математического, либо имитационного моделирования, соответствия характеристик разработанного ЦФ заданным.
5. Аппаратная либо программная реализация цифрового фильтра.

Подобно расчету аналоговых фильтров, расчет цифровых фильтров, включает в себя процесс нахождения подходящей передаточной функции, которая должным образом удовлетворяет предъявленным требованиям.

Расчет цифровой цепи по заданным требованиям к ее характеристикам имеет ряд принципиальных особенностей в зависимости от наличия обратной связи. Цифровые фильтры в зависимости от обратной связи бывают рекурсивные (РФ) и нерекурсивные (НФ).

Преимущества нерекурсивных фильтров по сравнению с рекурсивными сводятся к следующему:

- нерекурсивные фильтры могут иметь точно линейную ФЧХ;
- мощность собственных шумов НФ, как правило, гораздо меньше, чем у РФ;
- для НФ проще вычисление коэффициентов.

Недостатки нерекурсивных фильтров по сравнению с рекурсивными сводятся к следующему:

- рекурсивные фильтры позволяют производить обработку сигнала с более высокой точностью, так как они позволяют более правильно реализовать импульсную характеристику без отбрасывания ее «хвоста»;
- схемная реализация РФ намного проще, чем у НФ;
- рекурсивные фильтры позволяют реализовать алгоритмы, вообще не реализуемые с помощью нерекурсивных фильтров.

В простейшей нисходящей дискретной системе использование РФ может оказаться более предпочтительным при минимизации емкости оперативной памяти или объема оборудования.

Исходя из вышесказанного, используется рекурсивный цифровой фильтр. Метод расчетов рекурсивных фильтров косвенным методом состоит из следующих двух этапов.

- 1) Получение подходящей передаточной функции аналогового фильтра - прототипа $H_a(p)$.
- 2) Создание процедуры перехода, которая преобразует функцию $H_a(p)$ аналогового фильтра в соответствующую передаточную функцию $H(z)$ цифрового фильтра.

Назовем основные методы преобразования аналогового фильтра в цифровой:

- инвариантного преобразования импульсной характеристики;
- отображения дифференциалов;
- билинейного преобразования;
- Z- форм.

Для расчета наиболее подходящим простым и широко используемым является метод билинейного преобразования передаточной функции $H(p)$ аналогового фильтра-прототипа в соответствующую передаточную функцию $H(z)$ РЦФ.

Метод билинейного преобразования

Билинейное преобразование представляет собой конформное отображение точек p -плоскости в точки z -плоскости и использует замены вида: $P = 2 \cdot (z - 1) / T \cdot (z + 1)$;
где T - период частоты дискретизации, на которой работает цифровой фильтр.

Билинейное преобразование обеспечивает однозначное преобразование передаточной функции $H(p)$ аналогового фильтра-прототипа в передаточную функцию $H(z)$ цифрового фильтра: $H(z) = H(p)$.

Рассмотрим это преобразование.

Каждой точке комплексной p -плоскости ($p = \sigma + j\omega$) ставится в соответствие определенная точка z -плоскости ($z = \exp(\sigma + j\omega)T$).

Мнимая ось p -плоскости ($p = j\omega$) для $(-\infty < \omega < \infty)$ отображается в единичную окружность z -плоскости ($z = \exp(j\omega T)$). Левая половина p -плоскости отображается в часть z -плоскости внутри единичного круга ($|z| < 1$).

Очень важными являются два обстоятельства.

Во-первых, поскольку все полюсы устойчивого аналогового фильтра расположены в левой половине p -плоскости, то при преобразовании аналогового фильтра к цифровому получается также устойчивый фильтр.

Во-вторых, так как мнимая ось p -плоскости отображается на единичную окружность z -плоскости, то все максимумы и минимумы АЧХ $|H(j\omega)|$ аналогового фильтра сохраняются и в АЧХ $|H(e^{j\omega T})|$ цифрового фильтра.

Сохраняется также неравномерность АЧХ для соответствующих диапазонов частот.

Таким образом, избирательные аналоговые фильтры преобразуются в соответствующие цифровые фильтры.

Соотношение между «аналоговыми» частотами Ω и «цифровыми» частотами ω определяется уравнением

$$\Omega = (2/T) \operatorname{tg}(\omega T/2) = (2/T) (\operatorname{tg}(\pi \omega_n));$$

где $\omega_n = \omega/\omega_D$ - нормированная относительно частоты дискретизации «цифровая» частота.

Перечислим последовательность этапов расчета ЦФ методом билинейного преобразования.

1. Перевести требуемые характеристики и нормы ЦФ в соответствующие требования к АФ, применяя формулу:

$$\Omega = (2/T) \operatorname{tg}(\omega T/2),$$

где ω - реальная частота, т.е. частота проектируемого ЦФ,

- Ω - расчетная частота, т.е. частота вспомогательного АФ.
2. Рассчитать передаточную функцию АФ $H(p)$, применяя методы расчета аналоговых фильтров.
 3. Определить передаточную функцию ЦФ $H(Z)$ по известной $H(p)$.
 4. Построить схему ЦФ по $H(Z)$.
 5. Выполнить необходимые расчеты по учету эффектов конечной разрядности.

В данной лабораторной работе будем использовать аппроксимацию характеристик фильтров полиномами Баттерворта и Чебышева.

Фильтры Баттерворта

Замечание

В теории фильтров принято иметь дело не с обычной угловой частотой ω , а с нормированной относительно граничной частоты полосы пропускания ω_{pp} частотой Ω : $\Omega = \omega/\omega_{pp}$.

Частотная характеристика фильтра Баттерворта (квадрат амплитудно-частотной характеристики нормированного фильтра).

$$|H(j\Omega)|^2 = 1/(1 + \varepsilon^2 \Omega^{2n}),$$

где n - порядок фильтра, а величина $\varepsilon = \sqrt{(10^{0.1A_{pmax}} - 1)}$,

где A_{pmax} - допустимая неравномерность (рабочее ослабление) в полосе пропускания в дБ.

Порядок фильтра определяется выражением

$$n \geq (\lg(10^{0.1A_{pmin}} - 1)/\varepsilon^2)/(2\lg\Omega pn),$$

где A_{pmin} - рабочее ослабление в полосе задерживания (непропускания).

Передаточная функция.

$$|H(p)|^2 = 1/(1 + \varepsilon^2 (-p^2)^n) = 1/\varepsilon \prod_{k=1}^n (p - p_k)$$

где $k = 1 \dots n; p_k = \exp[j\pi((1/2) + (2k - 1)/2n)]$

Амплитудно-частотная характеристика:

$$H(\Omega) = K_0 / \prod_k [p(\Omega) - p(k)]$$

где $K_0 = 1/\varepsilon$

Рабочее затухание:

$$Ap(\Omega) = 10\lg[1 + \varepsilon^2 \Omega^{2n}][\text{дБ}]$$

Фазо-частотная характеристика ФНЧ:

$$B(\Omega) = \arg(H(\Omega)) \cdot 180/\pi$$

Групповое время запаздывания:

$$\tau(\Omega) = -d/d\Omega(\arg(H(\Omega)))$$

Сформулируем основные свойства нормированного фильтра Баттерворта нижних частот.

При любом n справедливы такие соотношения:

$$|H(j0)|^2 = 1, |H(j1)|^2 = 0,5, |H(j\infty)|^2 = 0$$

Отсюда вытекает, что частота среза по уровню 3 дБ равна 1 рад. в сек.

Функция модуля передачи фильтров Баттерворта монотонно убывает при $\Omega \geq 0$. Следовательно, $H(j\Omega)$ имеет максимальное значение при $\Omega = 0$.

Фильтры Баттерворта характеризуются тем, что имеют максимально плоскую амплитудно-частотную характеристику в начале координат в p -плоскости.

Крутизна АЧХ фильтра Баттерворта n -го порядка на высоких частотах составляет $20 \cdot n$ дБ/ декаду.

Фильтры Чебышева

Частотная характеристика.

$$|H(j\Omega)|^2 = 1/(1 + \varepsilon^2 T_n^2(\Omega)),$$

где $T_n(\Omega)$ - полином Чебышева, определяемый выражением

$$T_n(\Omega) = \cos(n \cdot \arccos \Omega), \quad \varepsilon = \sqrt{(10^{0.1 A_{pmax}} - 1)},$$

где A_{pmax} - допустимое рабочее ослабление (неравномерность) в полосе пропускания.

Нормированный фильтр нижних частот Чебышева n -го порядка обладает следующими основными свойствами.

Для $|\Omega| < 1$ значение функции $|H(j\Omega)|^2$ монотонно убывает и стремится к нулю. Крутизна спада на высоких частотах составляет $20 \cdot n$ дБ/декаду.

Функция $|H(j\Omega)|^2$ удовлетворяет следующим условиям:

$|H(j1)|^2 = 1/(1 + \varepsilon^2)$, и $|H(j0)|^2 = 1$, если n нечетно, или $|H(j0)|^2 = 1/(1 + \varepsilon^2)$, если n четно. Порядок фильтра n определяется выражением

$$n \geq \text{Ar ch} \sqrt{(10^{0.1 A_{pmax}} - 1)/\varepsilon^2} / \text{Ar ch} \Omega_{gr}$$

Квадрат АЧХ фильтра Чебышева запишется в виде:

$$|H(p)|^2 = 1/(1 + \varepsilon^2 T_n^2(p/j)).$$

Функция фильтра Чебышева имеет только полюсы - числитель ее представляет собой постоянную величину. Полюсы фильтра Чебышева располагаются на эллипсе. Большая ось этого эллипса проходит по мнимой оси p -плоскости. Тогда как малая ось - вдоль вещественной оси.

Передаточную функцию фильтра Чебышева определяют следующим образом:

$$H(p) = k_0 / \prod_{k=1}^n (p - p_k)$$

где константа нормирования $1/\varepsilon$,

а p_k - полюсы: $p_k = \sigma_k + j\xi_k, k = 1, 2, \dots, n$.

Здесь $\sigma_k = -\text{sh}[(1/n) \cdot \text{arcsch}(1/\varepsilon)] \cdot \sin((2k-1)\pi/2n)$,

$\xi_k = \text{ch}[(1/n) \cdot \text{arcsch}(1/\varepsilon)] \cdot \cos((2k-1)\pi/2n)$.

Главным отличием фильтров Чебышева является то, что они обладают свойством оптимальности. Другими словами, если какой-либо фильтр n -го порядка, содержащий только полюсы, имеет в полосе пропускания лучшие характеристики по сравнению с фильтром Чебышева порядка n , то в полосе не пропускания характеристики этого фильтра наверняка будут хуже.

Фазочастотные характеристики фильтров рассчитываются по формуле:

$\beta(\Omega) = 180 \arg(H(\Omega)) / \pi$, а групповое время запаздывания:
 $\tau(\Omega) = -d/d\Omega(\arg(H(\Omega)))$.

5. Порядок выполнения работы

В соответствии с последними двумя цифрами пароля необходимо выбрать заданные для расчета параметры и тип фильтра из таблицы 1. Во всех вариантах рассчитывается фильтр нижних частот (ФНЧ).

Таблица "Первая цифра пароля"

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
<u>fgpp</u> , кГц	16	22	16	8	14	10	4	16	18	10
<u>Аргпах</u> , дБ	1.3	1.3	1	1.2	1.2	1.4	0.9	0.9	1.1	1.2
<u>Арmin</u> , дБ	6	6	5	10	10	10	12	10	7	8

Таблица "Вторая цифра пароля"

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Тип фильтра	<u>Чеб</u>	Бат	<u>Чеб</u>	<u>Батт</u>	<u>Чеб</u>	Бат	<u>Чеб</u>	Бат	Бат	Бат
<u>fd</u> , кГц	48	96	48	32	32	48	96	48	192	32
<u>fgpn</u> , кГц	28	38	28	20	22	32	38	24	32	16

В таблице 1 введены обозначения:

fgpp - граничная частота полосы пропускания в кГц;

fgpn - граничная частота полосы непропускания в кГц;

fd - частота дискретизации в кГц.

Далее следует для выбранного варианта в программной среде «Mathcad» произвести расчет АЧХ, ФЧХ и $\tau(\Omega)$ аналогового ФНЧ прототипа.

Выполнив билинейное Z преобразование необходимо произвести расчет АЧХ, ФЧХ и $\tau(\Omega)$ для цифрового ФНЧ.

При расчете в среде «Mathcad», в первую очередь в рабочем поле файла необходимо описать все константы, переменные и функции, которые в дальнейшем будут использоваться при расчетах.

После расчета характеристик цифрового фильтра необходимо определить его структуру. Для этого записывается системная функция фильтра в развернутом виде, подставляя вместо k_0 и T конкретные значения, а также рассчитанные ранее значения полюсов:

$$H(Z) = k_0 / ((2/T) \cdot (Z - 1) / (Z + 1) - p(k - 1)) \cdot ((2/T) \cdot (Z - 1) / (Z + 1) - p(k - 2)) \cdot ((2/T) \cdot (Z - 1) / (Z + 1) - p(k - n)).$$

Последующие действия производятся с использованием символьного процессора.

Из меню «символы» выбирается пункт «расчеты/символические». Преобразуемое выражение для $H(Z)$ выделяется синей рамкой и производятся следующие действия, выбирая соответствующие пункты из меню «символы»:

- «расчеты /символические» - символическая оценка всего выражения;
- «упростить» - упрощение всего выражения;
- «расширить» - разложение выражения, выделив числитель;
- «расширить» - разложение выражения, выделив знаменатель.

Полученное выражение будет представлять собой дробно-рациональное выражение $H(Z) = M(Z)/N(Z)$, где $M(Z)$ и $N(Z)$ - полиномы от Z в положительных степенях. Далее необходимо привести полученную системную функцию к виду, удобному для реализации ЦФ. Для этого необходимо вынести за скобки Z в максимальной степени из числителя и знаменателя и сократить на нее. После этого получим $H(Z)$ в виде (например)

$$H(Z) = (4.57 \cdot 10^{-4} + 6.39 \cdot 10^{-3} \cdot Z^{-1} + 4.15 \cdot 10^{-2} \cdot Z^{-2} + 0.17 \cdot Z^{-3} + 0.46 \cdot Z^{-4}) / (2.48 \cdot 10^{-5} - 3.46 \cdot 10^{-4} \cdot Z^{-1} + 2.25 \cdot 10^{-3} \cdot Z^{-2} - 9.06 \cdot 10^{-3} \cdot Z^{-3} + 2.53 \cdot 10^{-2} \cdot Z^{-4}).$$

Согласно полученному выражению можно построить структурную схему фильтра, причем выражение в числителе представляет собой прямую (нерекурсивную) часть фильтра, а знаменатель - рекурсивную.

6. Содержание отчета

- Отчет должен содержать: титульный лист, исходные данные, расчет элементов с пояснениями, вывод.
- Работа должна быть выполнена в соответствии с заданием.
- Все элементы и переменные должны быть обозначены.
- Работа может выполняться без применения специальных расчётных программ.
- При желании не запрещено пользоваться: Mathcad, Matlab, Scilab, Multisim и д.р программами, упрощающими работу.

Приложение 3

Листинг расчета расчета цифрового ФНЧ Баттерворта

w_n - нормированная частота

A_{min} - требуемое затухание на частоте среза F_c (дБ)

A_{max} - допустимая неравномерность в полосе пропускания (дБ)

f_v - верхняя частота звукового сигнала (Гц)

f_d - частота дискретизации (Гц)

T - период дискретизации

w - текущая частота

$HA(w)$ - передаточная функция аналогового фильтра

$H(w)$ - передаточная функция цифрового фильтра

$\tau(w)$ - групповое время запаздывания сигнала

N - порядок фильтра

ϵ - параметр, характеризующий пульсации в полосе пропускания

Дано:

$$A_{min} := 35 \quad A_{max} := 1.5 \quad w_n := 2.667 \quad w := 0,2 \cdot \frac{w_n}{100} .. w_n$$

$$f_v := 6 \cdot 10^3 \quad f_d := 32 \cdot 10^3$$

Неравномерность в полосе пропускания определяется по формуле:

$$\epsilon := \sqrt{10^{0.1 \cdot A_{max}} - 1} \quad \epsilon = 0.642$$

Порядок фильтра определяется по формуле:

$$Nb := \frac{\log\left(\frac{10^{0.1 \cdot A_{min}} - 1}{\epsilon^2}\right)}{2 \cdot \log(w_n)} = 4.559$$

Округление порядка фильтра в большую сторону производится с помощью функции $\text{ceil}(\cdot)$:

$$Nb := \text{ceil}(Nb) = 5$$

$$k := 1 .. Nb \quad p(w) := i \cdot w$$

Полюса функции определяются по формуле:

$$P(k) := e^{i \cdot \pi \cdot \left(0.5 + \frac{2 \cdot k - 1}{2 \cdot Nb}\right)} \quad P(k) = \begin{pmatrix} -0.309 + 0.951i \\ -0.809 + 0.588i \\ -1 \\ -0.809 - 0.588i \\ -0.309 - 0.951i \end{pmatrix}$$

Передаточная функция аналогового фильтра определяется по формуле:

$$H_A(w) := \frac{1}{\prod_k (p(w) - P(k))}$$

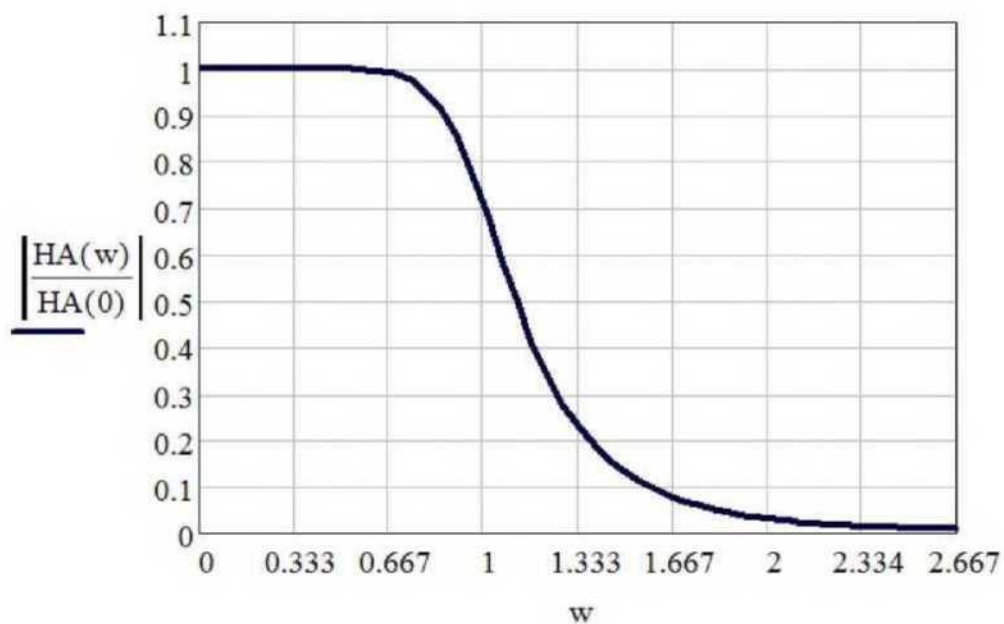


Рисунок 3.1 - нормированная АЧХ аналогового ФНЧ Баттерворта

Рабочее затухание аналогового фильтра определяется по формуле:

$$LAb(w) := 20 \cdot \log(|H_A(w)|)$$

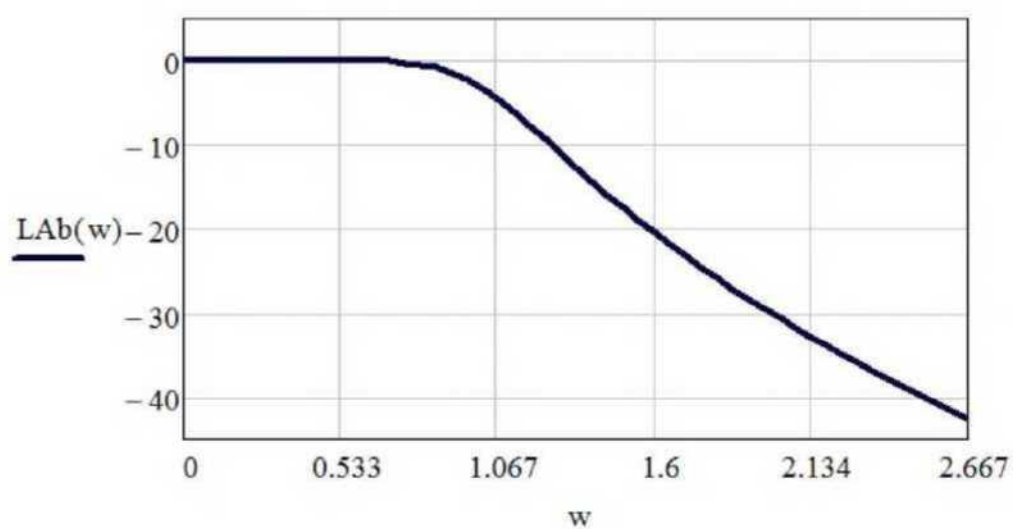


Рисунок 3.2 - рабочее затухание аналогового ФНЧ Баттерворта

ФЧХ аналогового фильтра определяется по формуле:

$$\beta A(w) := \frac{\arg(HA(w))}{\pi} \cdot 180$$

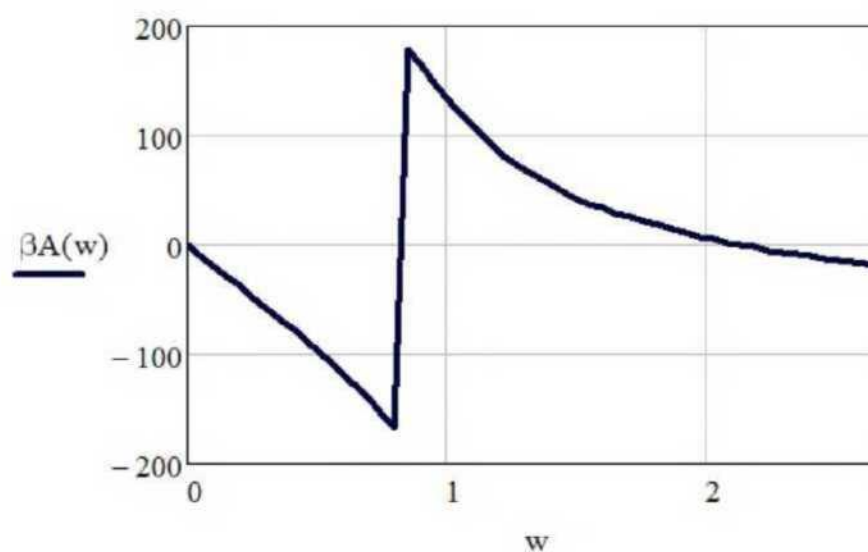


Рисунок 3.3 - ФЧХ аналогового ФНЧ Баттерворта

Групповое время запаздывания сигнала определяется по формуле:

$$\tau_A(w) := -\frac{d}{dw} \arg(HA(w))$$

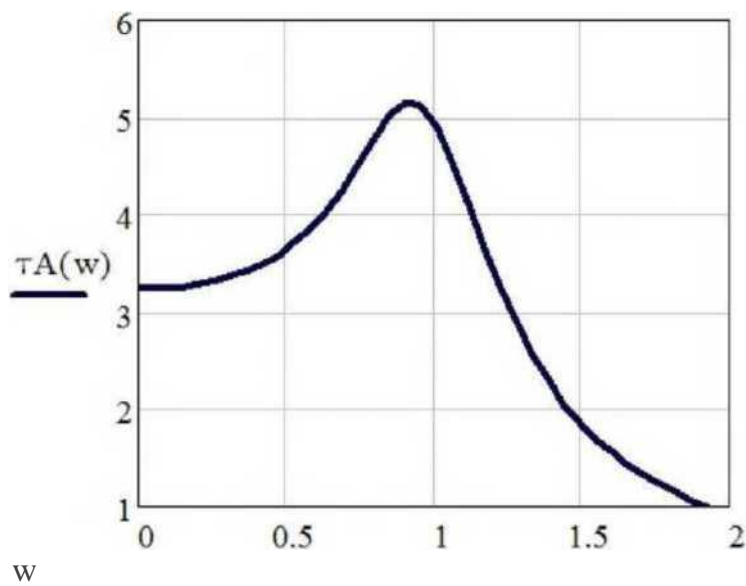


Рисунок 3.4 - групповое время запаздывания аналогового ФНЧ Баттерворта

Билинейное Z преобразование

$$T := \frac{f_v}{f_v} \quad T = 0.188 \text{ fd}$$

$$z(w) := e^{j\omega T} \quad pl(w) := \frac{2 z(w) - 1}{z(w) + 1}$$

Передаточная функция цифрового фильтра определяется по формуле:

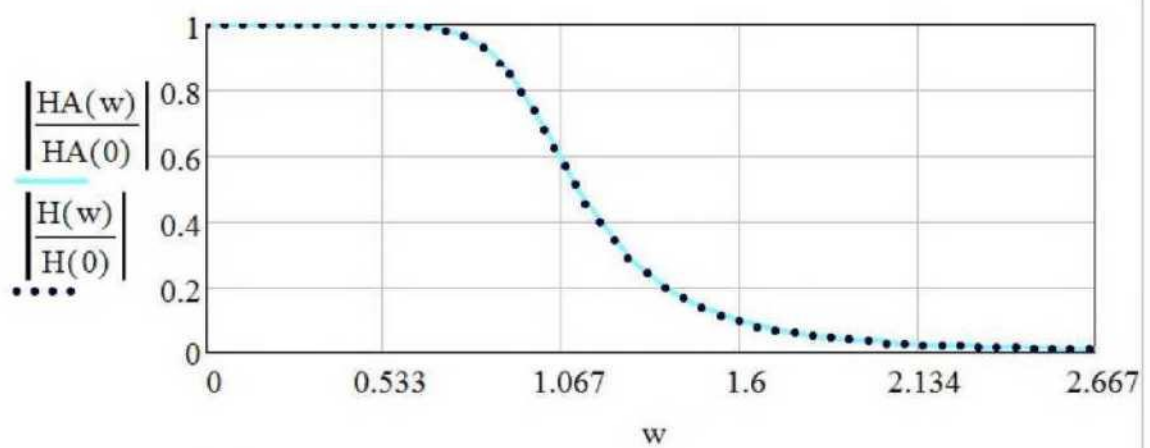


Рисунок 3.5 - АЧХ цифрового ФНЧ Баттерворта

Рабочее затухание цифрового фильтра:

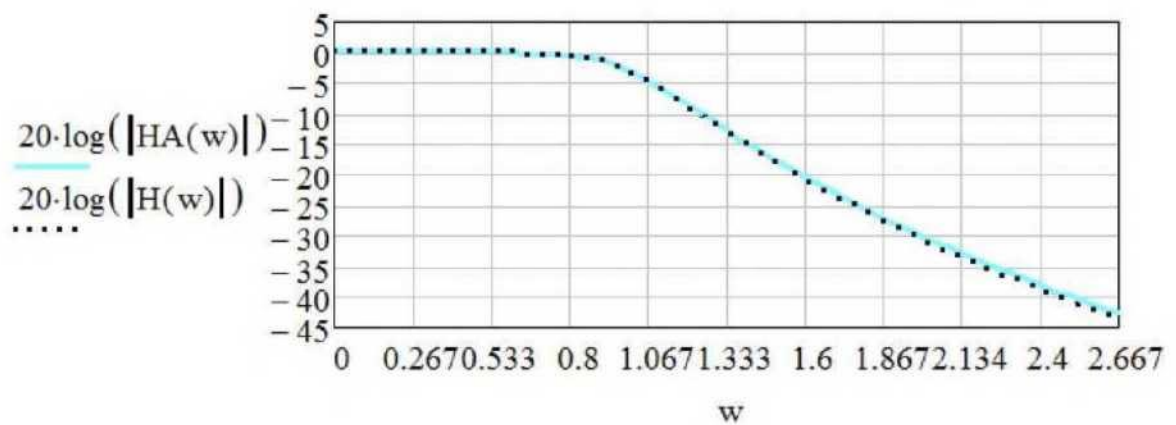


Рисунок 3.6 - рабочее затухание цифрового ФНЧ Баттерворта

ФЧХ фильтра является аргументом комплексной функции передачи:

$$\beta(w) := \frac{\arg(H(w))}{\pi} \cdot 180$$

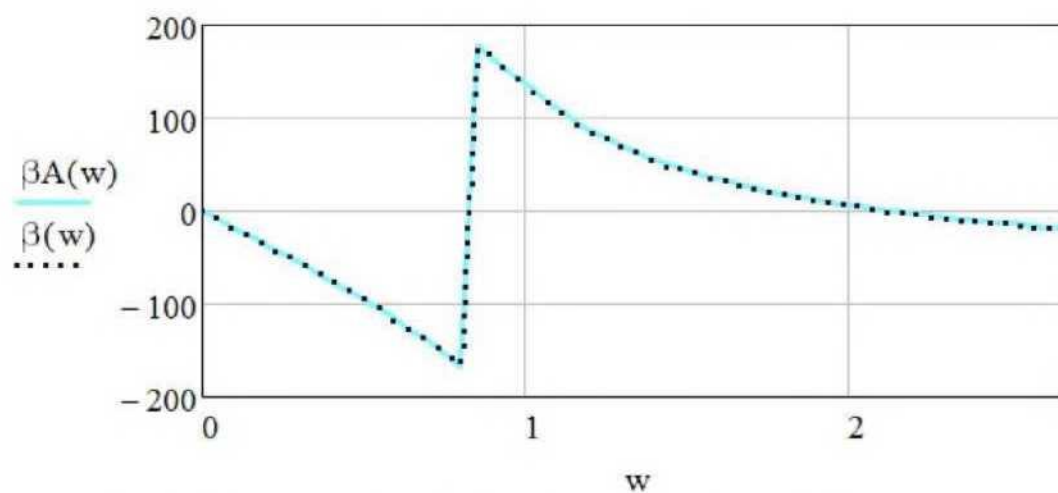


Рисунок 3.7 - ФЧХ цифрового ФНЧ Баттерворта

Групповое время запаздывания сигнала определяется по формуле:

$$\tau(w) := -\frac{d}{dw} \arg(H(w))$$

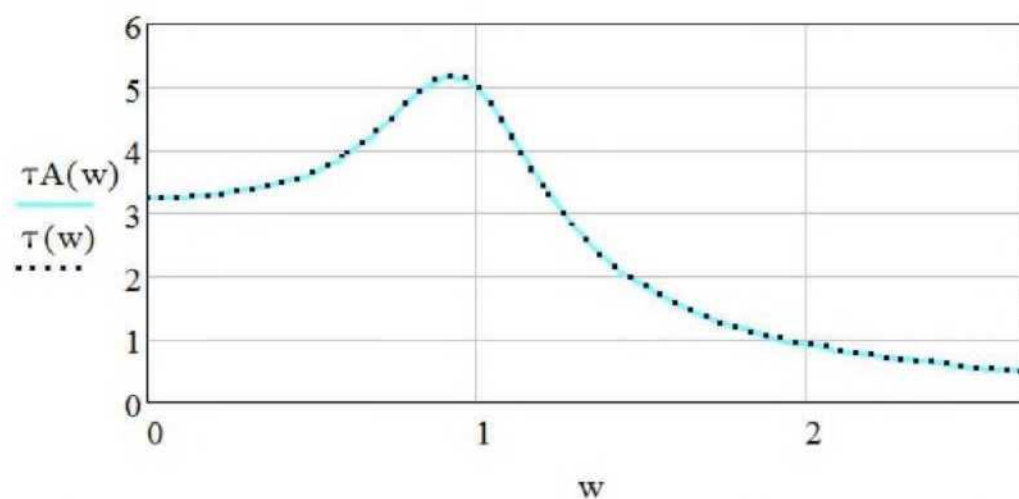


Рисунок 3.8 - групповое время запаздывания цифрового ФНЧ Баттерворта

Приложение 4

(пример расчета ФНЧ Чебышева (аналогового прототипа и цифрового))

$\omega_n := 1.091$ - нормированное значение граничной частоты полосы пропускания

$T := \frac{1}{2\omega_n} = 0.458$ - период дискретизации

$\omega := 0, \frac{\omega_n}{100} \dots 2$ - текущая частота

$H_A(\omega), H(\omega)$ - передаточные функции аналогового и цифрового фильтров

$\beta_A(\omega), \beta(\omega)$ - ФЧХ аналогового и цифрового фильтров, град

$A_{\max} := 0.5$ - неравномерность АЧХ в полосе пропускания, дБ

$A_{\min} := 6$ - рабочее ослабление в полосе не пропускания, дБ

$\epsilon := \sqrt{10^{\frac{A_{\max}}{10}} - 1}$ - параметр, характеризующий пульсации в полосе пропускания

$\epsilon = 0.349$ $p_1(\omega) := i \cdot \omega$

$N := \frac{\operatorname{acosh}\left(\sqrt{\frac{10^{0.1 \cdot A_{\min}} - 1}{\epsilon^2}}\right)}{\operatorname{acosh}(\omega_n)}$ - порядок фильтра

$N = 5.386$

Округление порядка фильтра в большую сторону производится с помощью функции $\operatorname{ceil}(\cdot)$:

$N := \operatorname{ceil}(N)$ $N = 6$

$$k := 1..N$$

$$\sigma(k) := -\sinh\left(\frac{1}{N} \cdot \operatorname{asinh}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right) \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot k - 1}{2 \cdot N} \cdot \pi\right)$$

$$\xi(k) := \cosh\left(\frac{1}{N} \cdot \operatorname{asinh}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot k - 1}{2 \cdot N} \cdot \pi\right)$$

$$P(k) := \sigma(k) + i \cdot \xi(k) \quad \text{- полюса}$$

$$HA1(w) := \prod_k \frac{1}{(p1(w) - P(k))}$$

$$k0 := \left(\sqrt{1 + \varepsilon^2} \cdot |HA1(1)| \right)^{-1} \quad \text{- константа нормирования} \quad k0 = 0.089$$

$$HA(w) := k0 \cdot HA1(w) \quad |HA(1)| = 0.944$$

Частотная характеристика фильтра Чебышева

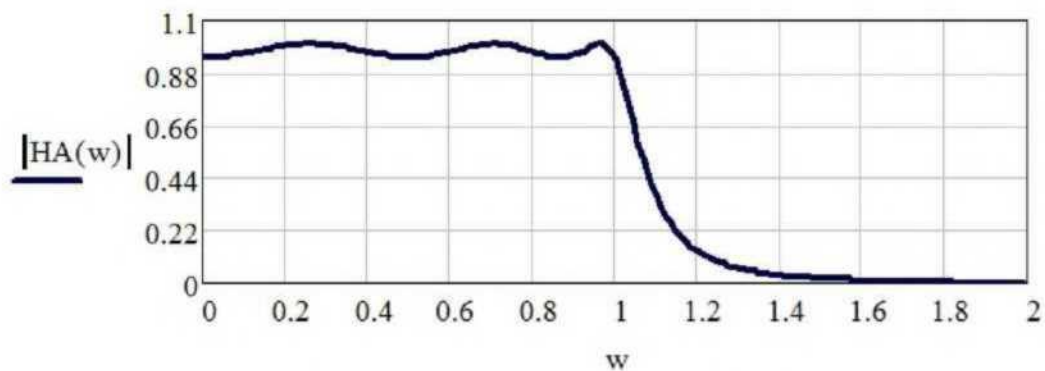


Рисунок 4.1 - АЧХ аналогового ФНЧ Чебышева

Рабочее затухание аналогового фильтра определяется по формуле:

$$LA(w) := 20 \cdot \log(|HA(w)|) \quad LA(w_n) = -7.761 \quad (\text{дБ})$$

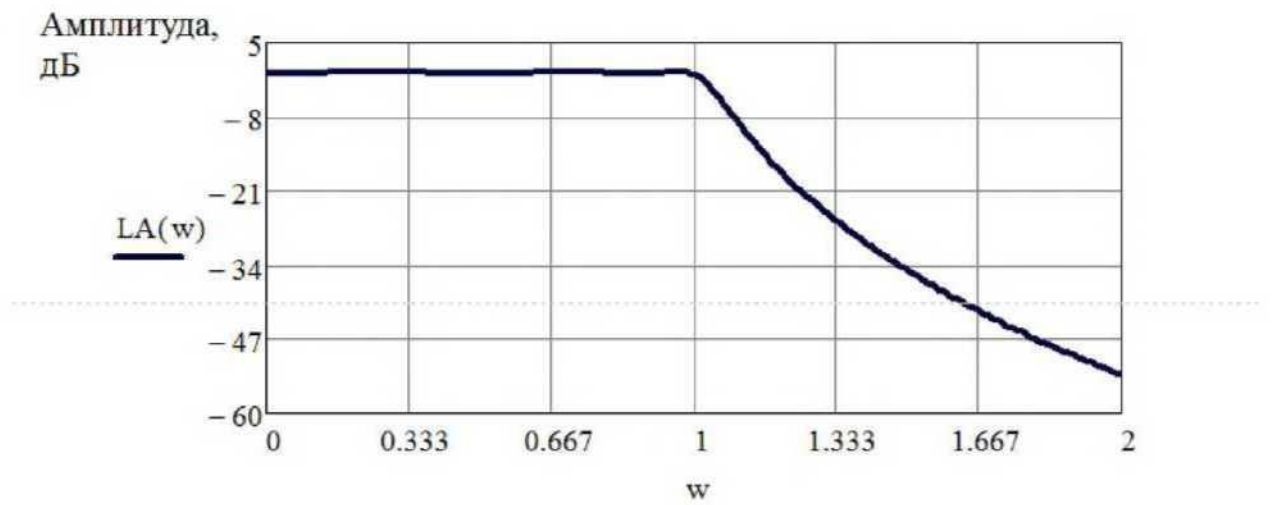


Рисунок 4.2 - рабочее загухание аналогового ФНЧ Чебышева

ФЧХ фильтра является аргументом комплексной функции передачи:

$$\beta_A(w) := \frac{\arg(H_A(w))}{\pi} \cdot 180$$

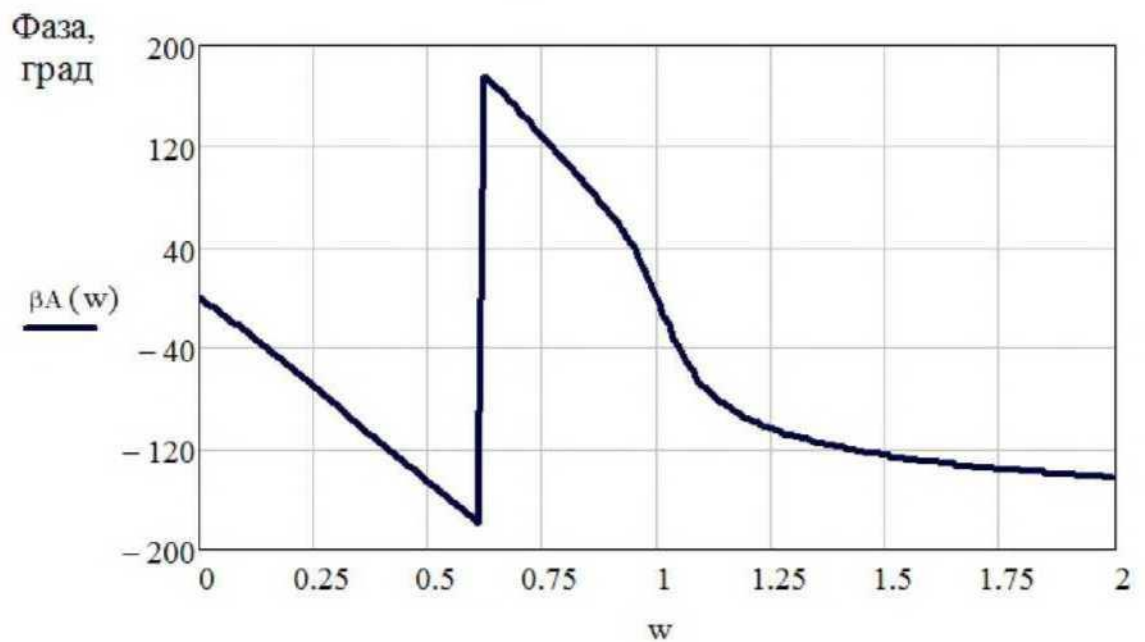


Рисунок 4.3 - ФЧХ аналогового ФНЧ Чебышева

Билинейное преобразование

$$z(w) := \exp(i \cdot w \cdot T) \quad p2(w) := \frac{2}{T} \cdot \frac{z(w) - 1}{z(w) + 1} \quad H(w) := 0.09 \cdot \prod_k \frac{1}{(p2(w) - P(k))}$$

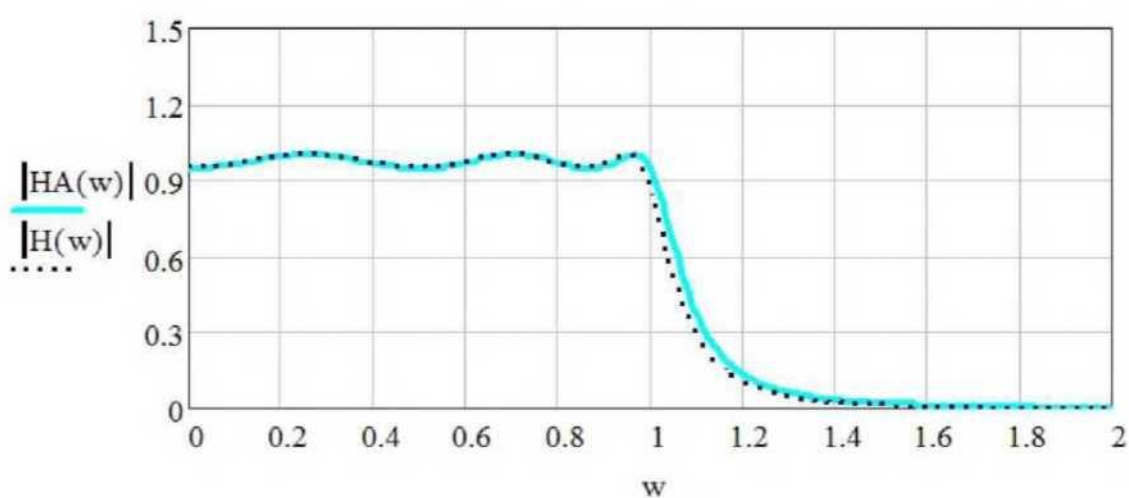


Рисунок 4.4 - АЧХ фильтра прототипа и цифрового ФНЧ

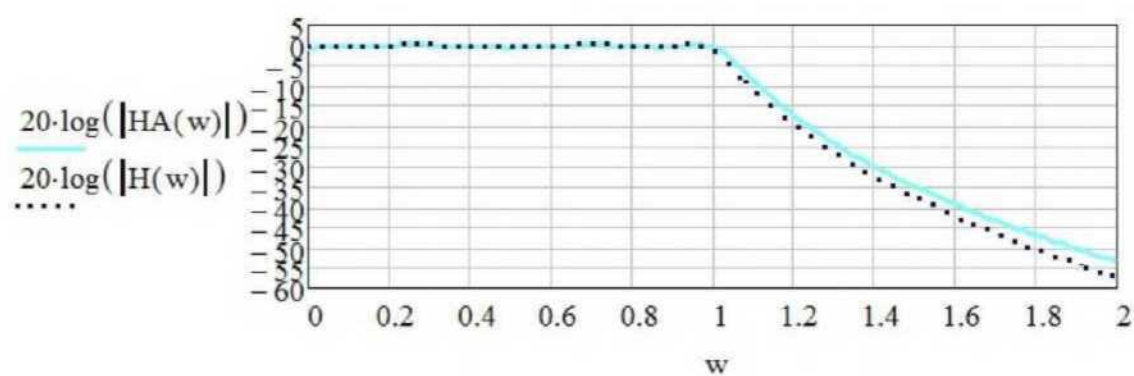


Рисунок 4.5 - Усиление фильтра прототипа и цифрового ФНЧ, дБ

$$\beta(w) := \frac{\arg(H(w))}{\pi} \cdot 180$$

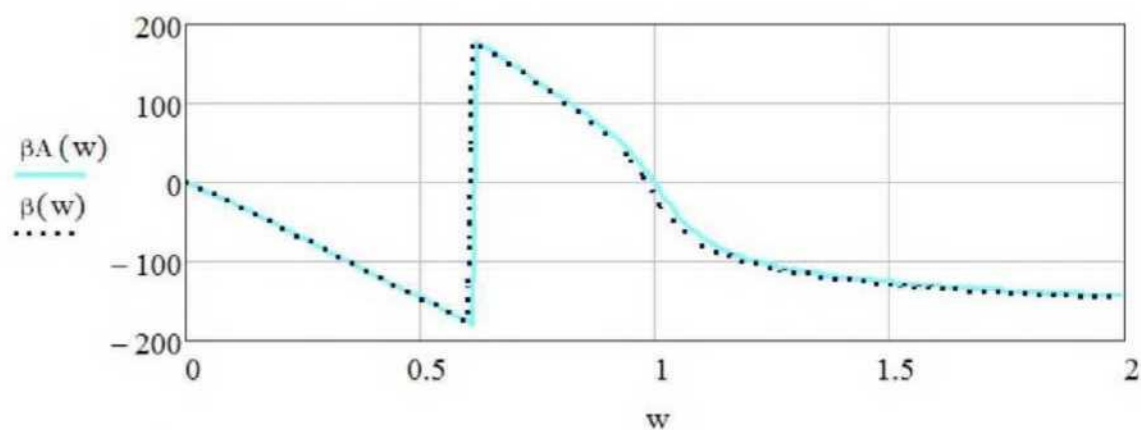


Рисунок 4.6 - ФЧХ фильтра прототипа и цифрового ФНЧ, град

Групповое время запаздывания аналогового и цифрового фильтров

$$\tau_A(w) := -\left(\frac{d}{dw} \arg(H_A(w))\right) \quad \tau(w) := -\left(\frac{d}{dw} \arg(H(w))\right)$$

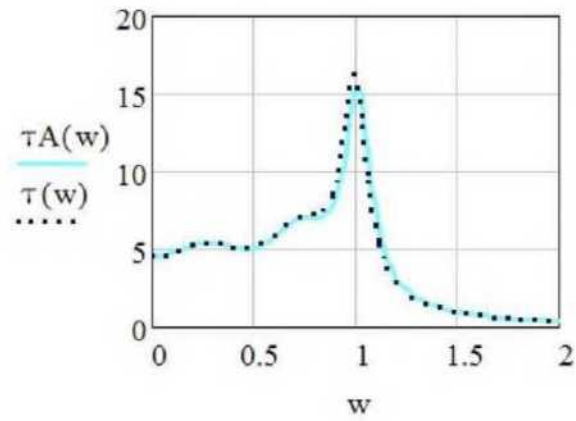


Рисунок 4.6 - Групповое время запаздывания АФНЧ и ЦФНЧ