

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«ТЮМЕНСКИЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт промышленных технологий и инжиниринга.
Кафедра физики, методов контроля и диагностики

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

Методические указания по организации самостоятельной работы и
выполнению лабораторных работ по дисциплине
«Численное моделирование физических полей. Часть 2»
для обучающихся всех форм обучения и направлений подготовки

Составители:
К.Р. Муратов, к.т.н.
Р.А. Соколов

Тюмень
ТИУ
2024

Муратов К.Р. Численное моделирование физических полей: методические указания по организации самостоятельной работы и выполнению лабораторных работ по дисциплине «Численное моделирование физических полей. Часть 2» для обучающихся всех форм обучения и направлений подготовки/ сост. К.Р. Муратов, Р.А. Соколов; Тюменский индустриальный университет. – Тюмень: Издательский центр БИК, ТИУ, 2024. – 32 с. – Текст: непосредственный.

Методические указания рассмотрены и рекомендованы к изданию на заседании кафедры «Физики и приборостроения».

«27» декабря 2023 года, протокол № 6

Аннотация

Дисциплина «Численное моделирование физических полей» относится к дисциплинам общеуниверситетского блока элективных дисциплин по тематике «Цифровая инженерия» обязательной части учебного плана направлений подготовки и специальностей входящих в «Инженерный стандарт ТИУ» Вторая часть методических пособий посвящена выполнению лабораторных работ в программе ELCUT.

В первой главе приведены базовые уравнения, лежащие в основе алгоритмов численного моделирования. Кратко изложена последовательность создания задачи, формирования геометрии модели и задания граничных условий. Приведена информация о модуле серийных расчетов и анализа результатов.

Во второй главе приведены задания для выполнения лабораторных работ. Дана общая структура лабораторной работы, требования к ней и базовые вопросы для защиты.

Пособие не содержит детального изложения принципов работы в Elcut, этапов лабораторной работы и строгой формы отчетности. Во-первых, это обусловлено наличием на сайте разработчика программы достаточно полной инструкции по работе в Elcut, учебных ресурсов и большого банка примеров, которые находятся в свободном доступе. Во-вторых, преследуется развитие творческих способностей студентов, которые в отсутствии детального «рецепта» вынуждены самостоятельно формулировать задачи, определять круг и объем извлекаемых данных расчетов.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. ЗНАКОМСТВО С ПРОГРАММОЙ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ELCUT	4
1.1. Типы решаемых задач и уравнения лежащие в их основе	4
1.2. Интерфейс программы	12
1.3. Постановка задачи.....	13
1.4. Геометрическая модель.....	14
1.5. Построение сетки конечных элементов.....	16
1.6. Граничные и начальные условия	17
1.7. Серийные расчеты и анализ результатов	22
2. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ.....	24
2.1. Лабораторная работа №4 «Расчет температурного поля»	24
2.2. Лабораторная работа №5 «Распределение упругих напряжений тела простой формы»	26
2.3. Лабораторная работа №6 «Электрический конденсатор»	27
2.4. Лабораторная работа №7 «Распределение электрического тока в проводящем теле»	28
2.5. Лабораторная работа №8 «Пушка Гаусса».....	29
2.6. Лабораторная работа №9 «Мультифизические задачи»	30
РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА	31

1. ЗНАКОМСТВО С ПРОГРАММОЙ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ELCUT

1.1. Типы решаемых задач и уравнения лежащие в их основе

Расчет электрического поля:

Электростатическое поле.

Расчеты электростатического поля используются при проектировании и исследовании высоковольтного оборудования (разрядников, выключателей, элементов линий электропередачи), изоляционных конструкций, кабелей, конденсаторов, а также при анализе распространения электромагнитных-волн в волноводах. Обычно представляют интерес следующие физические величины: электрический потенциал, напряженность поля, электростатическое смещение (индукция), заряд, емкость и электростатическая сила. ELCUT может применяться для анализа линейных электростатических полей в плоской, осесимметричной и трехмерной постановках.

Электростатические задачи описываются уравнением Пуассона относительно скалярного электрического потенциала φ ($\mathbf{E} = \nabla\varphi = \mathbf{grad}\varphi$, \mathbf{E} - вектор напряженности электрического поля, $\nabla = \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z}$ – векторный дифференциальный оператор Гамильтона). В общем трехмерном случае уравнение имеет вид:

$$\nabla^2(\varepsilon\varphi) = -\rho, \quad (1)$$

где электрическая проницаемость ε , а также плотность распределенного заряда ρ - постоянные величины в пределах каждого из тел модели, $\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla$ – Оператор Лапласа. Для плоскопараллельных задач уравнение (1) примет вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon_y \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) = -\rho, \quad (2)$$

и для осесимметричных задач

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\varepsilon_r r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon_z \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) = -\rho, \quad (3)$$

где компоненты тензора электрической проницаемости ε_x , ε_y или ε_z , ε_r - постоянные величины в пределах блоков модели.

Электрическое поле постоянных токов.

Задача расчета электрического поля постоянных токов используется при анализе различных массивных проводящих систем и при расчете сопротивления заземления (утечки). Величины, представляющие интерес при анализе, включают напряжение, плотность тока, мощность тепловыделения (джоулевы потери). Задача может быть решена в линейной плоской или осесимметричной постановке. Формулировка задачи основана на уравнении Пуассона для электрического потенциала φ (предполагается, что вектор плотности тока лежит в плоскости модели).

Для плоскопараллельных задач уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\rho_x} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\rho_y} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) = 0 \quad (4)$$

и для осесимметричного случая:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{1}{\rho_r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho_z} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) = 0, \quad (5)$$

где компоненты тензора удельного электрического сопротивления ρ_x , ρ_y или ρ_z , ρ_r - постоянные величины в пределах блоков модели.

Вектор плотности тока \mathbf{j} определяется законом Ома в дифференциальной форме $\mathbf{j} = -\nabla\varphi/\rho = -\gamma \nabla\varphi$, где $\gamma = 1/\rho$ - удельная электрическая проводимость.

Электрическое поле переменных токов.

Задача расчета электрического поля переменных токов используется при анализе электрических полей, вызванных переменными токами и напряжениями в неидеальных диэлектриках. Этот вид анализа чаще всего применяется при расчете сложных систем изоляции и конденсаторов. Обычно интерес представляют омические потери в диэлектриках, напряжение, компоненты электрического поля, силы, вращающие моменты.

Изменение поля во времени предполагается гармоническим. Все компоненты поля и электрического тока изменяются во времени как $z = z_0 \cos(\omega t + \varphi_z)$, где z_0 — амплитудное значение z , φ_z — фазовый угол, и ω - угловая частота.

Для представления гармонической зависимости физических величин от времени используется комплексное представление. Формулировка задачи основана на уравнении Пуассона, описывающего электростатическое поле ($\nabla(\varepsilon\mathbf{E}) = \text{div}(\varepsilon\mathbf{E}) = \rho$), и уравнении растекания токов в проводящей среде ($\nabla\mathbf{j} = \text{div}\mathbf{j} = -\omega\rho$) при учете закона Ома $\mathbf{j} = \gamma\mathbf{E}$. В результате уравнение для электрического потенциала φ приобретает вид

$$\nabla([\varepsilon - i\gamma/\omega]\nabla\varphi) = 0, \quad (6)$$

где электропроводность γ и компоненты тензора диэлектрической проницаемости ε_z и ε_y (ε_z и ε_r) постоянны внутри каждого блока модели, $i = \sqrt{-1}$.

Нестационарное электрическое поле.

Задача расчета нестационарного электрического поля является обобщением задачи электростатики в следующем смысле:

- Приложенный к электродам потенциал (источник поля) может изменяться во времени;
- Диэлектрик может иметь небольшую проводимость, что позволяет рассчитывать токи утечки;
- Свойства диэлектрика – диэлектрическая проницаемость и электропроводность могут зависеть от напряженности электрического поля.

В отличие от электростатики, заранее известная плотность распределения электрического заряда не может использоваться как источник поля. Этот вид анализа чаще всего применяется при расчете изоляционных систем

под влиянием импульсной нагрузки, для анализа нелинейных и полупроводящих выравнивающих элементов в системах изоляции и конденсаторах. Обычно интерес представляют токи утечки и смещения, омические потери в диэлектриках, распределение потенциала и электрического поля, силы, вращающие моменты.

Формулировка нестационарной задачи похожа на формулировку задачи электрического поля переменных токов. Уравнение для электрического потенциала φ имеет вид:

$$-\nabla([\gamma(\mathbf{E})\nabla\varphi]) - \frac{\partial}{\partial t}\nabla([\varepsilon(\mathbf{E})\nabla\varphi]) = 0, \quad (7)$$

где электропроводность γ и диэлектрическая проницаемость ε могут зависеть от напряженности электрического поля \mathbf{E} или быть анизотропными.

Расчет магнитного поля:

Магнитостатическое поле.

Расчет магнитного поля применяется при проектировании и исследовании различных устройств, таких как соленоиды, электрические машины, магнитные экраны, постоянные магниты, реакторы, и тому подобные. Обычно при расчетах магнитного поля представляют интерес такие величины, как магнитная индукция, напряженность магнитного поля, магнитные силы и моменты, индуктивность, а также потокосцепления с различными обмотками.

Задачи магнитостатики могут быть решены в линейной и нелинейной постановках. Источником поля могут служить сосредоточенные и распределенные токи и токовые слои, постоянные магниты, а также внешние магнитные поля. При решении этих задач используется уравнение Пуассона для векторного магнитного потенциала \mathbf{A} ($\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} = \text{rot } \mathbf{A}$, \mathbf{B} - вектор магнитной индукции). В рассматриваемых задачах вектор индукции \mathbf{B} всегда лежит в плоскости модели (xu или zr), а вектор плотности тока \mathbf{j} и векторный потенциал \mathbf{A} перпендикулярны к ней. Отличны от нуля только компоненты j_z и A_z в плоско-параллельном случае или j_θ и A_θ в осесимметричных задачах. Мы будем обозначать их просто как j и A . Для плоскопараллельных задач уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu_y} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu_x} \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -j + \left(\frac{\partial H_{cy}}{\partial x} - \frac{\partial H_{cx}}{\partial y} \right), \quad (8)$$

а для осесимметричного случая:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r\mu_z} \frac{\partial(rA)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) = -j + \left(\frac{\partial H_{cr}}{\partial z} - \frac{\partial H_{cz}}{\partial r} \right), \quad (9)$$

где компоненты тензора магнитной проницаемости μ_x и μ_y (μ_z и μ_r), составляющие коэрцитивной силы H_{cx} и H_{cy} (H_{cz} и H_{cr}), а также плотность тока j - постоянные величины в пределах каждого из блоков модели.

Здесь необходимо сделать замечание. Под коэрцитивной силой понимают напряженность магнитного поля, которую необходимо приложить

против намагниченного до насыщения магнетика чтобы его намагниченность стала равной нулю. Однако в задачах Elcut коэрцитивная сила определяет собственную остаточную намагниченность материала. Такая подмена понятий произошла из предположения, что магнит всегда намагничивается до возможного максимума, и тогда модуль вектора намагниченности будет численно равен коэрцитивной силе по индукции. Возможно, в будущих версиях программы будут использованы термины в их классической трактовке.

Магнитное поле переменных токов.

Данный вид анализа используется для расчета магнитных полей, возбужденных токами, синусоидально изменяющимися во времени и, наоборот, для расчета токов, индуцированных переменным магнитным полем в проводящей среде (вихревых токов). Эти задачи возникают при расчете различных индукторов (в том числе систем индукционного нагрева), соленоидов, электрических машин, и других устройств. Обычно при расчетах магнитного поля переменных токов представляют интерес такие величины, как полный электрический ток (с его сторонней и вихревой компонентами), электрическое напряжение, мощность тепловыделения (омические потери), индукция магнитного поля, напряженность магнитного поля, магнитные силы и их моменты, комплексное сопротивление (импеданс) индуктивность. Магнитное поле переменных токов может моделироваться совместно с присоединенной электрической цепью. Цепь содержит произвольное количество пассивных элементов (резисторов, конденсаторов, катушек) соединенных между собой, с источниками тока и напряжения, а также с массивными проводниками, находящимися в магнитном поле. Особый вид задачи магнитного поля переменных токов – нелинейный анализ. Он позволяет оценить с определенной степенью точности поведение систем с ферромагнитными сердечниками, для которых в ином случае потребовался бы гораздо более длительный расчет нестационарного магнитного поля.

Аналогично магнитостатике, здесь задача формулируется как дифференциальное уравнение в частных производных относительно комплексной амплитуды векторного магнитного потенциала A . Ориентация векторов и обозначение параметров аналогичное. Уравнение для плоской задачи запишется как

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu_y} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu_x} \frac{\partial A}{\partial y} \right) - i\omega\gamma A = -j_{\text{стор}}, \quad (10)$$

и для осесимметричного случая:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r\mu_z} \frac{\partial (rA)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) - i\omega\gamma A = -j_{\text{стор}}, \quad (11)$$

где электропроводность γ и компоненты тензора магнитной проницаемости μ_x и μ_y (μ_z и μ_r) постоянны в пределах каждого блока модели. Сторонняя составляющая тока $j_{\text{стор}}$ предполагается постоянной в пределах каждого

блока модели в плоской задаче и обратно пропорциональной радиусу ($1/r$) в осесимметричном случае.

Описанная формулировка не учитывает член $\partial \mathbf{D}/\partial t$ в формуле закона Ампера, т. е. пренебрегает плотностью тока смещения. Обычно плотность тока смещения не оказывает заметного влияния до мегагерцовых диапазонов частот, что часто имеет место в практике подобных расчетов.

Магнитное нестационарное поле.

Данный вид анализа позволяет рассчитывать поле, возбужденное токами произвольной формы и анализировать переходные процессы. Эти задачи возникают при расчете различных машин постоянного и переменного тока, трансформаторов и тому подобные. В задачах расчета нестационарного магнитного поля представляет интерес изменение во времени магнитной индукции, напряженности магнитного поля, индуцированных и сторонних токов, механических сил и моментов, индуктивностей и потокосцеплений. Нестационарное магнитное поле может моделироваться совместно с присоединенной электрической цепью. Цепь содержит произвольное количество пассивных элементов (резисторов, конденсаторов, катушек) соединенных между собой, с источниками тока и напряжения, а также с массивными проводниками, находящимися в магнитном поле.

Для плоскопараллельных задач уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu_y} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu_x} \frac{\partial A}{\partial y} \right) - \gamma \frac{\partial A}{\partial t} = -j_{\text{стор}} + \left(\frac{\partial H_{cy}}{\partial x} - \frac{\partial H_{cx}}{\partial y} \right), \quad (12)$$

а для осесимметричного случая:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r \mu_z} \frac{\partial (rA)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) - \gamma \frac{\partial A}{\partial t} = -j_{\text{стор}} + \left(\frac{\partial H_{cr}}{\partial z} - \frac{\partial H_{cz}}{\partial r} \right), \quad (13)$$

где компоненты тензора магнитной проницаемости μ_x и μ_y (μ_z и μ_r), составляющие коэрцитивной силы H_{cx} и H_{cy} (H_{cz} и H_{cr}) - постоянные величины в пределах каждого из блоков модели. Сторонняя составляющая тока $j_{\text{стор}}$ предполагается постоянной в пределах каждого блока модели в плоской задаче и обратно пропорциональной радиусу ($\sim 1/r$) в осесимметричном случае.

Задачи теплопередачи (расчет температурного поля)

Стационарная и нестационарная теплопередача

Температурный анализ играет заметную роль при проектировании многих механических и электромагнитных систем. Как правило, интерес представляют распределение температуры, температурного градиента, теплового потока и потерь тепла. Используя модуль нестационарной теплопередачи, можно рассчитать тепловой переходный процесс с постоянными во времени граничными условиями. ELCUT может выполнять линейный и нелинейный стационарный температурный анализ в плоской и осесимметричной постановке. Формулировка задачи основывается на стационарном уравнении теплопроводности с граничными условиями радиационного и конвективного теплообмена.

При решении тепловых задач используется уравнение теплопроводности в одном из видов приведенном в таблице 1.

Таблица 1

Свой- ства ма- териала	Геометрия задачи	
	Плоская	Осесимметричная
Линейные	(14) $\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) = -q + c\rho \frac{\partial T}{\partial t},$	(15) $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda_r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = -q + c\rho \frac{\partial T}{\partial t},$
	(16) $\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right) = -q + c\rho \frac{\partial T}{\partial t},$	(17) $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) = -q + c\rho \frac{\partial T}{\partial t},$

Здесь: T - температура; t - время; $\lambda_{x(y,r,z)}$ - компоненты тензора теплопроводности (в линейной постановке); $\lambda(T)$ - теплопроводность как функция температуры, представленная кубическим сплайном (анизотропия не поддерживается в нелинейной постановке); $q(T)$ - удельная мощность тепловыделения; в линейной постановке - константа, в нелинейной постановке - задаваемая кубическим сплайном функция температуры; $c(T)$ - удельная теплоемкость, в нелинейном случае это функция температуры, аппроксимированная кубическими сплайнами; ρ - плотность.

Все параметры уравнений в линейной постановке постоянны в пределах каждого блока модели.

Задачи механической прочности

Линейный анализ напряженно-деформированного состояния.

Расчет упруго-напряженного состояния применяется при проектировании большинства электрических или механических конструкций. В задачах теории упругости интерес представляют перемещения, деформации и различные компоненты тензора напряжений. Пакет ELCUT может решать линейную задачу упругости сплошной среды для плосконапряженного, плоскодеформированного или осесимметричного напряженного состояния. Уравнения записаны в терминах напряжений.

Во всех постановках поле перемещений однозначно определяется двумя компонентами вектора перемещений δ в каждой точке:

$$\begin{aligned} \{\delta\} &= \begin{Bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \end{Bmatrix} - \text{в плоских задачах;} \\ \{\delta\} &= \begin{Bmatrix} \delta_z \\ \delta_r \end{Bmatrix} - \text{в осесимметричных задачах.} \end{aligned} \quad (18)$$

В обеих плоских постановках рассматривается только по три компоненты деформаций и напряжений. Деформация связана с перемещением соотношением:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \delta_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \delta_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \delta_x}{\partial y} + \frac{\partial \delta_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (19)$$

Соответствующее ей напряжение выражается как

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (20)$$

В осесимметричном случае радиальное перемещение приводит к деформации ε_θ в направлении, перпендикулярном плоскости модели, поэтому выражение для полной деформации имеет вид:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \delta_z}{\partial z} \\ \frac{\partial \delta_r}{\partial r} \\ \frac{\delta_r}{r} \\ \frac{\partial \delta_x}{\partial y} + \frac{\partial \delta_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (21)$$

Соответствующие компоненты напряжений: \

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_z \\ \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} \quad (22)$$

Уравнения статического равновесия для плоских задач имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = -f_x \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = -f_y \end{cases} \quad (23)$$

а для осесимметричных задач:

$$\begin{cases} \frac{1}{r} \frac{\partial (r \sigma_r)}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} = -f_r \\ \frac{1}{r} \frac{\partial (r \tau_r)}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = -f_z \end{cases} \quad (24)$$

где f_x, f_y и f_z, f_r - компоненты вектора плотности объемной силы.

Соотношение между напряжениями и деформациями при упругом поведении материалов выражается зависимостью:

$$\{\sigma\} = [D](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}), \quad (25)$$

где $[D]$ - матрица упругости, и ε_0 - начальная термическая деформация, вызванная перепадом температур. Вид матрицы (таблица 2) зависит от применяемой постановки.

Матрица упругости $[D]$

Материал	Геометрия задачи	
	Плоская	Осесимметричная
Изотропный	(26) $\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix}$	(27) $\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix}$
Ортотропный	(28) $\begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} - \frac{\nu_{xz}^2}{E_z} & -\frac{\nu_{xy}}{E_y} - \frac{\nu_{xz}\nu_{yz}}{E_z} & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_y} - \frac{\nu_{xz}\nu_{yz}}{E_z} & \frac{1}{E_y} - \frac{\nu_{yz}^2}{E_z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix}^{-1}$	(29) $\begin{bmatrix} \frac{1}{E_z} & -\frac{\nu_{zr}}{E_r} & -\frac{\nu_{z\theta}}{E_\theta} & 0 \\ -\frac{\nu_{zr}}{E_r} & \frac{1}{E_r} & -\frac{\nu_{r\theta}}{E_\theta} & 0 \\ -\frac{\nu_{z\theta}}{E_\theta} & -\frac{\nu_{r\theta}}{E_\theta} & \frac{1}{E_\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix}^{-1}$

В этих формулах E - модуль Юнга в изотропном случае; E_x, E_y, E_z, E_r , и E_θ модули Юнга в направлении соответствующих осей в материале с ортотропными свойствами; ν - коэффициент Пуассона изотропного материала; $\nu_{yx}, \nu_{zx}, \nu_{zy}, \nu_{rz}, \nu_{\theta z}, \nu_{\theta r}$ - коэффициенты Пуассона для указанных пар осей в ортотропном случае; G_{xy} или G_{zr} - модуль сдвига.

Мультидисциплинарные (связанные) задачи.

ELCUT позволяет переносить источники поля (распределенные нагрузки), рассчитанные в одной задаче, в задачи другого типа. Предусмотрены следующие типы связи между задачами:

- Поле температур, обусловленное джоулевыми потерями в задачах электрического поля постоянных и переменных токов, задаче магнитного поля переменных токов или нестационарной магнитной задаче.
- Анализ механических напряжений с учетом рассчитанного распределения температуры.
- Расчет механических напряжений, вызванных магнитными и электрическими силами.
- Запоминание магнитного состояния вещества для использования в последующих, линеаризованных задачах расчета магнитного поля.
- Расчет магнитного поля переменных токов с учетом зависимости электропроводности материалов от температуры.

Специальный тип связанных задач позволяет переносить распределение поля из одной задачи (стационарной или нестационарной) в другую нестационарную задачу. Этим способом задается ненулевое начальное распределение поля в нестационарной задаче. Такой тип связи возможен в нестационарных магнитных и тепловых задачах. В связанной задаче, в дополнение к источникам (нагрузкам), перенесенным из другой задачи, могут быть заданы прочие источники, как в обычной задаче.

1.2. Интерфейс программы

ELCUT является многодокументным приложением и позволяет одновременно работать с несколькими документами (описания задач, геометрические модели, физические свойства и др.). Работа с отдельными типами документов будет обсуждаться в специальных главах, а здесь мы опишем общие приемы создания новых или открытия существующих документов, переключения между ними и другие подобные моменты.

В ELCUT в основном встречаются три типа окон:

1. Окно задачи, содержит основную информацию о задаче, особенно в ее постановке и относящихся к задаче документах.

2. Окна документов представляют графическую или табличную информацию о геометрии расчетной области, картине поля, присоединенной электрической цепи и тому подобным.

3. Окна инструментов сообщают вспомогательную информацию и позволяют управлять разнообразными возможностями ELCUT. Окна разных типов по-разному размещены на экране.

Структура базы данных задачи

База данных ELCUT, относящаяся к каждой конкретной задаче, состоит из нескольких частей. Центральной частью этой базы данных является описание задачи, которое при записи на диск помещается в файл с расширением **.pbm**. Описание задачи содержит общую информацию о задаче: характер предметной области, разновидность постановки, класс точности расчета и т.д. Кроме этого, описание задачи содержит имена остальных файлов, составляющих базу данных задачи. К их числу относятся файл геометрии модели, имеющий стандартное расширение **.mod** или **.m3d**, файл присоединенной электрической цепи (для цепнопольных задач) с расширением **.qcr**, и файлы физических параметров, имеющие одно из расширений **.dms**, **.dhe**, **.des**, **.dcf**, **.dec**, **.dtv**, **.dht**, или **.dsa**, в зависимости от предметной области задачи.

Описание задачи может ссылаться на один или два файла физических свойств. Оба файла физических свойств имеют одинаковый формат и отличаются только функциональным назначением. Обычно первый из них содержит данные, относящиеся только к данной конкретной задаче, в то время как второй может использоваться в качестве библиотеки свойств материала.

лов и стандартных граничных условий, общих для целого класса задач. Размещение базы данных задачи в нескольких файлах позволяет использовать общие файлы геометрии модели или общие файлы физических свойств одновременно в нескольких похожих задачах. В процессе решения задачи ELCUT создает еще один файл — файл результатов. Этот файл всегда имеет расширение **.res**, имя, совпадающее с именем файла описания задачи, и помещается в ту же папку, в которой находится файл описания задачи.

1.3. Постановка задачи

Решение и анализ результатов поставленной задачи включает в себя ряд последовательных шагов, представленных на рис. 1., независимо от типа решаемой задачи. После установки программного обеспечения ELCUT Student необходимо приступить к созданию задачи. Для этого в меню программы следует выбрать вкладку **Файл** → **Создать задачу**, затем в появившемся окне необходимо ввести имя задачи и путь, по которому она будет сохранена, после чего нажать кнопку «Далее». Второй этап создания задачи – выбор типа задачи, класса модели, единиц длины, координатной плоскости, необходимой точности расчета и, для плоской задачи, – длины модели в направлении, перпендикулярном плоскости чертежа. После чего в указанной папке будут созданы файлы задачи: центральный файл, который включает в себя общее описание задачи и имеет расширение **.pbm**, файл геометрии задачи с расширением **.mod** (это общие файлы для всех типов задач) и файл физических параметров, отличающиеся расширением в зависимости от предметной области задачи. В процессе решения ELCUT создает еще один файл, включающий в себя результаты решения задачи с расширением **.res**

Во вкладке «Класс модели» (рис. 2) нужно выбрать одну из двух возможных постановок двумерной задачи: плоскую или осесимметричную.

Плоскопараллельная постановка использует декартову систему координат x y z , при этом плоскость xy является рабочей плоскостью чертежа, а ось z ортогональна им. При такой постановке задачи существенным допущением является изотропность физических свойств используемых материалов в направлении оси z . Это следует учитывать при моделировании, например, устройств с шихтованным в направлении оси z сердечником, принимая его расчетную длину с учетом коэффициента заполнения пакета электротехнической сталью и т.п. При выборе плоскопараллельной модели необходимо задать ее длину в направлении, перпендикулярном плоскости чертежа (в направлении оси z), по умолчанию длина модели равна 1 м. Осесимметричные задачи решаются в цилиндрической системе координат z r Θ . Ось симметрии осесимметричной задачи (z) совпадает с осью абсцисс (горизонтальной осью декартовой системы координат). Основное допущение в такой задаче – это изотропность физических свойств материалов в направлении угловой координаты Θ . Работа с геометрической моделью осуществляется

в полуплоскости zr при $r > 0$. Следует иметь в виду, что части модели, расположенные в отрицательной полуплоскости r имеют отрицательную длину и не имеют физического смысла. При нажатии кнопки «готово» в окне создания задачи откроется рабочий стол ELCUT, представленный на рис. 3. ELCUT является многодокументным приложением. На рабочем столе рис. 3 показаны основные окна. Окно, содержащее основную информацию, обычно прикреплено слева в верхнем углу рабочего стола. В окне свойств содержится скрытая информация активного окна. Окно документов предназначено для редактирования геометрической модели и постпроцессорного анализа результатов решения. Окно инструментов содержит необходимые инструменты для редактирования геометрической модели и постпроцессорного анализа.



Рис. 1. Последовательность шагов для решения задачи

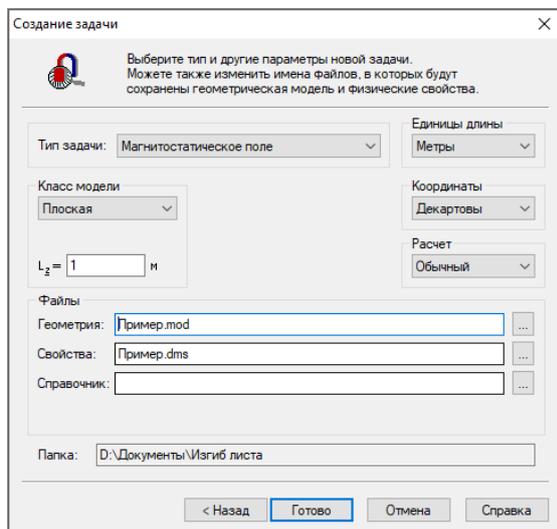


Рис. 2. Создание задачи

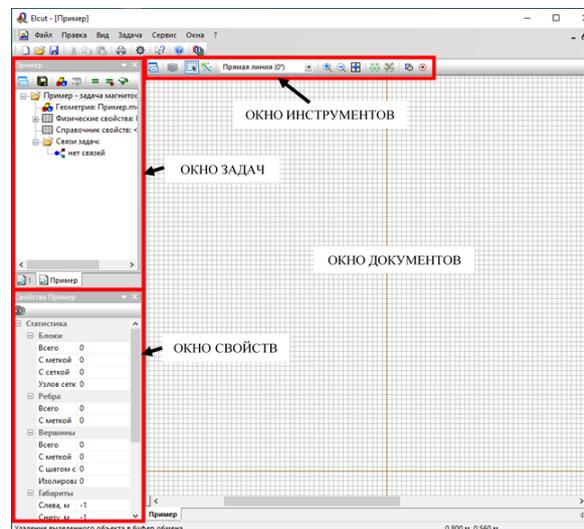


Рис. 3. Рабочий стол ELCUT

1.4. Геометрическая модель

Любая задача состоит из геометрической модели, представляющей плоскопараллельное или осесимметричное описание исследуемого устройства (или его части) с разбиением на отдельные блоки, отличающиеся физическими свойствами. Создание геометрической модели возможно двумя

способами. Первый – с помощью встроенного геометрического редактора, включающего в себя инструменты для вставки ребер и вершин и позволяющего добавлять геометрические примитивы с помощью инструмента «добавить фигуру», расположенного в окне инструментов. Второй способ – с помощью импорта внешней геометрической модели, имеющей расширение **.dxf**, созданной в AutoCad или Компас (необходимо сохранить чертеж в формате **.dxf**). Импорт геометрической модели осуществляется через вкладку **Файл** → **импорт DXF** главного меню. При работе в окне документов для информативности в правом нижнем углу отображаются координаты курсора мыши. Геометрическая модель имеет три основных типа геометрических объектов: вершина, ребро и блок (рис. 4)

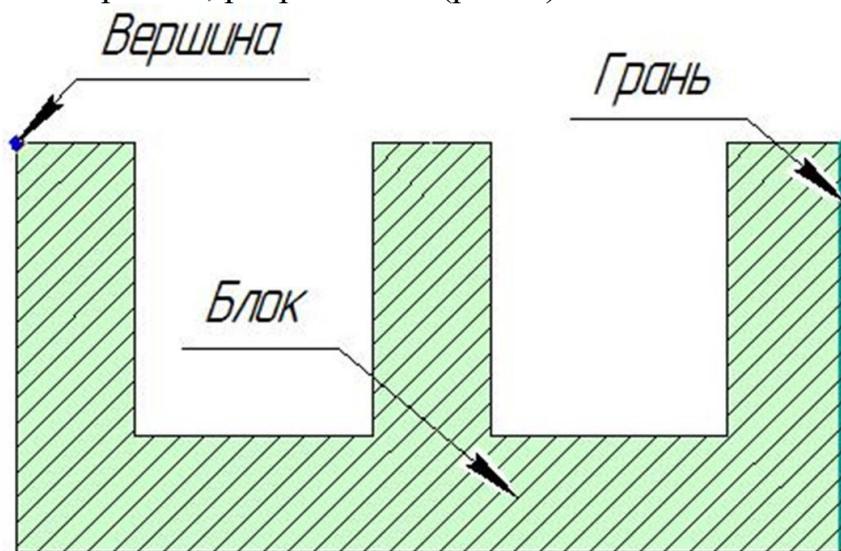


Рис. 4. Основные типы геометрических объектов ELCUT

Вершина – это точка на плоскости чертежа, которая введена пользователем или автоматически сгенерирована в результате пересечения двух или нескольких ребер. Нажав правой кнопкой мыши на вершину в разделе «Свойства», можно задать метку этой вершины, после чего она будет отображаться в окне задач в разделе «Метки вершин». Кроме того, в свойствах вершины есть возможность редактирования размеров ячейки в разделе «Шаг дискретизации». В общем случае мешер (от англ. *mesher* – генератор сетки конечных элементов) ELCUT строит сетку в автоматическом режиме без возможности редактирования типов конечных элементов, сгущая (уменьшая размер ячейки) сетку вслед за уменьшением геометрических размеров разбиваемых расчетных блоков модели. Однако в некоторых случаях, например, в наиболее критических с точки зрения точности расчета местах модели имеется возможность сгущать сетку с помощью изменения шага дискретизации элементов. В студенческой версии обычно число элементов, построенных в автоматическом режиме, значительно превышает поставленные ограничения, поэтому имеет смысл увеличивать размер сетки (особенно в местах, слабо влияющих на точность расчета, например, в области воз-

душного пространства в окрестности модели). После создания метки вершины в окне задач нужно определить свойства метки вершины: граничное условие или сосредоточенный источник поля. *Ребро* геометрической модели – отрезок прямой или дуга окружности между двумя вершинами. Ребра служат в основном для задания граничных условий задачи, для чего также необходимо создать метку ребра. *Блок* геометрической модели – непрерывное плоское пространство, ограниченное ребрами. Блоки геометрической модели соответствуют отдельным частям реальной модели с необходимостью в определении свойств метки, соответствующих физическим свойствам материала. Следующим этапом моделирования является этап задания физических свойств блоков геометрической модели и источников поля. Этот этап различается для разных типов задач.

1.5. Построение сетки конечных элементов

После описания значительной части геометрии модели можно приступить к построению конечно-элементной сетки. Важно помнить, что сетку, построенную даже для весьма сложной модели, можно сделать крайне неоднородной. Точнее, размер конечных элементов в одних блоках модели можно сделать сильно отличающимся от размера элементов в других блоках. В таких случаях технология дискретизации, которую назвали *методом геометрической декомпозиции*, обеспечивает плавный переход от крупных элементов к более маленьким. Густота сетки непосредственно влияет на точность решения в тех или иных частях расчетной области. Как правило, сетка должна быть особенно густой в местах сильной неоднородности поля, а также там, где требуется получить наивысшую точность.

При решении задач с несложной геометрией области и при проведении прикидочных расчетов рекомендуется строить сетку в автоматическом режиме. Для этого выберите команду **Построить сетку** из меню **Правка** или контекстного меню, и подходящая сетка конечных элементов будет построена без дополнительной настройки.

Однако в некоторых случаях качество построенной автоматически сетки может оказаться неудовлетворительным. В таких случаях ELCUT позволяет управлять густотой сетки вручную, задавая шаги дискретизации в определенных вершинах модели. Шаг дискретизации определяет примерное расстояние между соседними узлами сетки, находящимися в окрестности данной вершины. Нет необходимости задавать шаги во всех вершинах модели. Для получения равномерной сетки во всей модели, задайте шаг дискретизации в одной вершине. Это значение автоматически распространится на все остальные вершины. Если необходима неравномерная сетка, задайте шаги в тех вершинах, где требуемая точность минимальна и максимальна. В этом случае шаги в остальных вершинах автоматически интерполируются вдоль сторон и внутрь блоков таким образом, чтобы обеспечить наиболее плавное изменение размеров ячеек в сетке. Чтобы задать одинаковые шаги

дискретизации в нескольких вершинах сразу, выделите эти вершины перед тем, как изменять шаги.

После задания шагов дискретизации можно приступить к построению сетки и после этого переходить к решению.

Зачастую приходится менять густоту уже построенной сетки, например, если по результатам расчета оказалось, что в каком-нибудь месте необходима бóльшая точность. При изменении шагов дискретизации не забывайте о следующих правилах:

- сетка удаляется автоматически из блоков, примыкающих к вершинам, где изменяется шаг;
- вдоль границ тех блоков, в которых сетка не удаляется, шаги дискретизации не будут подвергнуты автоматическому пересчету, как если бы они были заданы вручную. Поэтому для кардинального изменения густоты сетки сначала удалите ее из всех блоков модели.

1.6. Граничные и начальные условия

В параграфе 1.1 были приведены дифференциальные выражения которые лежат в основе вычислительного алгоритма каждой из решаемой задачи и отражают полевую картину внутри малого объема. Решение представляет собой процедуру последовательного «сложения» вкладов этих объемов (интегрирование). Из курса математики известно, что в отличие от нахождения производных функции, процедура интегрирования не является сама по себе однозначной, всегда появляется некоторая свободная константа, выбор величины которой является отдельной дополнительной задачей. Без определения ее значения невозможно получить точного количественного решения, только качественное (рост, убывание, наличие экстремумов и т.п.). Однако и качественное решение нельзя получить если мы имеем дело с системой уравнений с высокими порядками производных нескольких параметров, здесь требуется задание так называемых граничных и начальных условий. Под граничными условиями понимается комплекс информации о каких-либо значениях в геометрических объектах задачи. Начальные условия уже предполагают задание значений в какой-либо момент времени и актуальны для нестационарных задач.

Граничные условия должны адекватно отражать моделируемую действительность, поскольку от этого зависит корректность результата вычислений. Поэтому, прежде чем задать эти условия необходимо четко определиться что однозначно известно в задаче и как это формализуется. Далее дадим некоторые пояснения о граничных условиях для различных задач.

Граничные условия электростатики

Условие Дирихле задает известное значение электрического потенциала φ_0 в вершине или на ребре. Этот вид граничного условия также может

применяться на внешней границе области, совпадающей с плоскостью электрической антисимметрии задачи (противоположные по знаку источники в симметричной геометрии). Величина φ_0 на ребре модели может быть задана в виде линейной функции координат. Параметры задающей линейной функции могут меняться от ребра к ребру, но должны быть согласованы так, чтобы функция φ_0 была непрерывна в точках соприкосновения границ.

Замечание. Для того чтобы задача была сформулирована корректно, необходимо задание условия Дирихле хотя бы в одной точке расчетной области, а если область представляет собой набор физически не связанных подобластей - хотя бы в одной точке каждой такой подобласти.

Условие Неймана определяется следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} D_n &= \sigma - \text{на внешних границах,} \\ D_n^+ - D_n^- &= \sigma - \text{на внутренних границах,} \end{aligned} \quad (30)$$

где D_n – нормальная компонента электрического смещения, индексы «+» и «-» означают «слева от границы» и «справа от границы» соответственно, σ – поверхностная плотность заряда. Если σ принимает нулевое значение, граничное условие называется однородным, что означает отсутствие нормальной компоненты напряженности электрического поля. Этот вид граничного условия часто используется на внешней границе области, являющейся следом плоскости симметрии задачи. Однородное условие Неймана является естественным, оно устанавливается по умолчанию на всех ребрах внешней границы, где явно не указано иное граничное условие. При задании неоднородного условия Неймана на внешней границе, являющейся следом плоскости симметрии, истинную величину плотности заряда следует разделить пополам.

Условие равного потенциала используется для описания изолированных проводников, помещенных в электрическое поле, которые имеют постоянный, но заранее неизвестный потенциал.

Замечание. Ребро, на котором задано условие равного потенциала, не должно соприкасаться с ребрами или вершинами, на которых задано условие Дирихле. В этом случае ребро с постоянным потенциалом следует описать при помощи условия Дирихле с подходящим значением потенциала, заданное значение потенциала (условие Дирихле), заданные значения нормальной составляющей поля (условие Неймана), условие постоянства потенциала на поверхностях изолированных проводников.

Граничные условия задача растекания токов

Граничное условие Дирихле аналогичны условиям в задаче электростатики.

Условие Неймана имеет похожий вид с электростатикой

$$\begin{aligned} j_n &= j - \text{на внешних границах,} \\ j_n^+ - j_n^- &= j - \text{на внутренних границах,} \end{aligned} \quad (31)$$

где j_n – нормальная компонента вектора плотности тока, индексы «+» и «-» означают «слева от границы» и «справа от границы» соответственно, j в правой части выражений – плотность стороннего тока. Если $j = 0$, граничное условие называется однородным. Однородное условие Неймана на внешней границе означает отсутствие нормальной составляющей напряженности и часто применяется для описания плоскости симметрии. Однородное условие Неймана является естественным, оно устанавливается по умолчанию на всех тех ребрах, составляющих внешнюю границу, где явно не указано иное граничное условие. При задании неоднородного условия Неймана на внешней границе, являющейся следом плоскости симметрии, истинную величину плотности тока следует разделить пополам.

Условие равного потенциала задает поверхность изолированного проводника, обладающего существенно большей проводимостью, чем окружающие его тела. Это условие отличается от условия Дирихле тем, что значение потенциала на описываемой поверхности не известно заранее.

Ограничение. Не допускается соприкосновение поверхностей, носящих граничное условие Дирихле и условие равного потенциала. В этом случае последнее условие следует описать с помощью условия Дирихле.

Граничные условия магнитной задачи

Условие Дирихле, задающее на части границы наперед известный векторный магнитный потенциал A_0 в вершине или на ребре модели. Это граничное условие определяет поведение нормальной составляющей индукции на границе. Оно часто используется для задания нулевого значения, например, на оси симметрии задачи или для указания полного затухания поля на удаленной от источников границе. Кроме того, Elcut позволяет задать условие Дирихле как линейную функцию координат.

Нулевое условие Дирихле предполагается заданным по умолчанию на оси вращения для осесимметричных задач. Чаще всего нулевое условие Дирихле используется для задания внешних границ модели, а также для границ в плоскопараллельных задачах, являющихся следом плоскости симметрии (рис. 5). При задании этого граничного условия силовые линии магнитного поля «облизывают» указанную границу. Частным случаем нулевого граничного условия Дирихле является $B_n = 0$, т. е. нормальная составляющая индукции равна нулю.

Условие Неймана имеет вид:

$$\begin{aligned} H_t &= \sigma - \text{на внешних границах,} \\ H_t^+ - H_t^- &= \sigma - \text{на внутренних границах,} \end{aligned} \quad (32)$$

где H_t – тангенциальная компонента напряженности поля, индексы «+» и «-» означают «слева от границы» и «справа от границы» соответственно, σ – линейная плотность поверхностного тока. Если σ равно нулю, граничное условие называется однородным. Однородное условие Неймана на внешней границе (рис. 6) означает отсутствие касательной составляющей индукции

на границе, часто применяется для описания плоскости магнитной антисимметрии (противоположные по знаку источники в симметричной геометрии). Однородное условие Неймана является естественным, оно устанавливается по умолчанию, то есть на всех тех сторонах, составляющих внешнюю границу, где явно не указано иное граничное условие.

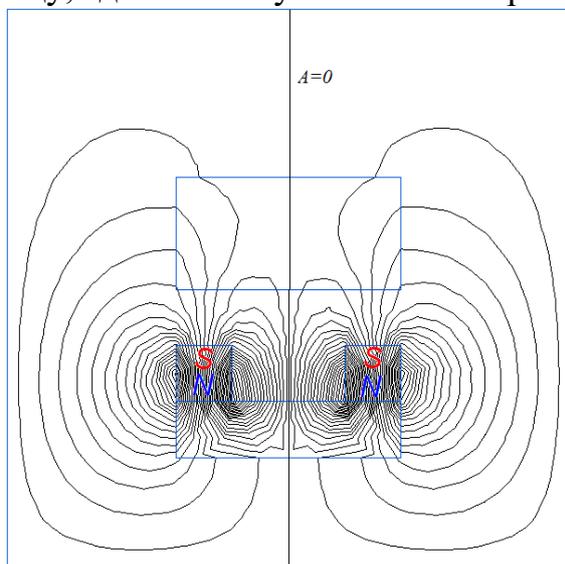


Рис. 5. Картина поля в плоских симметричных моделях с нулевым условием Дирихле

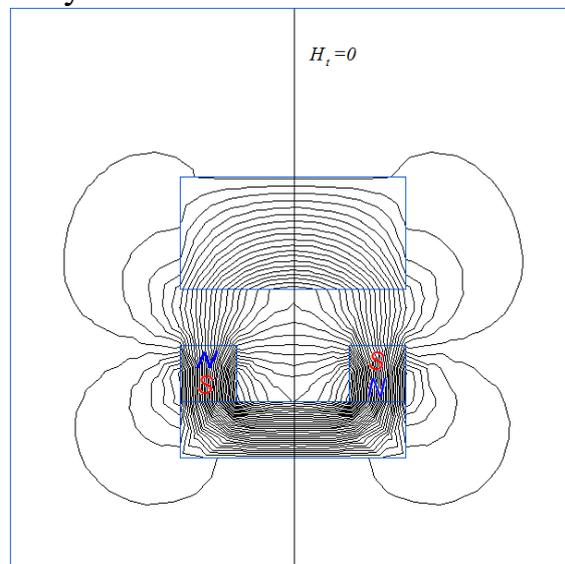


Рис. 6. Картина поля в плоских антисимметричных моделях с однородным условием Неймана

Граничное условие нулевого потока используется для описания сверхпроводящего материала, в который не проникает магнитное поле. Векторный магнитный потенциал на поверхности таких сверхпроводников имеет постоянное (неизвестное заранее) значение ($A = const$ в осесимметричном случае), так что внутренность сверхпроводника исключается из рассмотрения.

Граничные условия в задачах теплопередачи

Условие заданной температуры задает на ребре или в вершине модели заранее известное значение температуры T_0 (например, при интенсивном омывании поверхности жидкостью постоянной температуры). Значение T_0 на ребре может быть задано в виде линейной функции координат. Параметры задающей функции могут меняться от ребра к ребру, но должны быть согласованы так, чтобы функция T_0 не претерпевала разрывов в точках соприкосновения ребер. Этот вид граничного условия иногда называют *условием первого рода*. Условие заданного теплового потока описывается следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} F_n &= -q_s - \text{на внешних границах,} \\ F_n^+ - F_n^- &= -q_s - \text{на внутренних границах,} \end{aligned} \quad (33)$$

где F_n - нормальная компонента вектора плотности теплового потока, индексы «+» и «-» означают «слева от границы» и «справа от границы» соответственно. Для внутренней границы q_s означает поверхностную мощность

источника, для внешней - известное значение теплового потока через границу. Если q_s равно нулю, граничное условие называется однородным. Однородное условие второго рода на внешней границе означает отсутствие теплового потока через указанную поверхность. Однородное условие второго рода является естественным, оно устанавливается по умолчанию на всех тех сторонах, составляющих внешнюю границу, где явно не указано иное граничное условие. Этот вид граничного условия употребляется в двух случаях: на плоскости симметрии задачи (если ввиду симметричности геометрии и источников задача решается только на части области), а также для описания адиабатической границы.

Если мощность тепловыделения задана на внешнем ребре, являющемся следом плоскости симметрии задачи, истинное значение мощности тепловыделения следует разделить пополам. Этот вид граничного условия иногда называют *граничным условием второго рода*.

Граничное условие конвекции может быть задано на внешней границе модели. Оно описывает конвективный теплообмен и определяется следующим образом:

$$F_n = \alpha(T - T_0), \quad (34)$$

где α – коэффициент теплоотдачи, T_0 – температура окружающей среды. Параметры α и T_0 могут меняться от ребра к ребру. Граничное условие этого типа иногда называют *граничным условием третьего рода*.

Граничное условие радиации может быть задано на внешней границе модели. Оно описывает радиационный теплообмен и определяется следующим образом:

$$F_n = \beta k_{SB}(T^4 - T_0^4), \quad (35)$$

где $k_{SB} = 5,76 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴) – константа Стефана-Больцмана, β - коэффициент поглощения поверхности, T_0 – температура поглощающей среды. Параметры β и T_0 могут меняться от ребра к ребру.

Замечание. Приведенные граничные условия конвективного теплообмена и радиации могут быть установлены только для внешних границ модели. Если необходимо произвести расчет внутреннего теплообмена указанными способами, можно воспользоваться эффективным коэффициентом теплопроводности, задав его как свойство среды в виде произвольной функции. Чтобы задача расчета температурного поля была поставлена корректно, необходимо поставить хотя бы в одной вершине условие заданной температуры либо хотя бы на одном ребре – условие конвекции или радиации.

Граничное условие равной температуры может быть использовано для описания тел с очень высокой, по сравнению окружающими телами, теплопроводностью. Внутренность такого тела может быть исключена из расчета температурного поля при условии описания всей его поверхности

как поверхности равной температуры. Данное условие отличается от условия первого рода тем, что температура на описываемой поверхности не известна заранее.

Замечание. Ребро, описанное условием равной температуры, не должно соприкасаться с любым ребром, где температура задана явно. В последнем случае ребро с условием равной температуры должно быть перепределено при помощи граничного условия первого рода с подходящим значением температуры.

Граничные условия в задачах упругости

Здесь такие условия принято называть условиями закрепления. Жесткое закрепление по любой из координат, или по обеим сразу, может быть задано в любой вершине или вдоль любой стороны области. Фиксированное перемещение вдоль линий закрепления описывается линейной функцией координат.

Условие пружинного подвеса описывает вершину, подвергающуюся действию силы, пропорциональной разнице между фактическим и начальным перемещением этой вершины. Оно характеризуется жесткостью пружины и начальным перемещением ее закрепленного конца.

Замечание. Для того, чтобы задача была сформулирована корректно, необходимо задать жесткое или пружинное закрепление таким образом, чтобы исключить любое перемещение модели и ее частей, не изменяющее энергии состояния. В плоских задачах такое закрепление должно ограничивать сдвиг всей модели по осям x и y , а также поворот; в осесимметричных задачах достаточно ограничить сдвиг параллельно оси z .

1.7. Серийные расчеты и анализ результатов

На практике работа обычно не исчерпывается решением одной полевой задачи. Часто требуется установить изменение характера поля от одного или нескольких геометрических или физических параметров. Для этого приходится решать серию задач, варьируя теми или иными деталями постановки. Для этого имеется встроенный инструмент LabelMover, который позволяет описать геометрические трансформации, совершаемые на каждом шаге решения, а также варьирование источниками поля, свойствами сред, граничными условиями и частотой гармонической задачи. На каждом шаге решения LabelMover вычисляет и запоминает заказанные локальные и интегральные полевые величины.

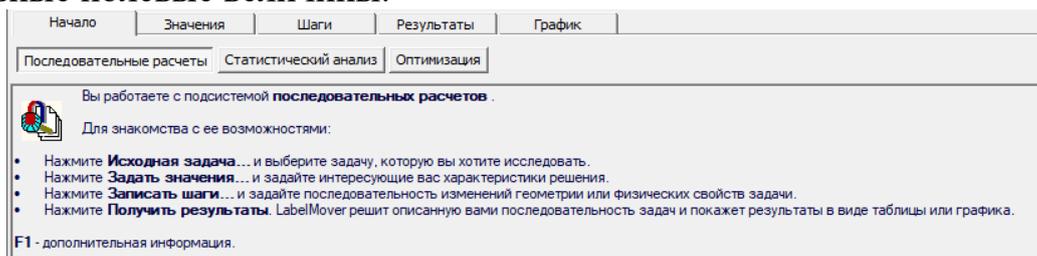


Рис. 7. Выбор типов задач и их настройка в LabelMover

LabelMover поддерживает несколько разных типов анализа. В зависимости от целей вашего исследования, вы можете выбрать наиболее подходящие для вас типы. Но у всех типов анализа есть общая идея - вы можете параметризовать задачу ELCUT (в которую изначально не были заложены параметры), задавая в качестве параметров изменения геометрии модели или изменения физических свойств.

Последовательные расчеты

Подсистема последовательных расчетов обеспечивает простые, но достаточно мощные возможности для изучения зависимости решения задачи от ее параметров. Вы можете задать произвольную последовательность изменений геометрии задачи или ее физических параметров. Подсистема генерирует последовательность задач, решает их, и покажет результаты в виде таблицы или графика.

Если мы попытаемся найти ответы на эти вопросы без использования LabelMover, то нам придется вручную создать и решить большое количество задач. LabelMover экономит ваше время, выполняя большую часть действий автоматически.

Статистический анализ

Во многих случаях значения параметров задачи, а также размеры и положение геометрических элементов известны только приближенно, и могут отличаться от номинальных значений. Это может происходить, например, из-за ошибок измерения, из-за возможных погрешностей при производстве деталей и т.д. В этом возникает потребность в оценке того насколько эти погрешности влияют на результаты расчета. Подсистема статистического анализа позволяет оценить отклонение результатов расчета от номинала с помощью методов статистического моделирования. LabelMover генерирует набор задач, в которых свойства и геометрия изменены случайным образом, решает эти задачи и вычисляет статистические оценки для отклонения результатов расчета от номинальных.

Оптимизация

С помощью оптимизации можно найти наилучшие параметры для задачи, представленной в виде модели ELCUT.

Так же, как и в других типах анализа, задаются изменяемые характеристики задачи (параметры). Указывается цель оптимизации - любое значение, вычисляемое постпроцессором ELCUT. В качестве цели оптимизации можно искать максимум, минимум значения или значение, ближайшее к некоторому заданному числу.

В процессе оптимизации LabelMover генерирует и решает последовательность задач ELCUT, используя при этом встроенный или внешний алгоритм оптимизации.

2. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Ниже приведены задания для лабораторных работ. Требуется самостоятельно определиться с типом и классом (плоская или осесимметричная) задачи, правильно построить ее геометрию, задать свойства и граничные условия, провести вычисления. Найти требуемые значения параметров. Обратит внимание на влияние размера сетки и близость внешней границы задачи на результат моделирования.

Отчет должен содержать следующие пункты: 1) Название и номер работы, ФИО и группу обучающегося; 2) Номер варианта и само задание; 3) Скриншоты характерных этапов формирования геометрии, назначения свойств и граничных условий, решения задачи и анализа результатов. Рисунки должны быть пронумерованы, содержать название, дополнительные поясняющие обозначения (стрелки, линии текст и т.п.) и последующие комментарии к ним; 4) Графики пространственного распределения величин или зависимости их друг от друга. Здесь студенту необходимо самостоятельно определить какие графики предоставить и в каком объеме; 5) Выводы.

После проверки отчета и его соответствия приведенным требованиям выполняется устная защита работы. Для этого необходимо предоставить файлы задачи. Базовые вопросы для защиты лабораторной работы:

1. Объясните ваш выбор класса модели (плоская или осесимметричная).
2. Объясните какие граничные условия использованы при решении задачи и почему.
3. Можно ли изменить в вашей задаче набор граничных условий без ущерба для результата моделирования?
4. Поясните полученные диаграммы, дайте им оценку адекватности.
5. Какие уравнения лежат в основе вашего типа задачи?
6. Покажите, как влияет размер сетки на результат.

2.1. Лабораторная работа №4 «Расчет температурного поля»

Задача 4-1. Водопроводная труба проходит внутри стены под слоем штукатурки. Найти температурное поле в поперечном сечении к трубе. Показать границу «точки росы» на стене внутри комнаты. Установить мощность теплопоглощения одного метра трубы.

Задача 4-2. Надземный трубопровод отопления имеет локальное повреждение теплоизоляции. Нарушение представляет собой кольцевое оголение непосредственно до металла трубы. Найти мощность тепловых потерь, связанных с нарушением изоляции. Оценить протяженность нарушения теплоизоляции, начиная с которой теплопотери растут пропорционально протяженности. Показать распределение температуры вокруг трубопровода. Изоляция представляет собой слой утеплителя и кожух (бандаж).

Задача 4-3. Предмет простой формы быстро и полностью погрузили в жидкость большого объема. Покажите хронологию изменения температуры тела. Определить сколько времени потребуется чтобы температура тела изменилась на 5 градусов. Соприкосновением с другими телами пренебречь.

Таблица вариантов к задачам

Задача 4-1	№ варианта	$h_{ст}$, мм	Материал стены	$h_{шт}$, мм	Материал штукатурки	$D_{тр}$, мм	$T_{тр}$, °C	$T_{ком}$, °C	$T_{ул}$, °C	ψ , %
	1	250	КСП	30	ПЦ	17	5	25	0	50
	2	380	ККС	25		17	10	27	10	70
	3	510		10	Г	13,5	7	20	30	75
	4	200	ГБК	25		21,3	5	20	20	80
	5	380		10		13,5	5	25	10	90
	6	280	ЖБП	50	ПЦ	26,8	8	30	30	70
	7	350		30		17	5	15	0	80
	8	400		20	Г	13,5	5	15	10	70
	9	180	МБ	40		26,8	7	25	15	50
10	180	50		ПЦ	21,3	8	25	20	60	

Обозначения: $h_{ст}$ – толщина стены без слоя штукатурки; $h_{шт}$ – толщина слоя штукатурки; $D_{тр}$ – диаметр трубы; $T_{тр}$ – температура воды в трубе; $T_{ком}$ – температура в глубине комнаты; $T_{ул}$ – температура на улице; ψ – относительная влажность воздуха в комнате; КСС – кирпич силикатный сплошной; ККС – кирпич керамический сплошной; ГБК – газобетонный кирпич; ЖБП – железобетонная плита; МБ – монолитный бетон; Г – гипс; ПЦ – песчано-цементная смесь

Задача 4-2	№ варианта	$D_{тр}$, мм	Материал утеплителя	$h_{ст}$, мм	Материал кожуха	$h_{кож}$, мм	$x_{пов}$, мм	$T_{тн}$, °C	$T_{ул}$, °C
	11	400	МБВ	200	Стальной лист	0,2	1000	80	-5
	12	500	АПБ	250	-	-	5000	70	0
	13	600	ППМ	300	Стальной лист	0,3	1500	75	-10
	14	700	ППУ	300	Стеклотекстолит	0,5	2000	80	+10
	15	800	МБВ	300	Стальной лист	0,2	500	65	-20
	16	900	АПБ	400	Стеклотекстолит	1,0	100	70	+20
	17	1000	ППМ	400	Стальной лист	0,2	1000	75	-15
	18	1100	ППУ	400	-	-	500	80	-25
	19	1200	МБВ	400	Стальной лист	0,3	3000	90	+20
20	1400	ППУ	400	Стеклотекстолит	0,5	10000	95	-30	

Обозначения: $h_{из}$ – толщина слоя изоляции; $h_{кож}$ – толщина кожуха; $x_{пов}$ – протяженность повреждения изоляции; $T_{тн}$ – температура теплоносителя; $T_{ул}$ – температура на улице; МБВ – минеральная базальтовая вата, АПБ – армопенобетон, ППМ – пенополимер-минерал, ППУ – пенополиуретан.

Задача 4-3	№ варианта	Форма предмета	Материал предмета	Размеры, мм	Жидкость	Температура предмета, °C	Температура жидкости, °C
	21	Шар	Сталь	50	Вода	80	5
	22	Цилиндр	Сталь	50/1	Глицерин	5	80
	23	Конус	Сталь	10/10	Масло машинное	200	30
	24	Шар	Медь	20	Глицерин	-5	100
	25	Цилиндр	Медь	10/50	Вода	90	50
	26	Конус	Медь	50/5	Глицерин	-10	100
	27	Шар	Алюминий	100	Масло машинное	0	30
	28	Цилиндр	Алюминий	50/500	Масло машинное	30	0
	29	Конус	Алюминий	5/50	Вода	0	10
30	Шар	Сталь	10	Масло машинное	150	0	

Примечание: в колонке «Размеры» для шара указывается диаметр, для цилиндра – диаметр/высота, для конуса – диаметр основания/высота

Справочные материалы

Давление насыщенных паров воды при различных температурах

Температура, °С	Давление, мм. рт. ст.	Температура, °С	Давление, мм. рт. ст.	Температура, °С	Давление, мм. рт. ст.
-6	2,76	14	11,99	34	39,90
-4	3,28	16	13,63	36	44,56
-2	3,88	18	15,48	38	49,69
0	4,58	20	17,54	40	55,32
2	5,29	22	19,83	50	92,50
4	6,10	24	22,38	60	149,4
6	7,01	26	25,21	70	233,7
8	8,05	28	28,35	80	355,1
10	9,21	30	31,82	90	525,8
12	10,52	32	35,66	100	760

Значения коэффициента теплопроводности для различных материалов

Материал	λ , Вт/(м·К)	Материал	λ , Вт/(м·К)
Воздух	0,025	Вода	0,5
Масло машинное	0,11	Минеральная базальтовая вата	0,032
Глицерин	0,28	Армопенобетон	0,05
Кирпич силикатный сплошной	0,87	Пенополимер-минерал	0,047
Кирпич керамический сплошной	0,81	Пенополиуретан	0,03
Газобетонный кирпич	0,14	Сталь	45
Железобетонная плита	2,04	Медь	390
Монолитный бетон	1,3	Алюминий	204
Гипсовая штукатурка	0,81	Стеклотекстолит	0,25
Песчано-цементная смесь	0,76		

Плотность и теплоемкость материалов

Материал	ρ , кг/м ³	C , Дж/(кг·К)	Материал	ρ , кг/м ³	C , Дж/(кг·К)
Вода	1000	4200	Сталь	7800	500
Масло машинное	910	2100	Медь	8920	400
Глицерин	1260	2430	Алюминий	2700	920

2.2. Лабораторная работа №5

«Распределение упругих напряжений тела простой формы»

Задача 5-1. Прямоугольный стальной лист положили на две горизонтальные параллельные рейки. Определить максимальный прогиб листа, запас прочности (по пределу упругости), а также его минимальную толщину меньше которой возникнут пластические деформации.

Задача 5-2. Вертикальный стальной резервуар наполнен водой. Найти минимальную толщину листов в нижней части резервуара.

Задача 5-3. Прямоугольный образец квадратного поперечного сечения имеет концентратор напряжений специальной формы в средней части. С помощью испытательного оборудования производится разрушение с целью установления влияния формы и размеров концентратора на прочность материала. Определить степень ослабления материала. Понятию «степень ослабления» дать определение самостоятельно.

Таблица вариантов к задачам

Задача 5-1	№ варианта	Предел упругости, МПа	Толщина листа, мм	Длина листа, м	Расположение листа относительно реек	Расстояние между рейками, м
	1	100	2	2	Симметрично	1
	2	120	2	2,5	Асимметрично со смещением на 100 мм	1,5
	3	200	1,5	1,5	Симметрично	1,3
	4	200	1	1,5	Асимметрично со смещением на 200 мм	0,5
	5	120	2	2	Симметрично	2
	6	150	3	2	Асимметрично со смещением на 500 мм	1
	7	130	1	1	Симметрично	0,8
	8	100	2	3	Асимметрично со смещением на 100 мм	1
	9	300	3	4	Симметрично	1
10	280	5	5	Асимметрично со смещением на 1000 мм	2	
Задача 5-2	№ варианта	Допустимые напряжения, МПа		Высота столба жидкости, м	Диаметр резервуара, м	Радиус сопряжения стенки с дном, мм
	11	100		10	3	20
	12	120		10	4	30
	13	200		10	5	10
	14	200		20	2	50
	15	120		20	4	40
	16	150		20	5	30
	17	130		5	1	5
	18	100		5	2	10
	19	300		5	5	15
20	280		15	10	30	
Задача 5-1	№ варианта	Размеры сечения, мм	Вид испытания	Форма концентратора	Размеры концентратора	Предел упругости, МПа
	21	5×5	Растяжение	V-образный надрез	$\alpha = 60^\circ, r = 0,1 \text{ мм}, h = 1 \text{ мм}$	100
	22	10×10	Сжатие		$\alpha = 30^\circ, r = 0,1 \text{ мм}, h = 1,5 \text{ мм}$	120
	23	10×10	Ударный изгиб		$\alpha = 90^\circ, r = 0,5 \text{ мм}, h = 2 \text{ мм}$	200
	24	10×10	Растяжение	U-образный надрез	$r = 2 \text{ мм}, h = 3 \text{ мм}$	200
	25	20×20	Сжатие		$r = 1 \text{ мм}, h = 3 \text{ мм}$	120
	26	5×5	Ударный изгиб		$r = 1 \text{ мм}, h = 1 \text{ мм}$	150
	27	5×5	Растяжение	Поперечное отверстие со смещением	$d = 1 \text{ мм}, x = 1 \text{ мм}$	130
	28	10×10	Сжатие		$d = 5 \text{ мм}, x = 0 \text{ мм}$	100
	29	10×10	Ударный изгиб		$d = 3 \text{ мм}, x = 2 \text{ мм}$	300
30	20×20	Растяжение	$d = 3 \text{ мм}, x = 2 \text{ мм}$		280	

Обозначения: α – угол при вершине надреза; r – радиус скругления надреза; h – глубина надреза; d – диаметр отверстия; x – смещение оси отверстия относительно центра образца.

2.3. Лабораторная работа №6 «Электрический конденсатор»

Определить электрическую ёмкость конденсатора заданной формы и определить напряжение пробоя. Приняты следующие обозначения размеров. Для плоского конденсатора: d – расстояние между обкладками; S – площадь обкладок. Для цилиндрического конденсатора: d_1 – диаметр наружной обкладки; d_2 – диаметр внутренней обкладки; L – длина обкладок. Для сферического конденсатора: D_1 – диаметр наружной сферы; D_2 – диаметр внутренней сферы; d – диаметр отверстия в наружной сфере для вывода проводника.

Таблица вариантов

№ варианта	Форма конденсатора	Характерные размеры	Диэлектрическая проницаемость (Диэлектрик)	Диэлектрическая прочность, кВ/мм
1	Плоский	$d = 1 \text{ мм}, S = 100 \text{ мм}^2$	1 (Воздух)	3
2		$d = 2 \text{ мм}, S = 100 \text{ мм}^2$	10 (Слюда)	120
3		$d = 3 \text{ мм}, S = 100 \text{ мм}^2$	3 (Масло)	15
4		$d = 4 \text{ мм}, S = 100 \text{ мм}^2$	5 (Стекло)	40
5		$d = 5 \text{ мм}, S = 100 \text{ мм}^2$	4 (Эбонит)	10
6		$d = 1 \text{ мм}, S = 100 \text{ мм}^2$	6 (Гетинакс)	20
7		$d = 1 \text{ мм}, S = 200 \text{ мм}^2$	2,2 (Полиэтилен)	40
8		$d = 1 \text{ мм}, S = 300 \text{ мм}^2$	7 (Резина)	15
9		$d = 1 \text{ мм}, S = 400 \text{ мм}^2$	2,2 (Парафин)	30
10		$d = 1 \text{ мм}, S = 500 \text{ мм}^2$	3,5 (Оргстекло)	25
11	Цилиндрический	$d_1 = 3 \text{ мм}, d_1 = 2,5 \text{ мм}, L = 5 \text{ мм}$	1 (Воздух)	3
12		$d_1 = 3 \text{ мм}, d_1 = 2,5 \text{ мм}, L = 6 \text{ мм}$	10 (Слюда)	120
13		$d_1 = 3 \text{ мм}, d_1 = 2,5 \text{ мм}, L = 7 \text{ мм}$	3 (Масло)	15
14		$d_1 = 3 \text{ мм}, d_1 = 2,5 \text{ мм}, L = 8 \text{ мм}$	5 (Стекло)	40
15		$d_1 = 3 \text{ мм}, d_1 = 2,5 \text{ мм}, L = 9 \text{ мм}$	4 (Эбонит)	10
16		$d_1 = 5 \text{ мм}, d_1 = 2,5 \text{ мм}, L = 10 \text{ мм}$	6 (Гетинакс)	20
17		$d_1 = 5 \text{ мм}, d_1 = 3 \text{ мм}, L = 10 \text{ мм}$	2,2 (Полиэтилен)	40
18		$d_1 = 5 \text{ мм}, d_1 = 3,5 \text{ мм}, L = 10 \text{ мм}$	7 (Резина)	15
19		$d_1 = 5 \text{ мм}, d_1 = 4 \text{ мм}, L = 10 \text{ мм}$	2,2 (Парафин)	30
20		$d_1 = 5 \text{ мм}, d_1 = 4,5 \text{ мм}, L = 10 \text{ мм}$	3,5 (Оргстекло)	25
21	Сферический	$D_1 = 10 \text{ мм}, D_2 = 5, d = 2 \text{ мм}$	1 (Воздух)	3
22		$D_1 = 10 \text{ мм}, D_2 = 6, d = 2 \text{ мм}$	10 (Слюда)	120
23		$D_1 = 10 \text{ мм}, D_2 = 7, d = 2 \text{ мм}$	3 (Масло)	15
24		$D_1 = 10 \text{ мм}, D_2 = 8, d = 2 \text{ мм}$	5 (Стекло)	40
25		$D_1 = 10 \text{ мм}, D_2 = 9, d = 2 \text{ мм}$	4 (Эбонит)	10
26		$D_1 = 10 \text{ мм}, D_2 = 9, d = 3 \text{ мм}$	6 (Гетинакс)	20
27		$D_1 = 10 \text{ мм}, D_2 = 9, d = 4 \text{ мм}$	2,2 (Полиэтилен)	40
28		$D_1 = 10 \text{ мм}, D_2 = 9, d = 5 \text{ мм}$	7 (Резина)	15
29		$D_1 = 10 \text{ мм}, D_2 = 9, d = 6 \text{ мм}$	2,2 (Парафин)	30
30		$D_1 = 10 \text{ мм}, D_2 = 9, d = 7 \text{ мм}$	3,5 (Оргстекло)	25

2.4. Лабораторная работа №7

«Распределение электрического тока в проводящем теле»

По вариантам лабораторной работы №6 выполнить оценку тока утечки и тепловые потери при 100 В для постоянного напряжения и переменного 50 Гц и 10 МГц. Кроме того, оценить какого порядка токи и тепловые потери будут в конденсаторе после его пробоя, при этом считать, что удельное сопротивление диэлектрика стало равным 1 См/м.

Значения проводимостей диэлектрических сред приведены в таблице.

Вещество	Удельная электрическая проводимость, См/м	Вещество	Удельная электрическая проводимость, См/м
Воздух	10^{-15}	Гетинакс	10^{-9}
Слюда	10^{-11}	Полиэтилен	10^{-13}
Масло	10^{-10}	Резина	10^{-11}
Стекло	10^{-9}	Парафин	10^{-14}
Эбонит	10^{-12}	Оргстекло	10^{-11}

2.5. Лабораторная работа №8 «Пушка Гаусса»

Пушка Гаусса представляет собой последовательность соосных соленоидов, внутри которых находится ствол из диэлектрического материала. В один конец ствола вставляется снаряд, который как правило изготовлен из ферромагнитного материала. При пропускании электрического тока через соленоид на снаряд будет действовать осевая сила, величина которой зависит от магнитных и электрических свойств материала снаряда, величины и скорости изменения силы тока соленоида, а также от взаимного положения снаряда и соленоида. Если магнитный момент снаряда сонаправлен с индукцией поля соленоида происходит втягивание снаряда внутрь катушки, в противном случае – выталкивание из нее. Последовательное своевременное переключение соленоидов позволяет осуществлять разгон снаряда в стволе.

В случае если материал снаряда немагнитный, но электропроводящий, его взаимодействие с соленоидом определяется вихревыми токами. Меняющееся магнитное поле согласно закону электромагнитной индукции возбуждает вихревые токи в проводящем материале. Тем самым снаряд приобретает магнитный момент, направление которого зависит от фазы изменения тока соленоида (рост или убывание).

Появление магнитного момента снаряда из магнитомягкого ферромагнетика определяется его намагничиванием в поле соленоида. Направление магнитного момента совпадает с направлением поля и не меняется.

Магнитный момент постоянного магнита определяется направлением его намагниченности.

Далее приведены три последовательных этапа выполнения лабораторной работы. С геометрией задачи, свойствами материалов необходимо определиться самостоятельно. Основной целью такого открытого задания является демонстрация творческих инженерных способностей обучающихся. Результат работы зависит не только от четкости выполнения действий, но и самостоятельной формулировки плана действий.

Задача 8-1. Требуется смоделировать последовательное переключение соленоидов чтобы показать «движущееся» в стволе магнитное поле. На этом этапе рассмотрение снаряда не требуется. Тип используемой задачи – нестационарное магнитное поле. Рекомендуется изучить встроенные функции, с помощью которых можно задать последовательность переключения катушек.

Задача 8-2. Выполнить моделирование воздействия соленоида на снаряд. При этом рассмотреть три случая: материал снаряда немагнитный металл, магнитомягкий феррит и постоянный магнит.

Задача 8-3. Для случая с постоянным магнитом в качестве снаряда оценить приобретаемую им кинетическую энергию при взаимодействии с

катушкой. При этом необходимо понимать, что Elcut не предполагает кинематических расчетов. В этом случае рекомендуется выполнить последовательные вычисления силы с помощью LabelMover, где можно задать перемещения снаряда с необходимым шагом. Полученный массив данных рекомендуется аппроксимировать аналитической функцией и применить теорему об изменении кинетической энергии.

2.6. Лабораторная работа №9 «Мультифизические задачи»

В завершающей лабораторной работе предлагается самостоятельно сформулировать мультифизическую задачу, связанную с профессиональной сферой деятельности обучающегося. Для этого рекомендуется изучить примеры на официальном сайте Elcut: https://elcut.ru/coupling_r.htm

Мультифизическая задача представляет собой последовательно решаемые задачи, где результаты решения первой передаются во вторую и определяют ее входные условия. Например, из задачи электрического поля постоянных токов значения мощности тепловыделения могут быть переданы в задачу теплопередачи. Тем самым будет найдена картина установившегося температурного поля при заданных источниках электрического поля в проводящей среде. Типы поддерживаемых связей приведены в таблице.

Типы поддерживаемых связей

Задача 2 \ Задача 1	<u>МС</u>	<u>МПСТ</u>	<u>НсМП</u>	<u>ТП</u>	<u>НсТП</u>	<u>УД</u>
<u>МС</u>	μ	μ	МП ₀			F
<u>МПСТ</u>				P_Q	P_Q	F
<u>НсМП</u>			МП ₀	P_Q	P_Q	F
<u>ЭлСт</u>						F
<u>ЭППсТ</u>				P_Q	P_Q	
<u>ЭППрТ</u>				P_Q	P_Q	F
<u>ТП</u>		T			T_0	T
<u>НсТП</u>		T			T_0	T

Обозначения:

МС – магнитостатика; МПСТ – магнитное поле синусоидальных токов; НсМП – нестационарное магнитное поле; ЭлСт – электростатика; ЭППсТ – электрическое поле постоянных токов; ЭППрТ – электрическое поле переменных токов; ТП – Теплопередача; НсТП – Нестационарная теплопередача; УД - Упругие деформации; МП₀ – начальное распределение магнитного поля; P_Q – мощность тепловыделения; μ – магнитная проницаемость; F – сила; T – температура; T_0 – Начальное распределение температуры

Необходимо сделать замечание, что при решении связанных задач файл геометрии обоих задач единый. Характерные метки модели также едины и не всегда принимают участие в обоих задачах. Поэтому там, где это необходимо обозначить метку как не участвующую в вычислениях.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Руководство пользователя Elcut: [сайт]. - URL: https://elcut.ru/free_doc_r.htm (дата обращения: 15.01.2024). - Текст: электронный.
2. Галерея примеров Elcut: [сайт]. – URL: <https://elcut.ru/examples/index.htm> (дата обращения: 15.01.2024). - Текст: электронный.
3. Романова Е.Б. Практические задания в системе ELCUT / Е. Б. Романова, С. К. Евстропьев, А. Ю. Кузнецов – Санкт-Петербург: Университет ИТМО, 2016. – 47 с. – Текст: непосредственный.
4. Макаричев Ю.А. Численное моделирование в электротехнике с использованием программной среды ELCUT: учеб. пособие / Ю.А. Макаричев, Ю.Н. Иванников. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2020. – 92с.
5. Купова А. В. Моделирование электромагнитных полей элементов технических устройств на базе ELCUT: учебное пособие / А. В. Купова, Е. В. Лановенко, М. С. Портной [и др.] – Санкт-Петербург: ЛЭТИ, 2022. – 96 с. – Текст: непосредственный.
6. Борисов П.А. Потенциальные электрические поля. Учебное пособие по курсам ТОЭ (часть вторая) – теория электромагнитного поля. Электромагнитные поля и волны. / П. А. Борисов, Ю. М. Осипов – Санкт-Петербург: СПб ГУИТМО, 2006 – 108 с. – Текст: непосредственный.
7. Татевосян А. С. Математическое моделирование магнитных полей и сил взаимодействия катушек с током и постоянных магнитов: монография / А. С. Татевосян, А. А. Татевосян, Б. И. Огорелков, Н. В. Захарова – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2019. – 118 с. – Текст: непосредственный.

Учебное издание

Составители:
К.Р. Муратов, к.т.н.
Р.А. Соколов

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ
Методические указания по организации самостоятельной работы и
выполнению лабораторных работ по дисциплине
«Численное моделирование физических полей. Часть 2»
для обучающихся всех форм обучения и направлений подготовки

Составитель:
МУРАТОВ Камиль Рахимчанович
СОКОЛОВ Роман Александрович

В авторской редакции

Подписано в печать _____. Формат 60x90 1/16. Печ. л. 2
Тираж _____ экз. Заказ № _____

Библиотечно-издательский комплекс
федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Тюменский индустриальный университет».
625000, Тюмень, ул. Володарского, 38.

Типография библиотечно-издательского комплекса.
625039, Тюмень, ул. Киевская, 52.