

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
**«УЛЬЯНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**Н. Б. ОВСЯННИКОВА**

**ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ  
ПО ТЕХНИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ**

**СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ,  
ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН**

**Методические указания  
к практическим и самостоятельным занятиям  
по дисциплине «Техническая механика»**

Ульяновск  
УлГТУ  
2012

УДК 531(0.76)  
ББК 38.112 я 7  
О-34

Рецензент доцент кафедры «Теоретическая и прикладная механика»  
строительного факультета Ульяновского государственного  
технического университета Г. В. Беликов

*Одобрено секцией методических пособий  
научно-методического совета университета*

**Овсянникова Н. Б.**

О-34 Задания для самостоятельной работы по технической механике.  
Соппротивление материалов, теория механизмов и машин:  
методические указания к практическим и самостоятельным занятиям  
по дисциплине «Техническая механика» / Н. Б. Овсянникова. –  
Ульяновск : УлГТУ, 2012. – 82 с.

Составлены в соответствии с учебной программой изучения технической  
механики для бакалавров, обучающихся по направлению «Техносферная  
безопасность».

По структуре и содержанию они предназначены для оперативного контроля  
знаний на практических занятиях, зачетах, могут быть использованы студентами  
для самоконтроля.

Работа подготовлена на кафедре теоретической и прикладной механики.

**УДК 531(0.76)  
ББК 38.112. я7**

© Овсянникова Н. Б., 2012.  
© Оформление. УлГТУ, 2012.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
<b>СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ.....</b>	<b>6</b>
1. РАСТЯЖЕНИЕ-СЖАТИЕ .....	6
2. КРУЧЕНИЕ .....	21
3. ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ .....	30
<b>ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН .....</b>	<b>48</b>
1. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ .....	48
2. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ .....	58
3. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ .....	63
ПРИЛОЖЕНИЯ .....	71
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	81
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ .....	82

## ВВЕДЕНИЕ

Высокая квалификация инженеров закладывается при изучении общепрофессиональных дисциплин, к которым относится учебная дисциплина «Техническая механика» и ее разделов «Сопротивление материалов», «Теория механизмов и машин».

Данные методические указания по содержанию и последовательности изложения учебного материала соответствуют утвержденной программе. В нем изложены подробные методики решения типовых задач по сопротивлению материалов и теории механизмов и машин. Перед каждой темой приводятся основные расчетные формулы.

Решение задач выполнено с подробными пояснениями и вычислениями. Расчеты выполняются с соблюдением инженерной формы записи: расчетная формула – подстановка числовых значений в основных единицах системы интернациональной (СИ) с обычной для инженерных расчетов точностью: три значащие цифры (или четыре, если первая цифра единица) – ответ. При определении значений тригонометрических функций берут четыре цифры после запятой. Вычисление реакций опор при построении эпюр внутренних силовых факторов следует выполнять с точностью до трех значащих цифр после запятой. При выполнении расчетов на микрокалькуляторах любого типа необходимо правильно делать округления полученных результатов.

Перед решением или разбором решенных задач, тестовых заданий необходимо проработать теоретический материал по учебнику [1].

*Оформление заданий* необходимо производить с соблюдением основных правил, установленных стандартами к текстовым и графическим документам. К ним относятся:

- выполнение пояснительной записки на стандартных листах формата А4 (210×297 мм);
- пояснение расчетов с чертежами, схемами и рисунками, выполненными в соответствии с ЕСКД;

- наличие ссылок на формулы, указание на источник, из которого берутся справочные данные и т.д.;
- соблюдение правил записи и округления цифровых величин;
- указание единиц измерения физических величин;
- наличие распечаток программ и результатов расчета на ЭВМ;
- наличие выводов по расчетам;
- наличие титульного листа пояснительной записки (приложения 3, 5, 8, 9).

# СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

## 1. РАСТЯЖЕНИЕ–СЖАТИЕ

Если внутренние силы в сечении бруса приводятся только к продольной силе  $N$ , то брус работает на растяжение или сжатие.

*На растяжение* работают: труба магистрального трубопровода при развертывании протаскиванием в продольном направлении, болты фланцевых соединений, буксирный трос, трос подъемника, различные виды рукавов при их эксплуатации; коллекторы полевых заправочных пунктов при их развертывании; трос хлопушки коренных задвижек вертикальных резервуаров.

*На сжатие* работают: стойки эстакад, колонны, фабричные трубы, штанги толкателей газораспределительных механизмов, шатуны двигателей внутреннего сгорания.

Приведем основные формулы для расчета на прочность и жесткость при растяжении и сжатии.

Напряжения в брус при растяжении и сжатии от внешних сил:

$$\sigma = \frac{N}{A},$$

$A$  – площадь поперечного сечения,  $N$  – продольная сила.

Расчет стержня на прочность выполняют по условию ПРОЧНОСТИ:

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} \leq [\sigma],$$

$\sigma$  – нормальное напряжение в поперечное сечение бруса (МПа),  $N$  – продольная сила (Н),  $A$  – площадь поперечного сечения ( $\text{мм}^2$ ),  $[\sigma]$  – допускаемое напряжение (МПа).

**Закон Гука:**

$$\sigma = E\varepsilon,$$

где  $E$  – модуль Юнга (МПа),  $\varepsilon$  – продольная деформация,

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l},$$

где  $\Delta l$  – абсолютное удлинение (мм),  $l$  – начальная длина бруса (мм).

Деформации в стержне при растяжении и сжатии:

от внешних сил

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A},$$

$N$  – продольная сила (Н),  $l$  – начальная длина бруса (мм),  $E$  – модуль Юнга (МПа),  $A$  – площадь поперечного сечения (мм<sup>2</sup>).

Расчет стержня на жесткость выполняют по условию ЖЕСТКОСТИ:  
по абсолютным деформациям:

$$\Delta l_{\max} = \frac{N \cdot l}{E \cdot A} \leq [\Delta l]$$

или по относительным деформациям:

$$\varepsilon_{\max} = \frac{N}{E \cdot A} \leq [\varepsilon].$$

**Задача 1.1.** Для заданного ступенчатого чугунного стержня (рис. 1) построить эпюру продольных сил и подобрать размеры квадратного и круглого поперечных сечений.

**Дано:**

1. Расчетная схема стержня.
2. Внешняя сила  $F = 10$  кН.
3. Пределы прочности материала: чугун СЧ10  
при растяжении  $\sigma_{вр} = 120$  МПа, при сжатии  $\sigma_{вс} = 500$  МПа.
4. Заданный коэффициент запаса прочности  $[n] = 2$ .

**Построить:** эпюру  $N$ , **найти:**  $a$ ;  $d$ .

**Решение.**

1. Разбиваем схему стержня на силовые участки: I, II, III (границами участка являются сечения, где приложены силы и изменяются размеры поперечного сечения).

2. Применяем метод сечений на каждом участке и определяем значение продольной силы:

I участок:  $0 \leq z_1 \leq l_3 = 3 \text{ м}$ ,

$$N_I = 3 \cdot F = 3 \cdot 10 = 30 \text{ кН, const по } l_3;$$

II участок:  $0 \leq z_2 \leq l_2 = 2 \text{ м}$ ,

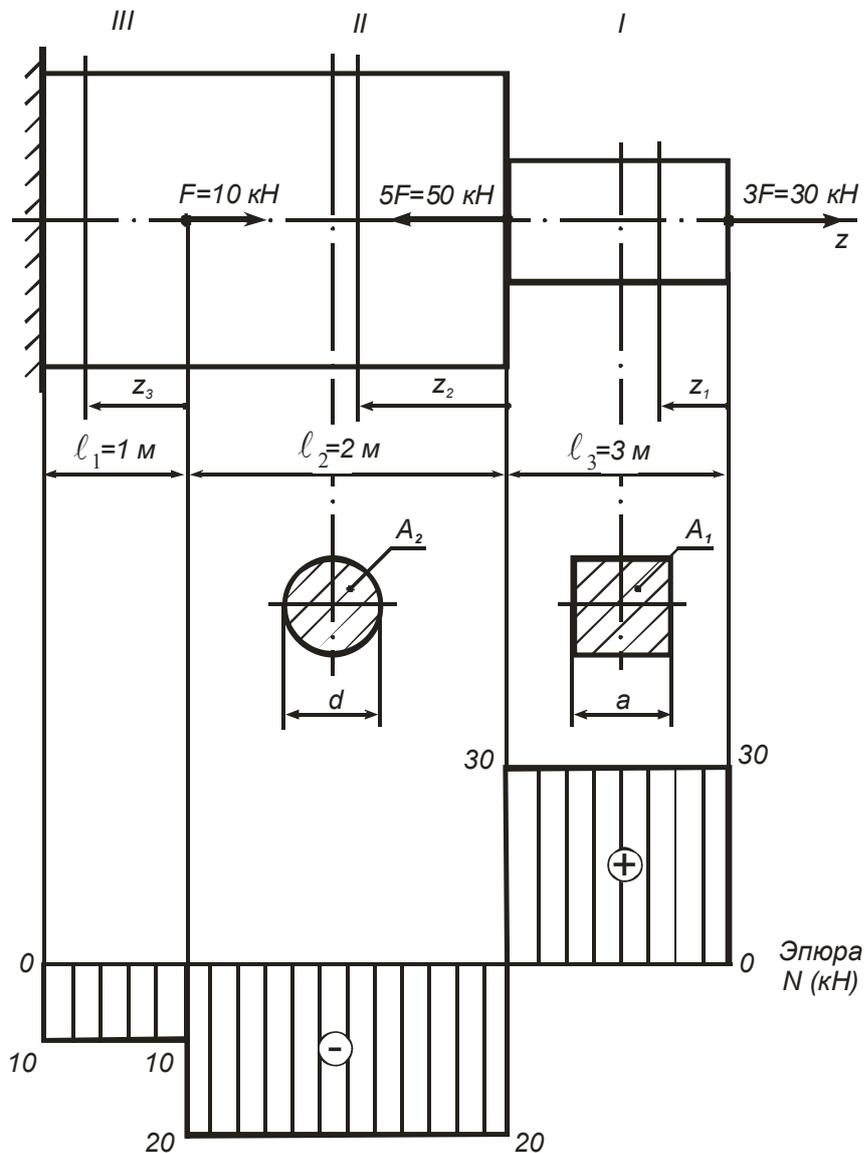


Рис. 1

$$N_{II} = 3 \cdot F - 5 \cdot F = 3 \cdot 10 - 5 \cdot 10 = -20 \text{ кН, const по } l_2;$$

III участок:  $0 \leq z_3 \leq l_1 = 1 \text{ м,}$

$$N_{III} = 3 \cdot F - 5 \cdot F + F = 3 \cdot 10 - 5 \cdot 10 + 10 = -10 \text{ кН, const по } l_1.$$

3. Строим по результатам расчета эпюру продольных сил: эпюра  $N$ , (кН) (рис. 1).

4. Подбираем из условия прочности при растяжении–сжатии размеры квадратного и круглого сечений:

а) квадратное сечение:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_I}{A_1} \leq [\sigma],$$

где  $[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{вр}}}{[n]} = \frac{120}{2} = 60 \text{ МПа.}$

Принимаем  $\sigma_{\max} = [\sigma]$ , имеем  $\frac{N_I}{A_1} = [\sigma] \Rightarrow$

$$A_1 = \frac{N_I}{[\sigma]} = \frac{30 \cdot 10^3}{60 \cdot 10^6} = 0,0005 \text{ м}^2.$$

$$A_1 = a^2 \Rightarrow a_p = \sqrt{A_1} = \sqrt{0,0005} = 0,0224 \text{ м} = 22,4 \text{ мм.}$$

$a_p$  – расчетное значение стороны квадрата (приложение 1):

$$a_1 = 22 \text{ мм, } a_2 = 32 \text{ мм.}$$

Проверяем возможность взятия меньшего размера  $a_1 = 22 \text{ мм,}$

$$\sigma_1 = \frac{N_I}{A_1} = \frac{N_I}{a_1^2} = \frac{30 \cdot 10^3}{22^2 \cdot 10^{-6}} = 62,0 \cdot 10^6 \text{ Па} = 62,0 \text{ МПа} > [\sigma] = 60 \text{ МПа} - \text{имеем перегрузку.}$$

Считаем коэффициент перегрузки:

$$k = \frac{\sigma_1 - [\sigma]}{[\sigma]} \cdot 100\% = \frac{62 - 60}{60} \cdot 100\% = 3,33\% < 5\%.$$

**Вывод:** такая перегрузка допускается, поэтому принимаем размер стороны квадрата  $a = a_1 = 22 \text{ мм.}$

б) круглое сечение:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{II}}{A_2} \leq [\sigma],$$

где  $[\sigma] = \frac{\sigma_{вс}}{[n]} = \frac{500}{2} = 250 \text{ МПа}$ .

Принимаем  $\sigma_{\max} = [\sigma]$ , имеем  $\frac{N_{II}}{A_2} = [\sigma] \Rightarrow A_2 = \frac{N_{II}}{[\sigma]} = \frac{20 \cdot 10^3}{250 \cdot 10^6} = 0,00008 \text{ м}^2$ ,

$$A_2 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \Rightarrow d_p = \sqrt{\frac{4 \cdot A_2}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,00008}{3,14}} = 0,01010 \text{ м} = 10,10 \text{ мм}.$$

$d_p$  – расчетное значение диаметра (приложение 1):

$$d_1 = 10 \text{ мм}, d_2 = 11 \text{ мм}.$$

Проверяем возможность выбора меньшего размера  $d_1 = 10 \text{ мм}$ .

$$\sigma_1 = \frac{N_{II}}{A_2} = \frac{N_{II} \cdot 4}{\pi \cdot d_1^2} = \frac{20 \cdot 10^3 \cdot 4}{3,14 \cdot 10^2 \cdot 10^{-6}} = 255 \cdot 10^6 \text{ Па} = 255 \text{ МПа} > [\sigma] = 250 \text{ МПа} - \text{имеем}$$

перегрузку.

Считаем коэффициент перегрузки:

$$k_1 = \frac{\sigma_1 - [\sigma]}{[\sigma]} \cdot 100\% = \frac{255 - 250}{250} \cdot 100\% = 2\% < 5\%.$$

**Вывод:** такая перегрузка допускается, поэтому принимаем размер круга  $d = d_1 = 10 \text{ мм}$ .

**Задача 1.2.** Для стального стержня (рис. 2) со ступенчато-переменным поперечным сечением требуется:

- 1) построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений;
- 2) проверить прочность;
- 3) определить перемещение сечения D–D относительно заделки.

**Дано:**

1. Расчетная схема стержня.

2. Размеры стержня:  $l_1 = 3 \text{ м}$ ,  $l_2 = 1 \text{ м}$ ,  $l_3 = 1 \text{ м}$ ,  $l_4 = 1 \text{ м}$ ,  $A_1 = 4 \text{ см}^2$ ,  $A_2 = 8 \text{ см}^2$ .

3. Внешние силы:  $F_1 = 30 \text{ кН}$ ,  $F_2 = 20 \text{ кН}$ .
4. Предел текучести материала  $\sigma_T = 250 \text{ МПа}$ , Ст. 3.
5. Заданный коэффициент запаса прочности  $[n] = 2$ .

**Построить:** эпюры  $N$  и  $\sigma$ , **найти**  $\sigma_{\max}$ ;  $\Delta_{D-D}$ .

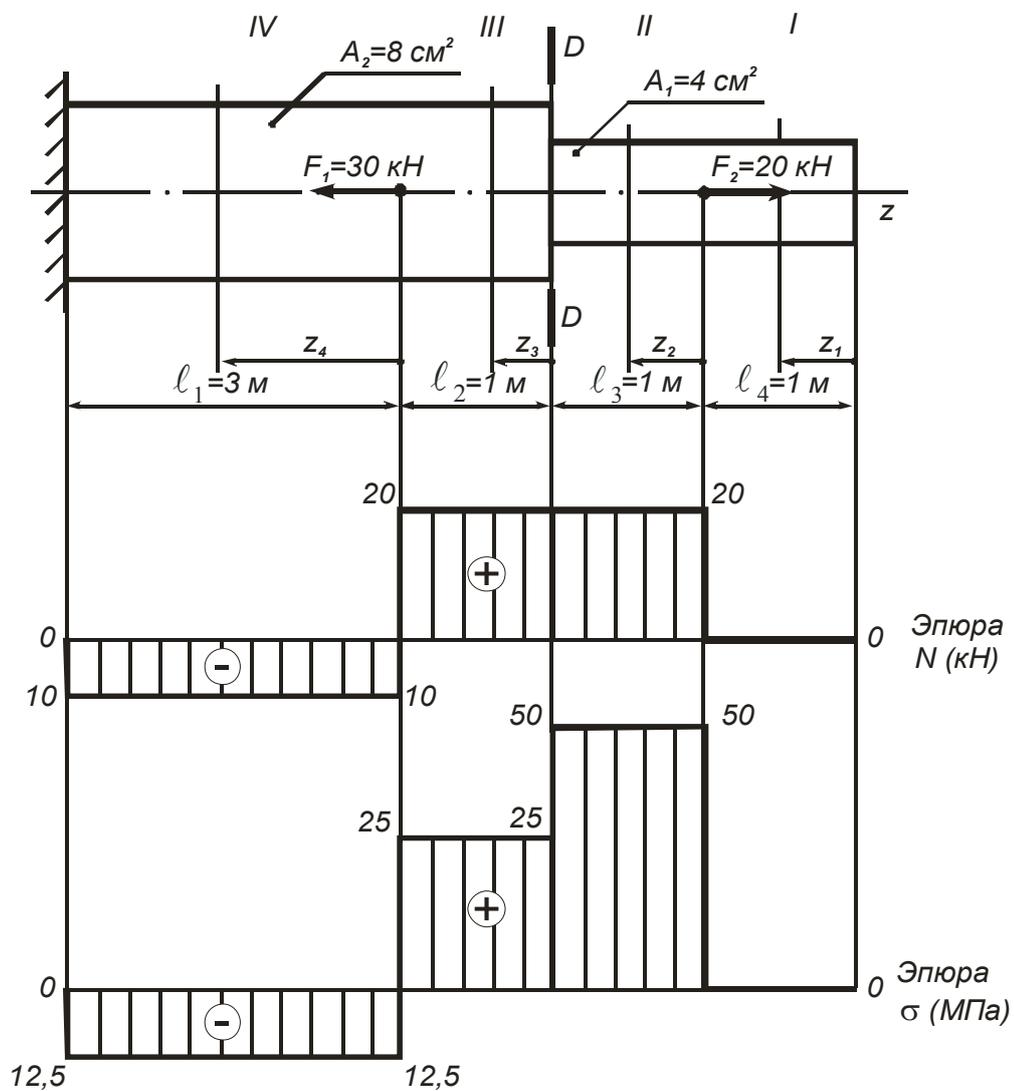


Рис. 2

### Решение.

1. Разбиваем схему стержня на силовые участки: I, II, III (границами участка являются сечения, где приложены силы и изменяются размеры поперечного сечения).

2. Применяем метод сечений на каждом участке и определяем значения продольной силы и нормального напряжения:

I участок:  $0 \leq z_1 \leq l_4 = 1 \text{ м}$ ,

$$N_I = 0, \text{ const по } l_4,$$

$$\sigma_I = 0, \text{ const по } l_4;$$

II участок:  $0 \leq z_2 \leq l_3 = 1 \text{ м}$ ,

$$N_{II} = F_2 = 20 \text{ кН}, \text{ const по } l_3,$$

$$\sigma_{II} = \frac{N_{II}}{A_1} = \frac{20 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^{-4}} = 50 \cdot 10^6 \text{ Па} = 50 \text{ МПа}, \text{ const по } l_3;$$

III участок:  $0 \leq z_3 \leq l_2 = 1 \text{ м}$ ,

$$N_{III} = F_2 = 20 \text{ кН}, \text{ const по } l_2$$

$$\sigma_{III} = \frac{N_{III}}{A_2} = \frac{20 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^{-4}} = 25 \cdot 10^6 \text{ Па} = 25 \text{ МПа}, \text{ const по } l_2;$$

IV участок:  $0 \leq z_4 \leq l_1 = 3 \text{ м}$ ,

$$N_{IV} = F_2 - F_1 = 20 - 30 = -10 \text{ кН}, \text{ const по } l_1,$$

$$\sigma_{IV} = \frac{N_{IV}}{A_2} = \frac{-10 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^{-4}} = -12,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = -12,5 \text{ МПа}, \text{ const по } l_1.$$

3. Строим по результатам расчета эпюры продольных сил и нормальных напряжений: эпюра  $N$ , (кН); эпюра  $\sigma$ , (МПа) (рис. 2).

4. Проверяем прочность стержня исходя из условия прочности при растяжении-сжатии:

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} \leq [\sigma],$$

где  $[\sigma] = \frac{\sigma_m}{[n]} = \frac{250}{2} = 125 \text{ МПа}$ .

Максимальное напряжение стержня на II участке:

$$\sigma_{\max} = \sigma_{II} = 50 \text{ МПа} < [\sigma] = 125 \text{ МПа}.$$

**Вывод:** прочность стержня обеспечена.

5. Определяем перемещение сечения D–D относительно заделки.

Исходим из закона Гука:

$$\begin{aligned} \Delta_{D-D} &= \Delta_{III} + \Delta_{IV} = \frac{N_{III} \cdot \ell_2}{E \cdot A_2} + \frac{N_{IV} \cdot \ell_1}{E \cdot A_2} = \\ &= \frac{20 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 8 \cdot 10^{-4}} - \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 3}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 8 \cdot 10^{-4}} = -0,0625 \cdot 10^{-3} \text{ м} = -0,0625 \text{ мм}. \end{aligned}$$

**Вывод:** сечение D–D переместится влево на 0,0625 мм.

**Задача 1.3.** Для стального ступенчатого стержня (рис. 3) требуется: построить эпюры продольных сил  $N$  и нормальных напряжений  $\sigma$ ; проверить прочность стержня, если он изготовлен из стали Ст. 3 с пределом текучести  $\sigma_m = 240 \text{ МПа}$ , а коэффициент запаса прочности по пределу текучести  $n_m = 1,5$ . Определить перемещение (величину и направление) сечения D–D, если модуль продольной упругости стали  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

*Примечание.* Собственный вес бруса не учитывать.

**Дано:**  $F_1 = 30 \text{ кН}$ ;  $F_2 = 90 \text{ кН}$ ;  $A_1 = 2 \text{ см}^2$ ;  $A_2 = 5 \text{ см}^2$ ;  $l_1 = 1,5 \text{ м}$ ;  $l_2 = 0,5 \text{ м}$ ;  $l_3 = 1 \text{ м}$ .

**Построить:** эпюры  $N$  и  $\sigma$ , **найти:**  $\sigma_{\max}$ ;  $\Delta_{D-D}$ .

**Решение.**

1. Разбиваем схему стержня на силовые участки со стороны свободного конца: I, II, III (границами участка являются сечения, где приложены силы и изменяются размеры поперечного сечения).

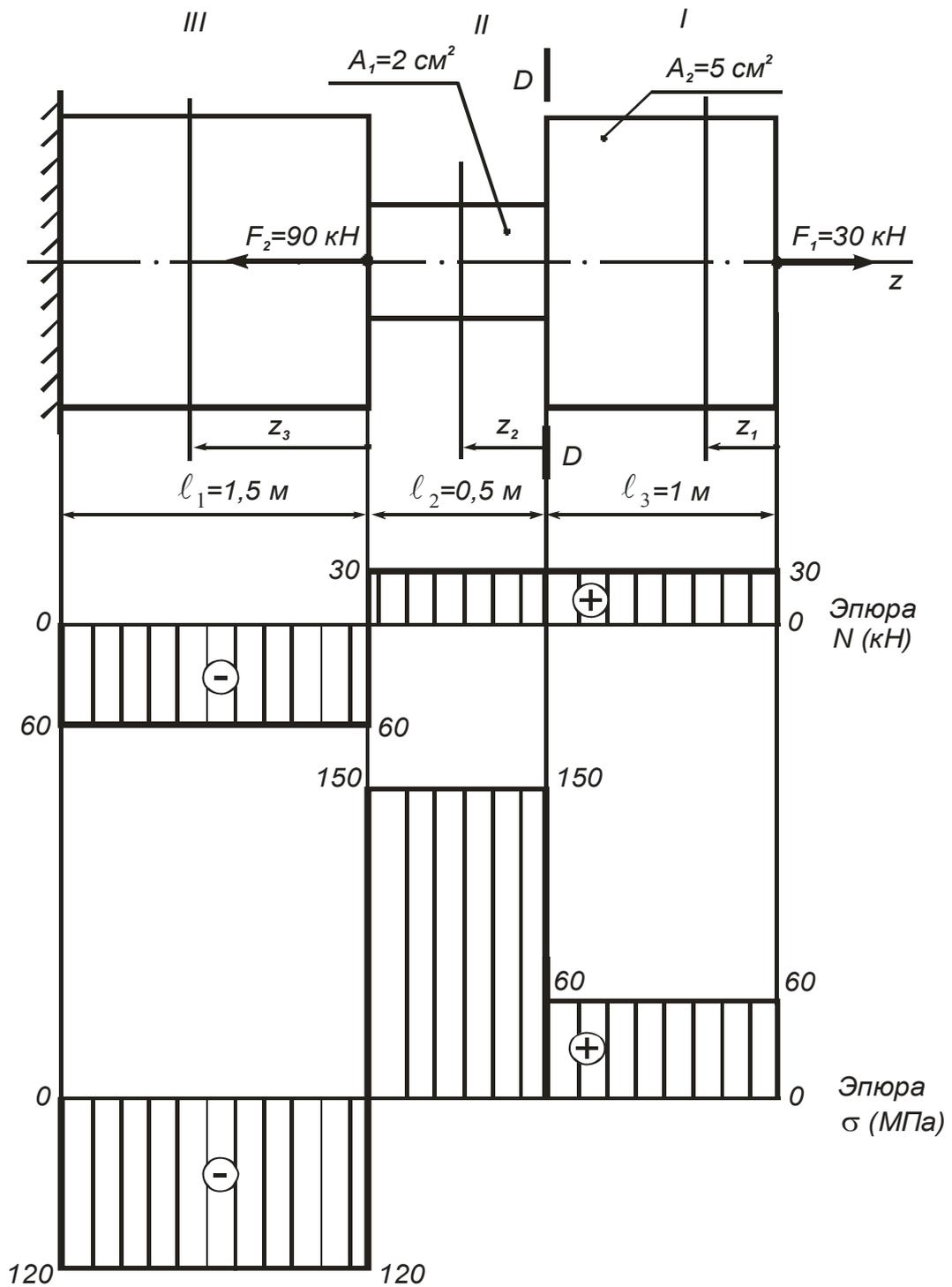


Рис. 3

2. Применяем метод сечений на каждом участке и определяем значения продольной силы и нормального напряжения:

I участок:  $0 \leq z_1 \leq l_3 = 1,5$  м,

$$N_I = F_1 = 30 \text{ кН, const по } \ell_1,$$

$$\sigma_I = \frac{N_I}{A_2} = \frac{30 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^{-4}} = 60 \cdot 10^6 \text{ Па} = 60 \text{ МПа, const по } \ell_3;$$

II участок:  $0 \leq z_2 \leq \ell_2 = 0,5 \text{ м},$

$$N_{II} = F_I = 30 \text{ кН, const по } \ell_2,$$

$$\sigma_{II} = \frac{N_{II}}{A_I} = \frac{30 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-4}} = 150 \cdot 10^6 \text{ Па} = 150 \text{ МПа, const по } \ell_2;$$

III участок:  $0 \leq z_3 \leq \ell_3 = 1 \text{ м},$

$$N_{III} = F_I - F_2 = 30 - 90 = -60 \text{ кН, const по } \ell_3,$$

$$\sigma_{III} = \frac{N_{III}}{A_2} = \frac{-60 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^{-4}} = -120 \cdot 10^6 \text{ Па} = -120 \text{ МПа, const по } \ell_3.$$

3. Строим по результатам расчета эпюры  $N$  и  $\sigma$ .

Определяем допускаемое напряжение:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_m}{n_m} = \frac{240}{1,5} = 160 \text{ МПа}.$$

Проверяем прочность стержня. Опасным будет второй силовой участок, где

$$\sigma_{\max} = \sigma_{II} = 150 \text{ МПа} < [\sigma] = 160 \text{ МПа}.$$

**Вывод:** прочность стержня обеспечена, имеет место недогрузка.

Коэффициент недогрузки:

на первом силовом участке:

$$k_1 = \frac{\sigma_I - [\sigma]}{[\sigma]} \cdot 100\% = \left| \frac{60 - 160}{160} \cdot 100\% \right| = 62,5\%;$$

на втором силовом участке:

$$k_2 = \frac{\sigma_{II} - [\sigma]}{[\sigma]} \cdot 100\% = \left| \frac{150 - 160}{160} \cdot 100\% \right| = 6,25\%;$$

на третьем силовом участке:

$$k_3 = \frac{\sigma_{III} - [\sigma]}{[\sigma]} \cdot 100\% = \left| \frac{120 - 160}{160} \cdot 100\% \right| = 25\%.$$

Недогрузка больше 5% не допускается. Поэтому необходимо подобрать площади поперечных сечений участков бруса из условия прочности при растяжении-сжатии.

$$A_1 = \frac{N_I}{[\sigma]} = \frac{30 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 1,875 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 1,875 \text{ см}^2,$$

$$A_2 = \frac{N_{II}}{[\sigma]} = \frac{30 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 1,875 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 1,875 \text{ см}^2,$$

$$A_3 = \frac{N_{III}}{[\sigma]} = \frac{60 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 3,75 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 3,75 \text{ см}^2.$$

При необходимости величины площадей можно округлить.

#### 4. Определим перемещение сечения D–D.

Перемещение сечения D–D зависит от деформации участков бруса, расположенных между заделкой и сечением D–D.

В данном случае имеем:

$$\Delta_{D-D} = \Delta \ell_{II} + \Delta \ell_{III} = \frac{N_{II} \cdot \ell_2}{E \cdot A_1} + \frac{N_{III} \cdot \ell_3}{E \cdot A_2} = \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} -$$

$$- \frac{60 \cdot 10^3 \cdot 1,5}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = -0,525 \cdot 10^{-3} \text{ м} = -0,525 \text{ мм}.$$

**Вывод:** сечение D–D переместится на 0,525 мм влево (по схеме), т.к.  $\Delta_{D-D} < 0$ .

## ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

### СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАНИЯ

В задании «Расчет стержня при растяжении и сжатии» предусматривается применение метода сечений для определения внутренних силовых факторов, расчет на прочность и определение перемещений прямого ступенчатого стержня, находящегося под действием внешних сил, направленных вдоль его оси.

*Исходные данные для выполнения задания:*

- схема нагружения стержня;
- числовые значения геометрических параметров;
- внешние силы;
- механические характеристики материала.

**Задача.** Для заданного ступенчатого стального стержня (сталь Ст. 3) требуется:

1. Построить эпюру продольных сил.
2. Построить эпюру нормальных напряжений.
3. Проверить прочность (предел текучести  $\sigma_T = 240$  МПа, коэффициент запаса прочности по пределу текучести  $[n] = 1,5$ ).
4. Определить перемещение свободного конца стержня ( $E = 2 \cdot 10^5$  МПа).

**Примечания:**

1. Номер схемы и варианта указываются преподавателем (приложение 2).
2. Варианты схем нагружения даны на рис. 4.
3. Титульный лист пояснительной записки оформляется в соответствии с приложением 3.

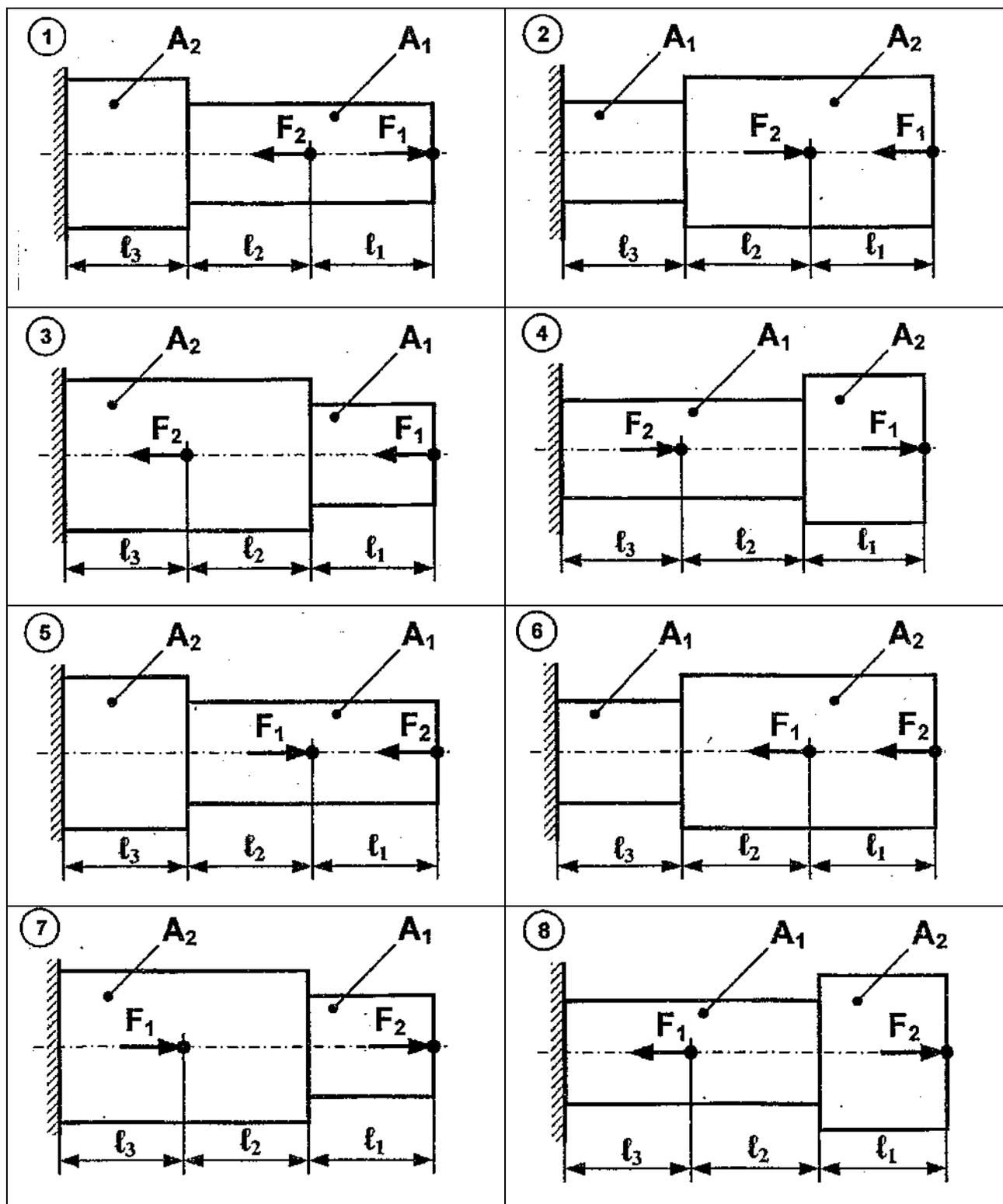


Рис.4. Расчетные схемы к заданию  
«Расчет стержня при растяжении и сжатии»

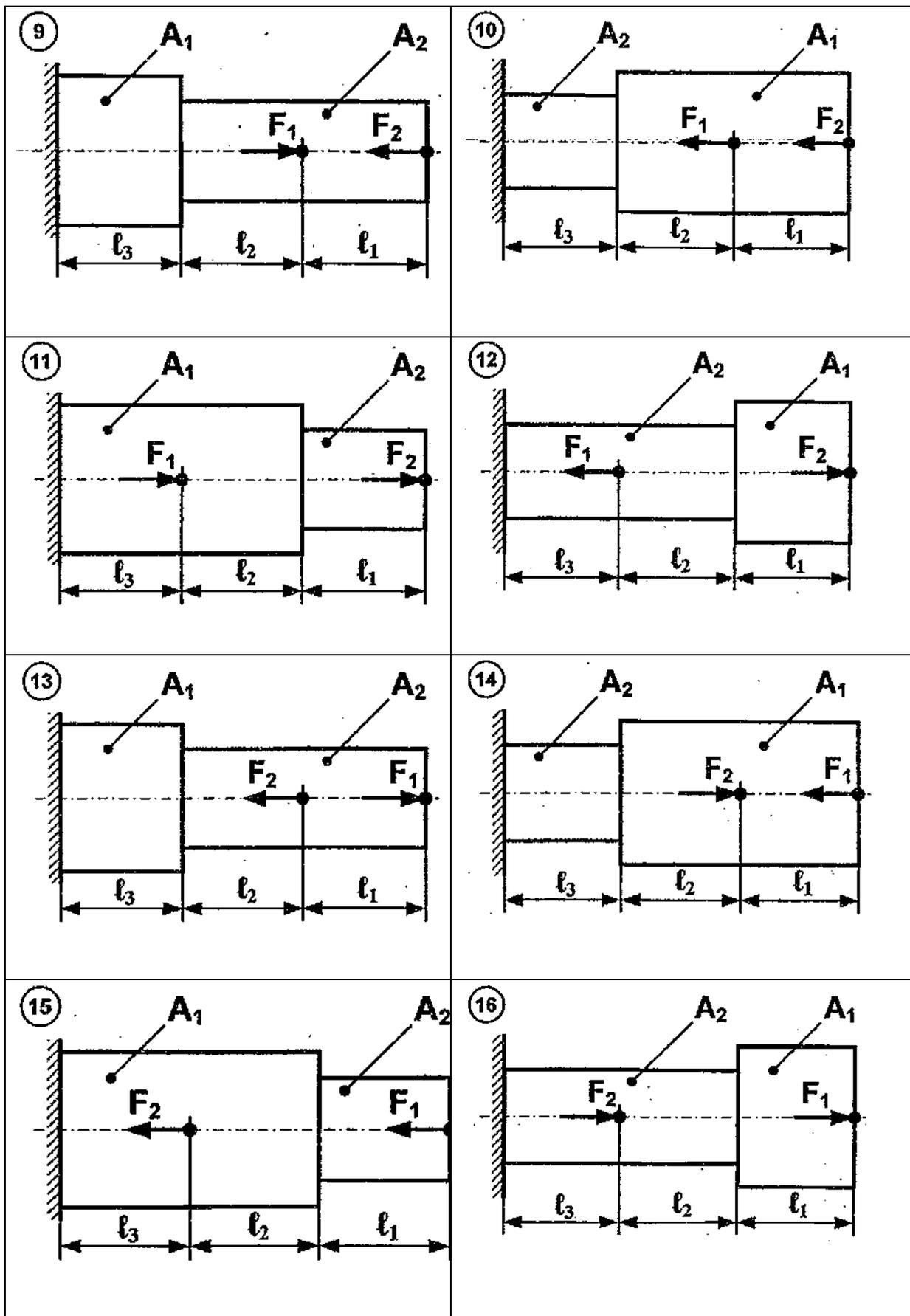


Рис. 4. Расчетные схемы к заданию

«Расчет стержня при растяжении и сжатии» (окончание)

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

**Расчетно-проектировочное задание «Расчет стержня при растяжении и сжатии» выполняется в следующем порядке:**

- вычерчивают расчетную схему стержня;
- разбивают схему стержня на силовые участки;
- определяют методом сечений величину продольной силы на каждом участке;
- по результатам расчета строят эпюру продольных сил;
- вычисляют нормальные напряжения в поперечных сечениях стержня;
- по результатам расчета строят эпюру нормальных напряжений;
- проверяют прочность стержня исходя из условия прочности при растяжении-сжатии;
- определяют перемещение свободного конца стержня как сумму удлинений (укорочений) участков стержня, вычисленных по формуле Гука.

## 2. КРУЧЕНИЕ

Если внутренние силы в поперечном сечении бруса приводятся только к моменту, действующему относительно его продольной оси, то брус испытывает деформацию кручения.

Брус, работающий на кручение, называют *валом*.

*На кручение* работают: карданные валы, вал рулевого управления, полуоси автомобиля, валы муфт сцепления, торсионы танка, выходные концы валов редуктора, направляющий винт задвижки и другие.

При кручении в сечении вала возникает один внутренний силовой фактор – крутящий момент  $T_k$ , который часто обозначают  $M_z$ .

### **Основные формулы для расчета вала на прочность и жесткость.**

*Касательное напряжение* в сечении вала определяется по формуле

$$\tau_\rho = \frac{T_k \cdot \rho}{J_p},$$

где  $J_p$  – полярный момент инерции сечения,  $\rho$  – текущий радиус.

### **Условие прочности при кручении**

$$\tau_{\max} = \frac{T_k}{W_p} \leq [\tau],$$

где  $\tau_{\max}$  – максимальное касательное напряжение в поперечном сечении вала при кручении (МПа),  $T_k$  – крутящий момент (Н·м),  $W_p$  – полярный момент сопротивления сечения (м<sup>3</sup>),  $[\tau]$  – допускаемое касательное напряжение при кручении.

Полярный момент сопротивления

*сплошного круглого сечения:*

$$W_p = \frac{\pi \cdot D^3}{16} \approx 0,2 \cdot d^3,$$

*кольцевого сечения:*

$$W_p = \frac{\pi \cdot D^3}{16} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{d}{D} \right)^4 \right] \approx 0,2 \cdot D^3 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{d}{D} \right)^4 \right],$$

где  $d$  – внутренний диаметр.

Угол закручивания вала длиной  $L$  в град:

$$\varphi = \frac{T_k \cdot L}{G \cdot J_p} \cdot \frac{180^\circ}{\pi},$$

где  $L$  – длина вала,  $J_p$  – полярный момент инерции сечения,  $G$  – модуль упругости при сдвиге.

**Условие жесткости при кручении:**

$$\theta_{\max} = \frac{\max T_k}{G \cdot J_p} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \leq [\theta],$$

где  $[\theta]_{\max}$  – максимальный относительный угол закручивания вала (град/м),  $[\theta]$  – допускаемое значение относительного угла закручивания.

### Полярный момент инерции

*сплошного круглого сечения:*

$$J_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \approx 0,1 \cdot d^4,$$

*кольцевого сечения*

$$J_p \approx 0,1 \cdot D^4 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{d}{D} \right)^4 \right].$$

Крутящий момент  $T_k$  через передаваемую мощность  $N$  и угловую скорость  $\omega$  определяется по формуле:

$$T_k = N / \omega.$$

**Задача 2.1.** Для заданной схемы нагружения вала сплошного круглого сечения (рис. 5) требуется: построить эпюру крутящих моментов, подобрать диаметр вала из условия прочности при кручении, построить эпюру углов закручивания и проверить жесткость вала, если  $[\theta] = 4$  град/м,  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа.

**Дано:**

$$l_1 = 1 \text{ м}, \quad l_2 = 1,5 \text{ м}, \quad l_3 = 2 \text{ м}, \quad M_1 = 1,2 \text{ кН} \cdot \text{м}, \quad M_2 = 1,8 \text{ кН} \cdot \text{м}, \quad M_3 = 0,8 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$[\tau] = 90 \text{ МПа}, \quad G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}, \quad [\theta] = 4 \text{ град/м}.$$

**Построить:** эпюру  $T_k$ , **найти**  $d$ .

**Решение.**

1. Разбиваем схему вала на силовые участки: I, II, III (со стороны свободного конца). Границами участков служат сечения, где приложены моменты:  $M_3, M_2, M_1$ .

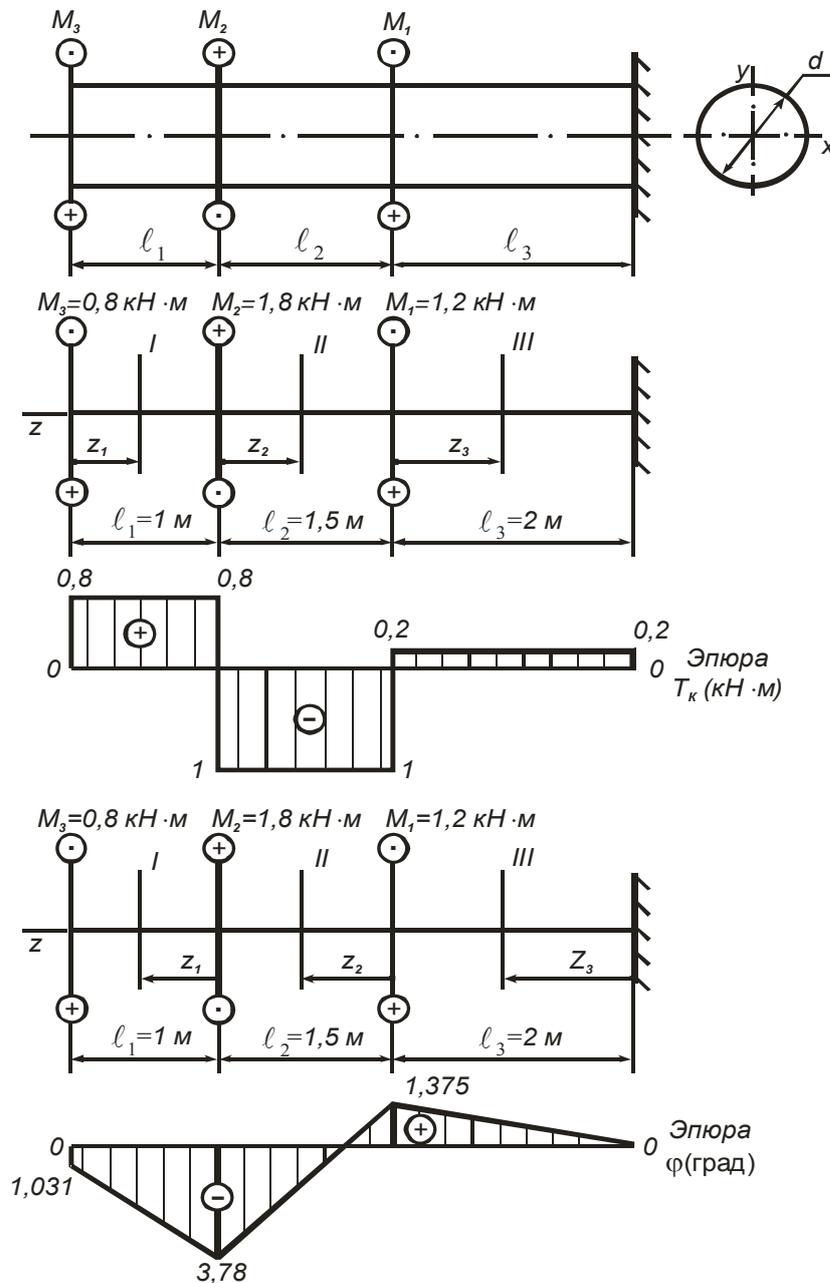


Рис. 5

2. Рассчитываем эпюру крутящих моментов, применяя метод сечений на каждом силовом участке:

I участок:  $0 \leq z_1 \leq \ell_1 = 1 \text{ м}$ ,

$$T_{k_I} = M_3 = 0,8 \text{ кН}\cdot\text{м}, \text{ const по } \ell_1;$$

II участок:  $0 \leq z_2 \leq \ell_2 = 1,5 \text{ м}$ ,

$$T_{k_{II}} = M_3 - M_2 = 0,8 - 1,8 = -1,0 \text{ кН}\cdot\text{м}, \text{ const по } \ell_2;$$

III участок:  $0 \leq z_3 \leq \ell_3 = 2 \text{ м}$ ,

$$T_{k_{III}} = M_3 - M_2 + M_1 = 0,8 - 1,8 + 1,2 = 0,2 \text{ кН}\cdot\text{м}, \text{ const по } \ell_3.$$

3. Строим по результатам расчета эпюру крутящих моментов  $T_k$ .

**Вывод:** все сечения II участка равноопасны:  $T_{k_{II}} = \max T_k = 1 \text{ кН}\cdot\text{м}$ .

4. Из условия прочности при кручении:

$$\tau_{\max} = \frac{\max T_k}{W_p} \leq [\tau].$$

$$\tau_{\max} = \frac{\max T_k}{W_p} = \frac{\max T_k}{\frac{0,2d^3}{16}} = \frac{16 \max T_k}{0,2d^3} \leq [\tau].$$

имеем  $d_p = \sqrt[3]{\frac{\max T_k}{0,2 \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{1 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 90 \cdot 10^6}} = 0,0382 \text{ м} = 38,2 \text{ мм}$ ,

$d_p$  – расчетное значение диаметра вала,

$d_1 = 38 \text{ мм}$ ,  $d_2 = 40 \text{ мм}$  (приложение 1).

Проверяем возможность принятия меньшего размера  $d_1 = 38 \text{ мм}$ :

$$\tau_1 = \frac{\max T_k}{0,2 \cdot d_1^3} = \frac{1 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 38^3 \cdot 10^{-9}} = 91,1 \cdot 10^6 \text{ Па} = 91,1 \text{ МПа} > [\tau] = 90 \text{ МПа} -$$

перегрузка вала.

Коэффициент перегрузки:

$$k = \frac{\tau_1 - [\tau]}{[\tau]} \cdot 100\% = \frac{91,1 - 90}{90} \cdot 100\% = 1,244\% < 5\%.$$

**Вывод:** такая перегрузка допускается; принимаем диаметр вала  $d = d_1 = 38$  мм.

5. Рассчитываем эпюру углов закручивания.

Расчет углов ведем с сечения вала в заделке, в котором угол закручивания равен нулю.

$$\varphi_z = \frac{T_k \cdot z}{G \cdot J_p} \cdot \frac{180}{\pi} = \frac{T_k \cdot z}{\frac{G \cdot J_p \cdot \pi}{180}},$$

где  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа – для стали,  $J_p \approx 0,1 \cdot d^4$ .

Для упрощения дальнейших вычислений определяем величину:

$$\frac{G \cdot J_p \cdot \pi}{180} = \frac{8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0,1 \cdot (0,038)^4 \cdot 3,14}{180} \approx 291 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{град}}.$$

Тогда

$$\varphi_z = \frac{T_k \cdot z}{291}.$$

III участок:  $0 \leq z_3 \leq \ell_3 = 2$  м

$$\varphi_{z_3} = \frac{T_{k_{III}} \cdot z_3}{291};$$

$$\text{при } z_3 = 0 \quad \varphi_{z_3} = \frac{0,2 \cdot 10^3 \cdot 0}{291} = 0,$$

$$\text{при } z_3 = \ell_3 = 2 \text{ м} \quad \varphi_{z_3=\ell_3} = \frac{0,2 \cdot 10^3 \cdot 2}{291} = 1,375^\circ;$$

II участок:  $0 \leq z_2 \leq \ell_2 = 1,5$  м,

$$\varphi_{z_2} = \varphi_{z_3=\ell_3} + \frac{T_{k_{II}} \cdot z_2}{291};$$

$$\text{при } z_2 = 0 \quad \varphi_{z_2=0} = \varphi_{z_3=\ell_3} = 1,375^\circ,$$

$$\text{при } z_2 = 1,5 \text{ м} \quad \varphi_{z_2=\ell_2} = \varphi_{z_3=\ell_3} + \frac{T_{k_{II}} \cdot \ell_2}{291} = 1,375 + \frac{-1 \cdot 10^3 \cdot 1,5}{291} = -3,78^\circ;$$

I участок:  $0 \leq z_1 \leq \ell_1 = 1$  м,

$$\varphi_{z_1} = \varphi_{z_2=\ell_2} + \frac{T_{k_I} \cdot z_1}{291};$$

при  $z_1 = 0$   $\varphi_{z_1} = \varphi_{z_2=\ell_2} = -3,78^\circ$ ,

при  $z_1 = 1,0 \text{ м}$   $\varphi_{z_1} = \varphi_{z_2=\ell_2} + \frac{T_{k_I} \cdot \ell_1}{291} = -3,78 + \frac{0,8 \cdot 10^3 \cdot 1}{291} = -1,031^\circ$ .

6. Строим по результатам расчета эпюру углов закручивания.

7. Проверяем жесткость вала

$$\theta_{\max} = \frac{\max T_k''}{G \cdot J_p} \cdot \frac{180}{\pi} \approx \frac{\max T_k''}{291} = \frac{1 \cdot 10^3}{291} \approx 3,44 < [\theta] = 4 \text{ град/м.}$$

**Вывод:** условие жесткости выполняется.

## ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

### СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАНИЯ

В задании «Расчет вала при кручении» предусматривается применение метода сечений для определения внутренних силовых факторов, расчет на прочность и определение величины углов закручивания вала.

*Исходные данные для выполнения задания:*

- схема нагружения вала;
- числовые значения геометрических параметров;
- внешние моменты;
- механические характеристики материала.

**Задача.** Для заданной схемы нагружения круглого стального вала требуется: построить эпюру крутящих моментов, подобрать диаметр вала из условия прочности при кручении, построить эпюру углов закручивания и проверить жесткость вала ( $G = 8 \cdot 10^4$  МПа).

#### **Примечания:**

1. Номер схемы и варианта указываются преподавателем (приложение 4).
2. Варианты схем нагружения даны на рис. 6.
3. Титульный лист пояснительной записки оформляется в соответствии с приложением 5.

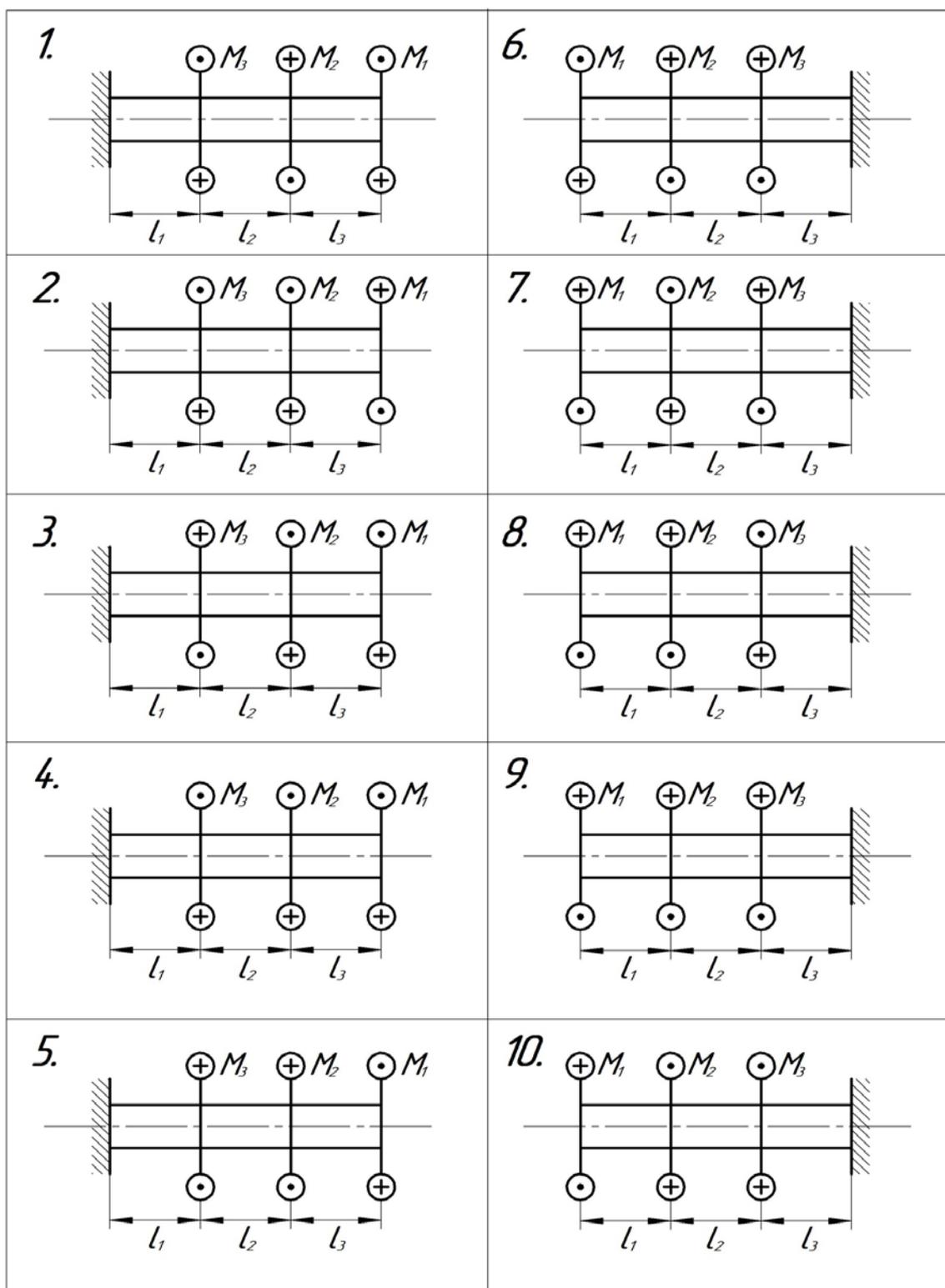


Рис. 6. Расчетные схемы к заданию «Расчет вала при кручении»

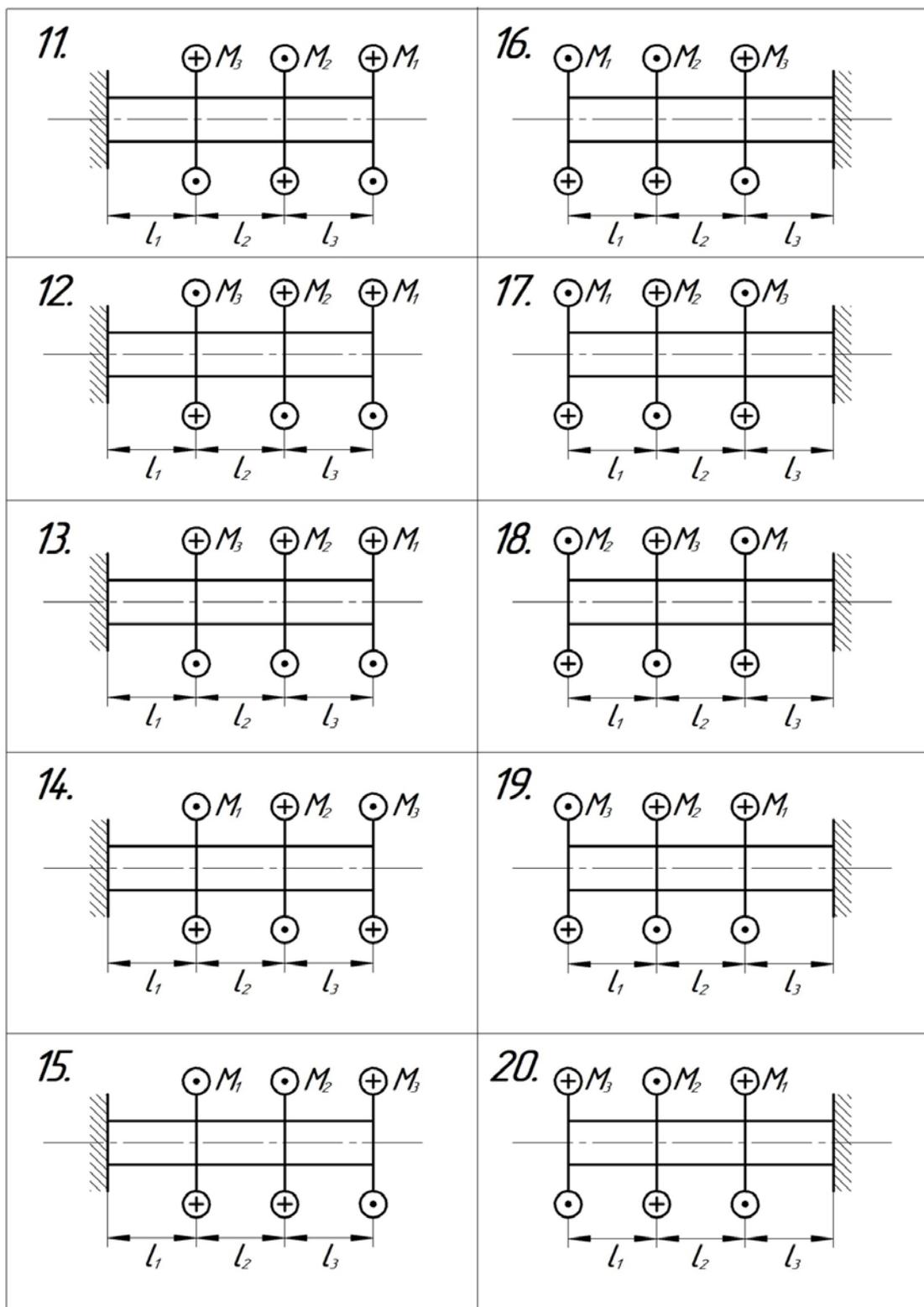


Рис. 6. Расчетные схемы к заданию «Расчет вала при кручении» (окончание)

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

### Расчетно-проектировочное задание «Расчет вала при кручении»

выполняется в следующем порядке:

- вычерчивают расчетную схему вала;
- разбивают схему вала на силовые участки;
- определяют методом сечений величину крутящих моментов на каждом силовом участке;
- по результатам расчета строят эпюру крутящих моментов;
- определяют из условия прочности при кручении диаметр вала;
- строят расчетную схему углов закручивания;
- определяют методом сечений величину углов закручивания на каждом силовом участке;
- строят по результатам расчета эпюру углов закручивания;
- вычисляют максимальный относительный угол закручивания и проверяют жесткость вала.

### 3. ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ

При растяжении-сжатии, кручении прямых брусьев их оси, прямые до деформации, остаются прямыми и после деформации. В отличие от этих видов деформации, изгиб представляет собой такую деформацию, при которой происходит искривление оси прямого бруса или изменение кривизны осей кривого бруса. Осью бруса называется геометрическое место точек центров тяжести поперечных сечений бруса, т. е. сечений нормальных к оси бруса.

Брус, работающий в основном на изгиб, называют *балкой*.

На изгиб работают: пластинчатые рессоры, балка заднего моста автомобиля, зубья зубчатых колес, различные рычаги, оси и др. детали.

При плоском изгибе в сечении балки возникают два внутренних силовых фактора: изгибающий момент  $M_u$  ( $M_x$  или  $M_y$ ) и поперечная сила  $Q$  ( $Q_y$  или  $Q_x$ ).

### Основные формулы для расчета балки на прочность

Нормальное напряжение в сечении балки определяется по формуле

$$\sigma_y = \frac{M_x \cdot y}{J_x},$$

где  $J_x$  – осевой момент инерции поперечного сечения ( $\text{м}^4$ ),  $y$  – координата точки, в которой определяется напряжение (м).

**Условие прочности по нормальным напряжениям при плоском изгибе:**

$$\sigma_{\max} = \frac{\max M_x}{W_x} \leq [\sigma],$$

где  $\sigma_{\max}$  – максимальное нормальное напряжение в опасных точках поперечного сечения балки (МПа), изгибающий момент (Н·м),  $W_x$  – осевой момент сопротивления поперечного сечения балки ( $\text{м}^4$ ),  $[\sigma]$  – допускаемое нормальное напряжение при изгибе (МПа).

Осевой момент сопротивления

*для прямоугольного сечения:*

$$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6}; \quad W_y = \frac{h \cdot b^2}{6};$$

*для круглого сечения:*

$$W_x = W_y = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \approx 0,1 \cdot d^3;$$

*для кольцевого сечения:*

$$W_x = W_y = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{d}{D} \right)^4 \right] \approx 0,1 \cdot D^3 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{d}{D} \right)^4 \right].$$

**Условие прочности по касательным напряжениям:**

$$\tau_{\max} \leq [\tau].$$

**Задача 3.1.** Для заданной схемы нагружения балки (рис. 7) построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

**Дано:**  $F = 10$  кН,  $\ell = 3$  м.

**Построить:** эпюру  $Q_y$ ; эпюру  $M_x$ .

**Решение.**

1. Разбиваем расчетную схему на силовые участки: I.

2. Применяем метод сечений на силовом участке:

I участок:  $0 \leq z_1 \leq \ell = 3$  м,

$$Q_y = -F = -10 \text{ кН, const по } \ell,$$

$$M_x = -F \cdot z_1;$$

$$\text{при } z_1 = 0 \quad M_x = -10 \cdot 0 = 0;$$

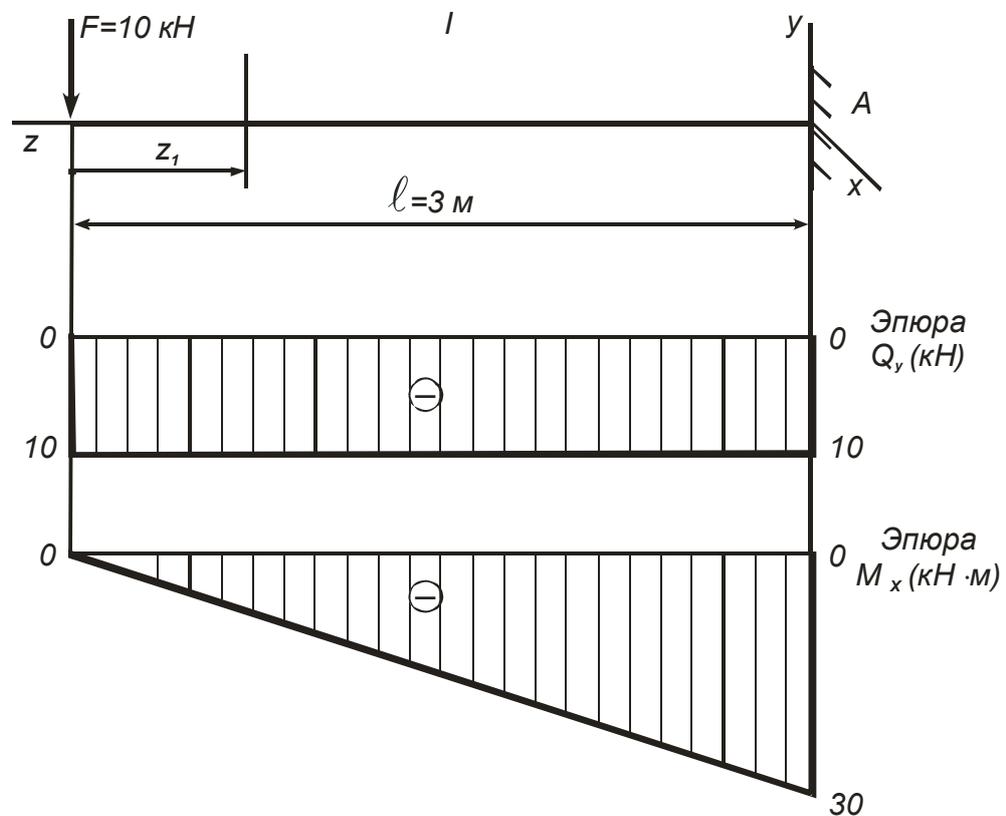


Рис. 7

при  $z_1 = \ell = 3 \text{ м}$   $M_x = -10 \cdot 3 = -30 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

3. Строим по результатам расчета эпюры  $Q_y$  и  $M_x$ .

**Вывод:** опасное сечение – сечение  $A$ , где  $\max M_x = 30 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

**Задача 3.2.** Для заданной схемы нагружения балки (рис. 8) построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

**Дано:**  $M = 15 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ,  $\ell = 1 \text{ м}$ .

**Построить:** эпюры  $Q_y$  и  $M_x$ .

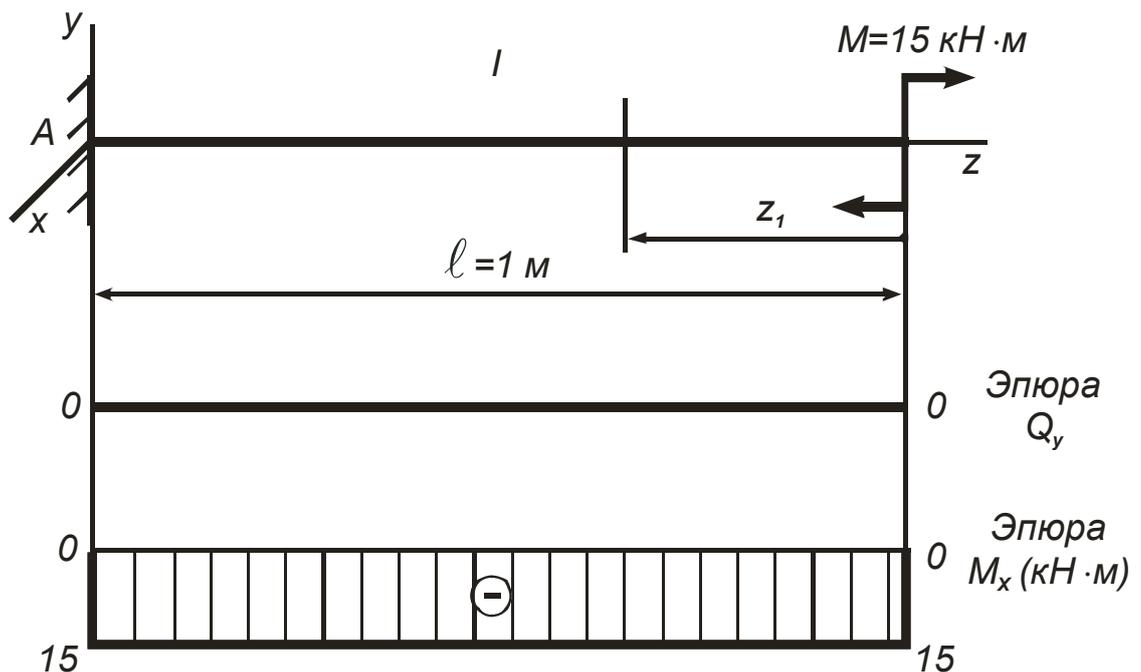


Рис. 8

**Решение.**

1. Разбиваем расчетную схему на силовые участки: I.

2. Применяем метод сечений на силовом участке:

Участок:  $0 \leq z_1 \leq \ell = 1 \text{ м}$ ,

$$Q_y = 0, \text{ const по } \ell,$$

$$M_x = -M = -15 \text{ кН} \cdot \text{м}, \text{ const по } \ell.$$

3. По результатам расчета строим эпюры  $Q_y$  и  $M_x$ .

**Вывод:** все сечения балки равноопасны.

**Задача 3.3.** Для заданной схемы нагружения балки (рис. 9) построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

Дано:  $F_1 = 20 \text{ кН}$ ,  $F_2 = 40 \text{ кН}$ ,  $M_1 = 30 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ,  $M_2 = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ,

$l_1 = 1 \text{ м}$ ,  $l_2 = 0,5 \text{ м}$ .

Построить: эпюры  $Q_y$  и  $M_x$ .

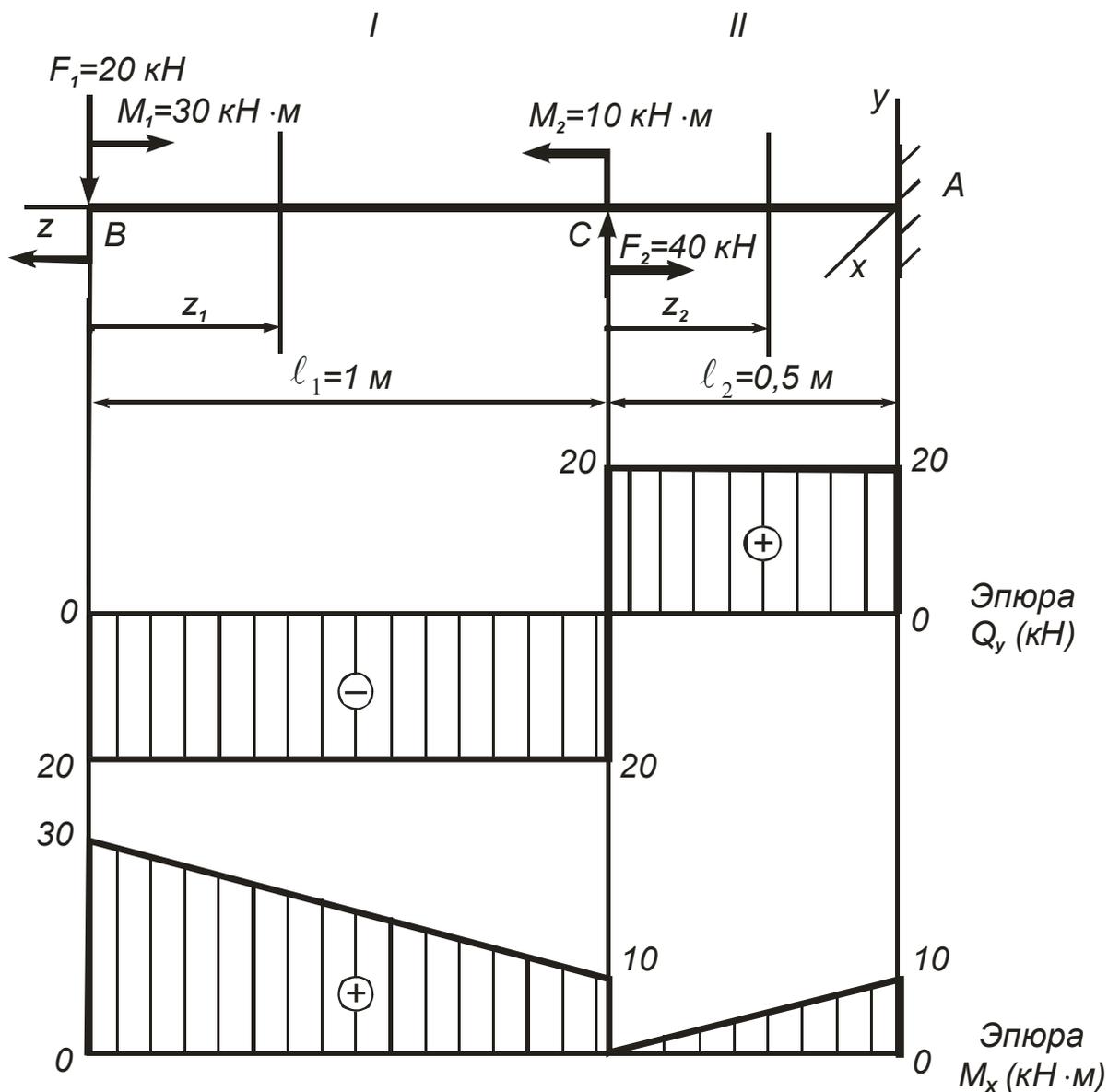


Рис. 9

**Решение.**

1. Разбиваем расчетную схему на силовые участки: I, II.
2. Применяем метод сечений на каждом силовом участке:

I участок:  $0 \leq z_1 \leq l_1 = 1 \text{ м}$ ,

$Q_y = -F_1 = -20$  кН, const по  $\ell_1$ ,  $M_x = -F_1 \cdot z_1 + M_1$ ; (уравнение прямой, не проходящей через начало координат),

при  $z_1 = 0$   $M_x = -20 \cdot 0 + 30 = 30$  кН·м;

при  $z_1 = \ell_1 = 1$  м  $M_x = -20 \cdot 1 + 30 = 10$  кН·м;

II участок:  $0 \leq z_2 \leq \ell_2 = 0,5$  м,

$Q_y = -F_1 + F_2 = -20 + 40 = 20$  кН, const по  $\ell_2$ ,

$M_x = -F_1 \cdot (\ell_1 + z_2) + M_1 + F_2 \cdot z_2 - M_2$ , (уравнение прямой, не проходящей через начало координат);

при  $z_2 = 0$   $M_x = -20 \cdot (1 + 0) + 30 + 40 \cdot 0 - 10 = 0$ ;

при  $z_2 = \ell_2 = 0,5$  м  $M_x = -20 \cdot (1 + 0,5) + 30 + 40 \cdot 0,5 - 10 = 20$  кН·м.

3. Строим по результатам расчета эпюры  $Q_y$  и  $M_x$ .

**Вывод:** опасное сечение – сечение  $B$ , где  $\max M_x = 30$  кН·м.

**Задача 3.4.** Для заданной схемы нагружения балки (рис. 10) построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

**Дано:**  $F = 30$  кН,  $a = 1$  м,  $b = 2$ .

**Построить:** эпюры  $Q_y$  и  $M_x$ .

**Решение.**

1. Определим реакции опор:

$$\sum_{i=1}^n M_{Ai} = 0, F \cdot a - Y_B \cdot b = 0 \Rightarrow Y_B = \frac{F \cdot a}{b} = \frac{30 \cdot 1}{2} = 15 \text{ кН},$$

$$\sum_{i=1}^n M_{Bi} = 0, F \cdot (a + b) - Y_A \cdot b = 0 \Rightarrow Y_A = \frac{F \cdot (a + b)}{b} = \frac{30 \cdot (1 + 2)}{2} = 45 \text{ кН}.$$

Проверка:  $\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, -F + Y_A - Y_B = 0; -30 + 45 - 15 = 0, 0 = 0.$

**Вывод:** реакции опор определены верно.

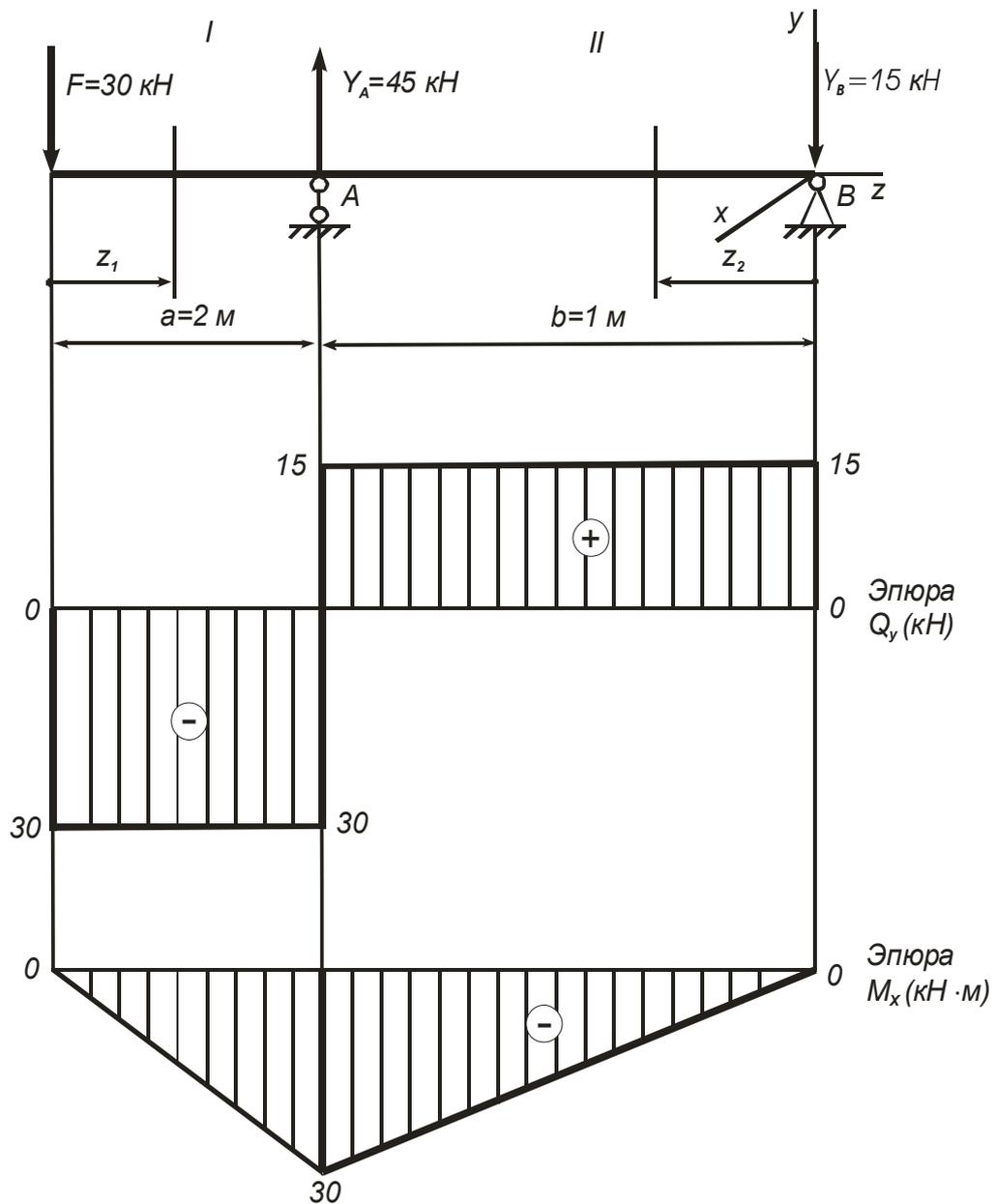


Рис. 10

2. Разбиваем расчетную схему на силовые участки: I, II.

3. Применяем метод сечений на каждом рассматриваемом участке:

Участок:  $0 \leq z_1 \leq a = 1$  м,

$$Q_y = -F = -30 \text{ кН, const по } a,$$

$$M_x = -F \cdot z_1;$$

$$\text{при } z_1 = 0 \quad M_x = -30 \cdot 0 = 0,$$

$$\text{при } z_1 = a = 1 \text{ м} \quad M_x = -30 \cdot 1 = 30 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

II участок:  $0 \leq z_2 \leq b = 2 \text{ м}$ ,

$Q_y = Y_B = 15 \text{ кН}$ , const по  $b$ ,

$M_x = -Y_B \cdot z_2$ ;

при  $z_2 = 0$   $M_x = -15 \cdot 0 = 0$ ,

при  $z_2 = b = 2 \text{ м}$ ,  $M_x = -15 \cdot 2 = 30 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

4. Строим по результатам расчета эпюры  $Q_y$  и  $M_x$ .

**Вывод:** опасное сечение – сечение  $A$ , где  $|\max M_x| = 30 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

**Задача 3.5.** Для заданной схемы нагружения балки (рис. 11) построить эпюру поперечных сил и изгибающих моментов.

**Дано:**  $q = 5 \text{ кН/м}$ ,  $\ell = 4 \text{ м}$ .

**Построить:** эпюры  $Q_y$  и  $M_x$ .

**Решение.**

1. Разбиваем расчетную схему на силовые участки: I.

2. Применяем метод сечений на силовом участке:

I участок:  $0 \leq z_1 \leq \ell = 4 \text{ м}$ ,

$Q_y = -q \cdot z_1$  – уравнение прямой, проходящей через начало координат,

при  $z_1 = 0$   $Q_y = -5 \cdot 0 = 0$ ,

при  $z_1 = \ell = 4 \text{ м}$   $Q_y = -5 \cdot 4 = -20 \text{ кН}$ ,

$M_x = -q z_1 \cdot \frac{z_1}{2} = -\frac{q \cdot z_1^2}{2}$  – уравнение параболы

при  $z_1 = 0$   $M_x = -\frac{5 \cdot 0^2}{2} = 0$ ,

при  $z_1 = \ell = 4 \text{ м}$   $M_x = -\frac{5 \cdot 4^2}{2} = -40 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

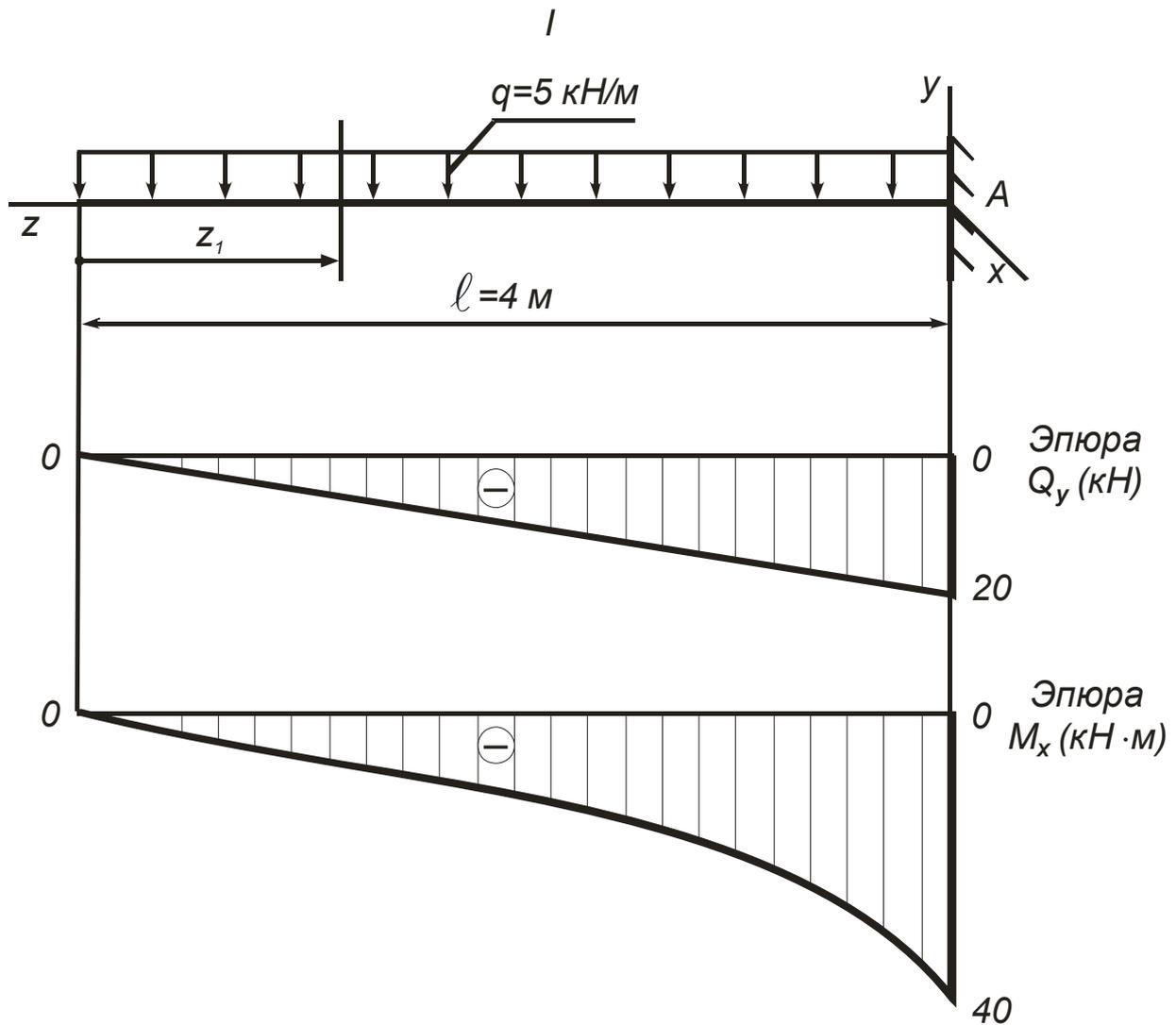


Рис. 11

Параболу можно построить по трем точкам, если одна из этих точек – вершина параболы. Возможен частный случай: параболу можно построить по двум точкам, если положение вершины совпадает с правой или левой границей параболы (начало или конец участка балки с распределенной нагрузкой).

Исследуем уравнение момента на экстремум (максимум, минимум). Для этого возьмем производную от выражения  $M_x$  :

$$\frac{dM_x}{dz} = -2 \cdot q \cdot \frac{z_1}{2} \text{ и приравняем ее к нулю,}$$

$$-q \cdot z_1 = 0 \Rightarrow z_1 = 0.$$

Подставив  $z_1 = 0$  в уравнение момента, получим  $M_x = -\frac{5 \cdot 0^2}{2} = 0.$

То есть вершина параболы расположена в начале силового участка (0, 0).

3. Строим по результатам расчета эюры  $Q_y$  и  $M_x$ .

**Вывод:** опасное сечение – сечение  $A$ , где  $|\max M_x| = 40 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

**Задача 3.6.** Для заданной схемы нагружения балки (рис. 12) построить эюры поперечных сил и изгибающих моментов.

**Дано:**  $q = 4 \text{ кН/м}$ ,  $a = 2 \text{ м}$ ,  $b = 1 \text{ м}$ .

**Построить:** эюры  $Q_y$  и  $M_x$ .

**Решение.**

1. Разбиваем расчетную схему на силовые участки: I, II.

2. Применяем метод сечений (правило РОЗУ) на каждом силовом участке:

I участок:  $0 \leq z_1 \leq a = 2 \text{ м}$ ,

$Q_y = q \cdot z_1$  – уравнение прямой, проходящей через начало координат,

при  $z_1 = 0$   $Q_y = 4 \cdot 0 = 0$ ;

при  $z_1 = a = 2 \text{ м}$   $Q_y = 4 \cdot 2 = 8 \text{ кН}$ ;

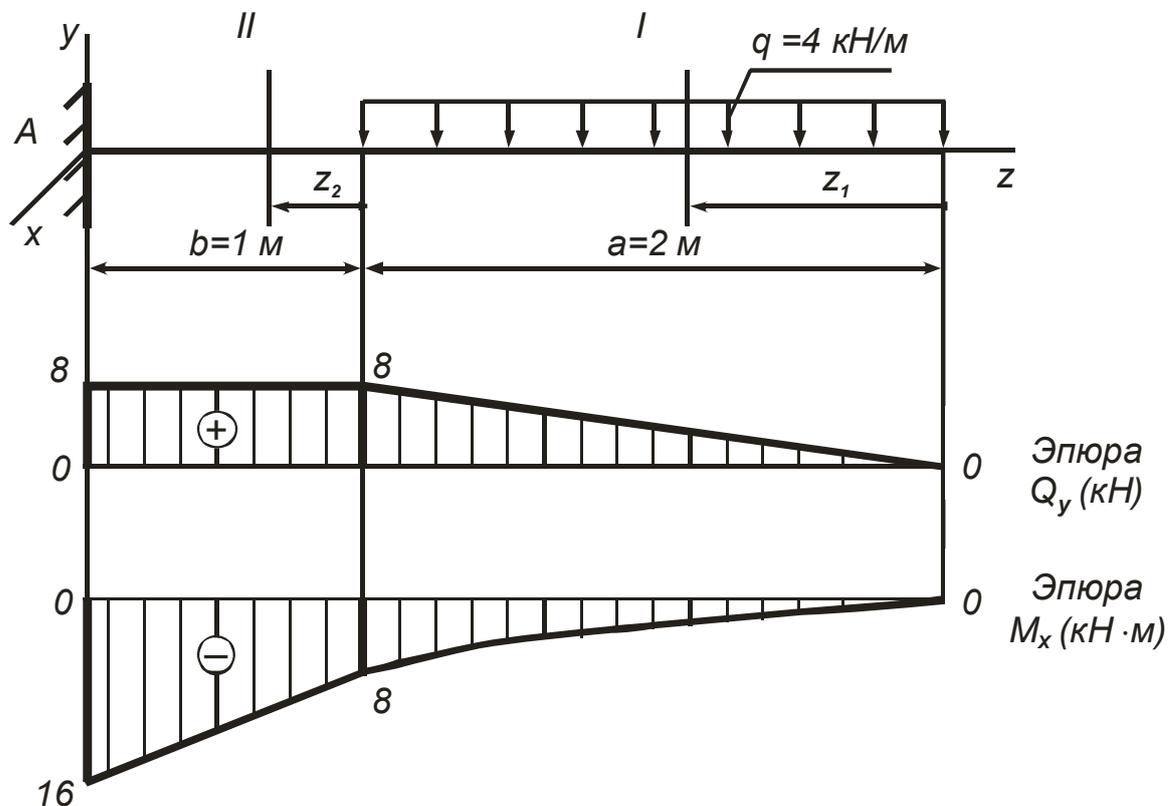


Рис. 12

$$M_x = -q \cdot z_1 \cdot \frac{z_1}{2} = -\frac{q \cdot z_1^2}{2} \text{ – уравнение параболы,}$$

$$\text{при } z_1 = 0 \quad M_x = -\frac{4 \cdot 0^2}{2} = 0,$$

$$\text{при } z_1 = a = 2 \text{ м} \quad M_x = -\frac{4 \cdot 2^2}{2} = -8 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Параболу можно построить по трем точкам, если одна из этих точек – вершина параболы. Возможен частный случай: параболу можно построить по двум точкам, если положение вершины совпадает с правой или левой границей параболы (начало или конец участка балки с распределенной нагрузкой).

Исследуем уравнение момента на экстремум (максимум, минимум). Для этого возьмем производную от выражения  $M_x$ :

$$\frac{dM_x}{dz} = -\frac{2 \cdot q \cdot z_1}{2} \text{ и приравняем ее к нулю.}$$

$$-q \cdot z_1 = 0 \Rightarrow z_1 = 0.$$

Подставив  $z_1 = 0$  в уравнение момента, получим

$$M_x = -\frac{4 \cdot 0^2}{2} = 0.$$

То есть вершина параболы расположена в начале силового участка  $(0, 0)$ .

II участок:  $0 \leq z_2 \leq b = 1 \text{ м}$ ,

$$Q_y = q \cdot a = 4 \cdot 2 = 8 \text{ кН, const по } b.$$

$$M_x = -q \cdot a \left( \frac{a}{2} + z_2 \right) \text{ – уравнение прямой, не проходящей через начало}$$

$$\text{при } z_2 = 0 \quad M_x = -4 \cdot 2 \left( \frac{2}{2} + 0 \right) = -8 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$\text{при } z_2 = b = 1 \text{ м} \quad M_x = -4 \cdot 2 \left( \frac{2}{2} + 1 \right) = -16 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

3. Строим по результатам расчета эпюры  $Q_y$  и  $M_x$ .

**Вывод:** опасное сечение – сечение  $A$ , где  $|\max M_x| = 16 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

## Подбор сечений балки из условия прочности по нормальным напряжениям

**Задача 3.7.** Для схемы нагружения балки (задача 3.3) подобрать из условия прочности по нормальным напряжениям сечения: двутавровое по ГОСТ 8239-89, прямоугольное  $\left(\frac{h}{b} = 2\right)$ , круглое при  $[\sigma] = 160$  МПа. Сравнить веса балок трех сечений.

**Дано:**  $\frac{h}{b} = 2$ ,  $[\sigma] = 160$  МПа.

**Найти:** дв. № ... ГОСТ 8239-89;  $h$ ,  $b$  – ?;  $d$  – ?

**Решение.**

Из эпюры  $M_x$  видно, что опасным будет сечение  $B$ , где  $\max M_x = 30$  кН·м.

### Подбор двутаврового сечения по ГОСТ 8239-89

Условие прочности при изгибе:

$$\sigma_{\max} = \frac{\max M_x}{W_x} \leq [\sigma],$$

принимаем  $\sigma_{\max} = [\sigma]$ , тогда  $\frac{\max M_x}{W_{x_p}} = [\sigma]$ ,

где  $W_{x_p}$  – расчетное значение осевого момента сопротивления сечения;

$$W_{x_p} = \frac{\max M_x^B}{[\sigma]} = \frac{30 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,1875 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 0,1875 \cdot 10^{-3} \cdot 10^6 \text{ см}^3 = 187,5 \text{ см}^3.$$

Принимаем: дв. № 20 –  $W_{x_1} = 184 \text{ см}^3$ , дв. № 20а –  $W_{x_2} = 203 \text{ см}^3$

(приложение 6).

Проверяем возможность взятия меньшего номера двутавра № 20:

$$\sigma_1 = \frac{\max M_x^B}{W_{x_1}} = \frac{30 \cdot 10^3}{184 \cdot 10^{-6}} = 163,0 \cdot 10^6 \text{ Па} = 163 \text{ МПа} > [\sigma] = 160 \text{ МПа} - \text{перегрузка.}$$

Коэффициент перегрузки:

$$k = \frac{\sigma_1 - [\sigma]}{[\sigma]} \cdot 100\% = \frac{163 - 160}{160} \cdot 100\% = 1,875\% < 5\%.$$

**Вывод:** принимаем по ГОСТ 8239-89 дв. № 20:

$$W_x = 184 \text{ см}^3, A = 26,8 \text{ см}^2, J_x = 1840 \text{ см}^4, d = 5,2 \text{ мм}, S_x = 104 \text{ см}^3.$$

### Подбор прямоугольного сечения

$$\text{Условие прочности при изгибе: } \sigma_{\max} = \frac{\max M_x}{W_x} \leq [\sigma],$$

$$\text{принимаяем } \sigma_{\max} = [\sigma], \text{ учитывая что } W_x = \frac{b \cdot h}{6} = \frac{b \cdot (2b)^2}{6} = \frac{2 \cdot b^3}{3}, \left( \frac{h}{b} = 2 \Rightarrow h = 2b \right).$$

$$\text{Окончательно получим } \frac{\max M_x^B \cdot 3}{2b_p^3} = [\sigma],$$

где  $b_p$  – расчетная сторона прямоугольника.

$$b_p = \sqrt[3]{\frac{\max M_x^B \cdot 3}{2 \cdot [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{30 \cdot 10^3 \cdot 3}{2 \cdot 160 \cdot 10^6}} = 0,0655 \text{ м} = 65,5 \text{ мм}.$$

Согласно приложению 1 имеем:  $b_1 = 65 \text{ мм}, b_2 = 68 \text{ мм}.$

Проверяем возможность принятия меньшего размера  $b_1 = 65 \text{ мм} = 6,5 \text{ см}.$

$$\sigma_1 = \frac{\max M_x^B \cdot 3}{2 \cdot b_1^3} = \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 3}{2 \cdot 6,5^3 \cdot 10^{-6}} = 163,9 \cdot 10^6 \text{ Па} = 163,9 \text{ МПа} > [\sigma] = 160 \text{ МПа} - \text{перегрузка}.$$

Коэффициент перегрузки:

$$k = \frac{\sigma_1 - [\sigma]}{[\sigma]} \cdot 100\% = \frac{163,9 - 160}{160} \cdot 100\% = 2,44\% < 5\%,$$

принимаяем  $b = b_1 = 65 \text{ мм},$

$$h = 2b = 2 \cdot 65 = 130 \text{ мм},$$

$$A = h \cdot b = 6,5 \cdot 13 = 84,5 \text{ см}^2.$$

**Вывод:** размеры прямоугольного сечения  $h = 13 \text{ см}, b = 6,5 \text{ см}, A = 84,5 \text{ см}^2.$

### Подбор круглого сечения

$$\text{Из условия прочности при изгибе: } \sigma_{\max} = \frac{\max M_x}{W_x} \leq [\sigma],$$

принимаяем  $\sigma_{\max} = [\sigma],$  учитывая, что  $W_x^o \approx 0,1 \cdot d^3,$

имеем  $\frac{\max M_x^B}{0,1 \cdot d_p^3} \leq [\sigma] \Rightarrow,$  где  $d_p$  – расчетное значение диаметра.

$$d_p = \sqrt[3]{\frac{\max M_x^B}{0,1 \cdot [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{30 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 160 \cdot 10^6}} = 0,1233 \text{ м} = 123,3 \text{ мм}.$$

Согласно приложению 1 имеем:  $d_1 = 120 \text{ мм}$ ,  $d_2 = 125 \text{ мм}$ .

Проверяем возможность принятия меньшего диаметра  $d_1 = 120 \text{ мм} = 12 \text{ см}$ .

$$\sigma_1 = \frac{\max M_x^B}{0,1 \cdot d_1^3} = \frac{30 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 12^3 \cdot 10^{-6}} = 173,6 \cdot 10^6 \text{ Па} = 173,6 \text{ МПа} > [\sigma] = 160 \text{ МПа} - \text{перегрузка.}$$

Коэффициент перегрузки:

$$k = \frac{\sigma_1 - [\sigma]}{[\sigma]} \cdot 100\% = \frac{173,6 - 160}{160} \cdot 100\% = 8,5\% > 5\%,$$

принимаем  $d = d_2 = 125 \text{ мм}$ , тогда

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 12,5^2}{4} = 122,7 \text{ см}^2.$$

**Вывод:** размер круглого сечения  $d = 12,5 \text{ см}$ ,  $A = 122,7 \text{ см}^2$ .

Сравнение весов балок трех сечений:  $G_{q\phi} : G_{np} : G_{кр} =$

$$= (V_{q\phi} \cdot \rho \cdot q) : (V_{np} \cdot \rho \cdot q) : (V_{кр} \cdot \rho \cdot q) = (A_{q\phi} \cdot \ell \cdot \rho \cdot q) : (A_{np} \cdot \ell \cdot \rho \cdot q) : (A_{кр} \cdot \ell \cdot \rho \cdot q) = \\ = 26,8 : 84,5 : 122,7 = 1 : 3,15 : 4,58.$$

**Вывод:** рациональным является двутавровое сечение балки.

## ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

### СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАНИЯ

В задании «Расчет стержня при поперечном изгибе» предусматривается применение метода сечений для определения внутренних силовых факторов, расчёт на прочность.

*Исходные данные для выполнения задания:*

- схема нагружения балки;
- числовые значения геометрических параметров;
- внешние силы, моменты;
- механические характеристики материала.

**ЗАДАЧА.** Для заданной схемы нагружения консольного стержня построить эпюру поперечных сил и изгибающих моментов. Подобрать из условия прочности по нормальным напряжениям сечения: двутавровое, прямоугольное ( $\frac{h}{b} = 2$ ), круглое при  $[\sigma] = 160$  МПа. Сравнить веса стержней трех сечений.

#### **Примечания:**

1. Номер схемы и вариант указываются преподавателем (приложение 7).
2. Варианты схем нагружения даны на рис. 13.
3. Титульный лист пояснительной записки оформляется в соответствии с приложением 8.

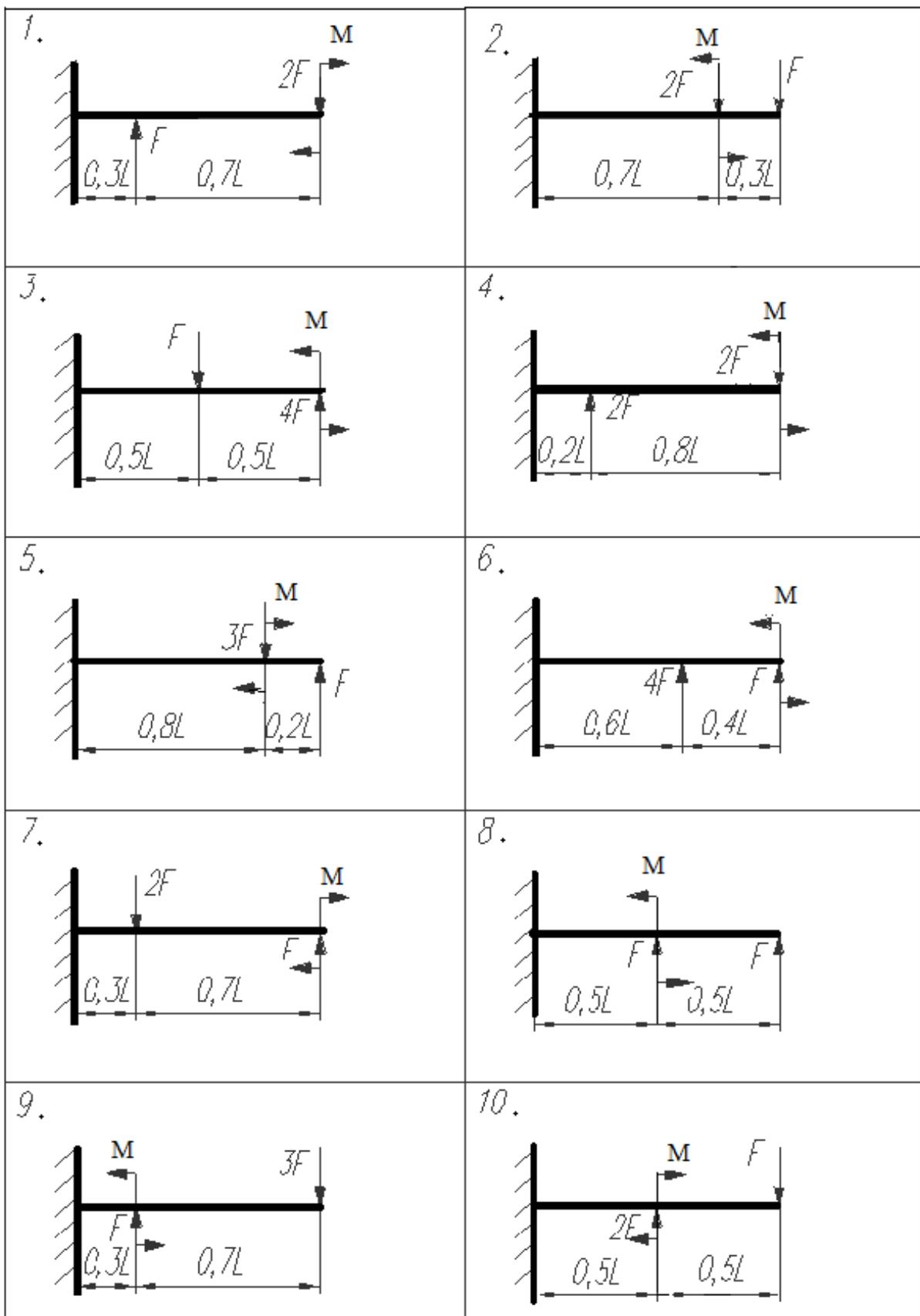


Рис. 13. Расчетные схемы к заданию «Поперечный изгиб»

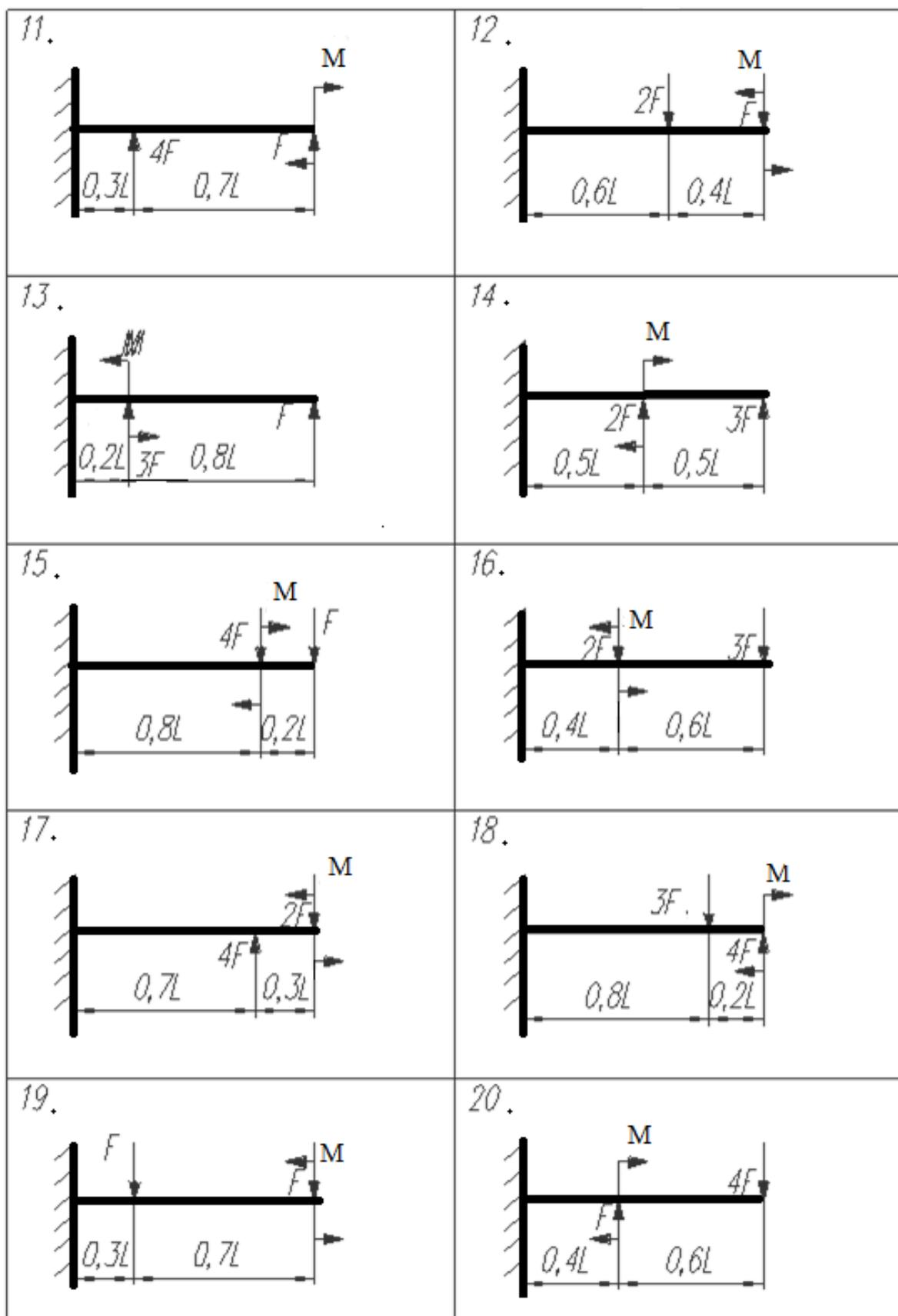


Рис. 13. Расчетные схемы к заданию «Прямой поперечный изгиб»

(окончание)

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

**Расчетно-проектировочное задание «Поперечный изгиб»  
выполняется в следующем порядке:**

- вычерчивают заданную схему в масштабе;
- разбивают схему стержня на силовые участки;
- определяют методом сечений величины внутренних силовых факторов на каждом силовом участке;
- по результатам расчета строят эпюры;
- подбирают из условия прочности по нормальным напряжениям сечения двутавровое по ГОСТ 8239-89, прямоугольное, круглое;
- сравнивают веса стержней трех сечений.

# ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

## 1. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

**Звено механизма** – твердое тело, входящее в состав механизма. Звено может содержать одну или несколько деталей, соединенных жестко между собой.

**Стойка** – неподвижное звено механизма.

**Входное звено** – звено, которому сообщается движение, преобразуемое механизмом в требуемые движения других звеньев.

**Выходное звено** – звено, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм.

**Кинематическая пара** – соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение.

**Элемент кинематической пары** – совокупность поверхностей, линий и отдельных точек звена, по которым оно соприкасается с другим звеном.

В **высших кинематических парах** элементом соприкосновения является линия или точка.

В **низших кинематических парах** элементом соприкосновения является поверхность.

**Класс пары** равен числу связей, наложенных на относительное движение ее звеньев.

**Число степеней свободы** механической системы называется число независимых параметров, определяющих положение системы.

По числу степеней свободы в относительном движении звеньев кинематические пары делятся на одно-, двух-, трех-, четырёх- и пятиподвижные, которые налагают на относительное движение звеньев соответственно пять, четыре, три, две и одну связь. В таблице 1 приведены изображения и характеристики некоторых кинематических пар.

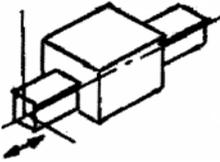
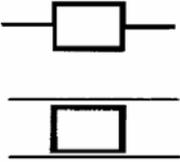
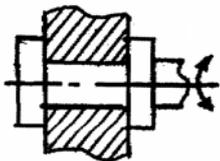
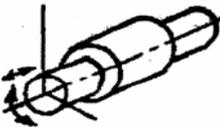
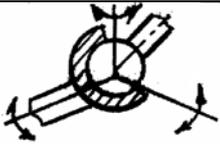
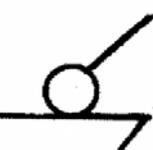
**Кинематическая цепь** – система звеньев, связанных между собой кинематическими парами.

Механизм является кинематической цепью с неподвижным звеном, в которой при заданном движении одного или нескольких звеньев все остальные звенья совершают вполне определенные движения.

В **плоских механизмах** траектории движения точек всех звеньев находятся в параллельных плоскостях. В противном случае механизм является **пространственным**.

**Рычажные механизмы** содержат только низшие кинематические пары.

Таблица 1. Виды кинематических пар

Название	Конструктивное изображение	Условное изображение	Число степеней свободы	Число связей (класс)
Поступательная			1	5
Вращательная			1	5
Цилиндрическая			2	4
Сферическая			3	3
Цилиндр-плоскость			4	2
Шар-плоскость			5	1

*В состав рычажных механизмов могут входить следующие звенья.*

**Кривошип** – звено, которое может совершать полный оборот вокруг стойки.

**Коромысло** – звено, образующее вращательную пару со стойкой и не способное проворачиваться на полный оборот.

**Шатун** – звено, не входящее в кинематическую пару со стойкой.

**Ползун** – звено, образующее поступательную пару со стойкой.

При изображении механизма на чертеже применяют **структурную схему** с использованием условных изображений звеньев без соблюдения их размеров и **кинематическую схему** с соблюдением размеров звеньев, необходимых для кинематического исследования.

В таблице 2 приведены условные графические обозначения звеньев и их соединения между собой.

В таблице 3 приведены примеры структурных схем некоторых четырехзвенных механизмов, применяемых в технике.

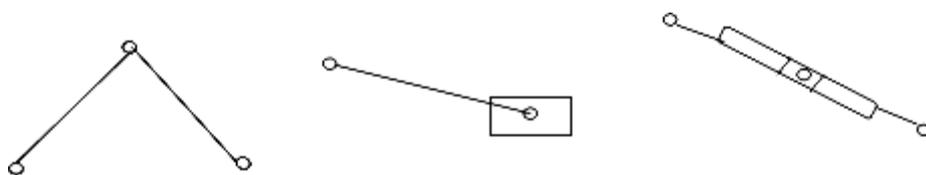
**Обобщенными координатами** механизма называют независимые между собой координаты (угловые или линейные), определяющие положения всех звеньев механизма относительно стойки.

**Начальным звеном** механизма называется звено, которому приписывается одна или несколько обобщенных координат.

**Структурной группой** (группой Ассура) называется элементарная кинематическая цепь, число степеней свободы которой относительно элементов ее внешних кинематических пар, равно нулю.

**Образование сложных плоских рычажных механизмов осуществляется путем присоединения к начальному звену и стойке одной или нескольких структурных групп (принцип Ассура).**

Простейшая структурная группа состоит из двух звеньев, образующих вращательную или поступательную пару. Такая группа называется **диадой**.



Звенья, которыми присоединяется группа к другим звеньям механизма и к стойке, называются *поводками*.

Более сложные структурные группы состоят из большего числа звеньев. На рис. 14 показана структурная группа, состоящая из четырех звеньев, причем одно из них (ABC) является базисным. На рис. 15 показана структурная группа, состоящая из 6 звеньев, причем 4 из них – поводки. На рис. 16 показана группа из четырех звеньев присоединяемых к механизму в точках А и D.

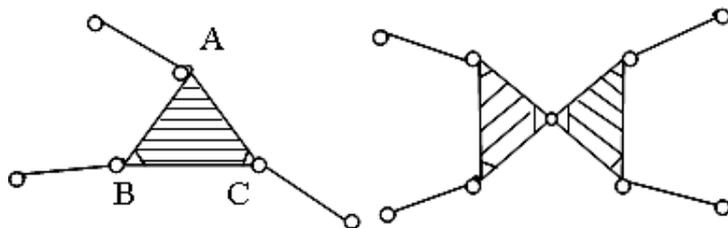


рис. 14

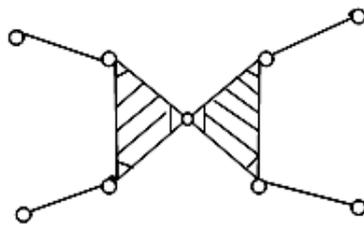


рис. 15

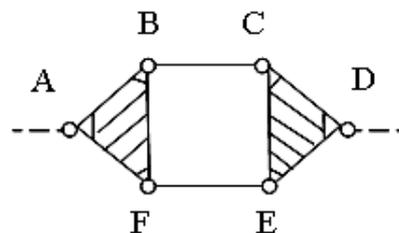


рис. 16

**Класс группы** представляется числом кинематических пар, образующих наиболее сложный замкнутый контур. Диады относятся ко 2-му классу.

**Порядок структурной группы** определяется числом свободных элементов, которыми она присоединяется к стойке и к подвижным звеньям механизма. Порядок численно равен числу поводков со свободными элементами.

**Класс механизма** определяется наивысшим классом структурной группы, входящей в его состав.

**Число степеней свободы плоского механизма** определяется по формуле П. Л. Чебышева:  $W = 3n - 2p_1 - p_2$ , где

$n$  – число подвижных звеньев в механизме,

$p_1$  – число одноподвижных кинематических пар,

$p_2$  – число двухподвижных кинематических пар.

**Структурный анализ механизма** включает в себя:

- определение числа степеней свободы механизма,

- выделение начального звена со стойкой и структурных групп,
- определение класса механизма.

Таблица 2. Условные графические обозначения элементов механизмов на схемах

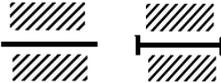
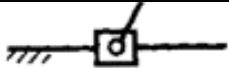
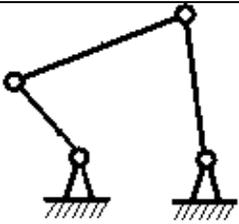
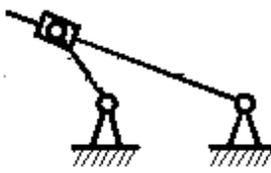
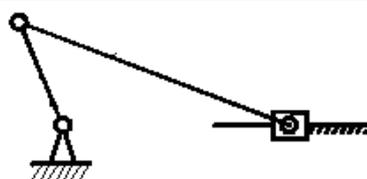
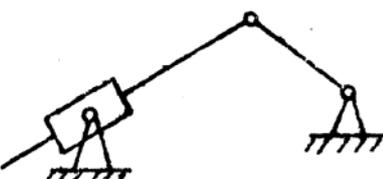
№	Наименование	Обозначение
1	Вал, ось, стержень	
2	Неподвижное звено	
3	Соединение стержней	
4	Шарнирное соединение стержня с неподвижной стойкой	
5	Подшипники скольжения	
6	Ползун	
7	Соединение ползуна с шатуном	

Таблица 3. Структурные схемы четырехзвенных механизмов

Номер	Название	Обозначение
1	Шарнирный четырехзвенный механизм	
2	Кулисный механизм	
3	Кривошипно-ползунный механизм	
4	Механизм с качающимся цилиндром	

**Задача.** Провести структурный анализ рычажного механизма, схема которого изображена на рис. 17.

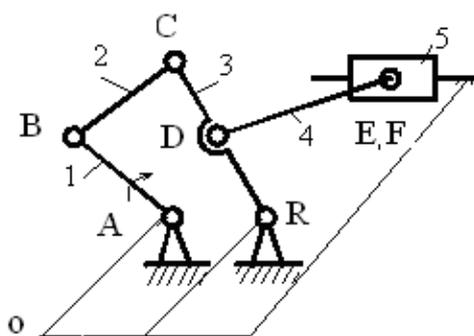


рис. 17

**Решение.**

1. Вычерчиваем структурную схему механизма.

2. Определяем число звеньев механизма (включая стойку). Нумеруем все звенья, начиная с ведущего, арабскими цифрами 0, 1, 2, 3, 4. Стойке присваивают номер 0. Этот механизм преобразует вращательное движение звена 1 в возвратно-поступательное движение звена 5. Звено 1, таким образом, является входным (ведущим), а звено 5 – выходным (ведомым).

Составляем таблицу звеньев механизма.

Таблица 4. Звенья механизма

Номер звена	Название	Вид движения	Особенности движения
0	стойка	отсутствует	–
1	кривошип	вращательное	полный оборот
2	шатун	плоскопараллельное	нет пар, связанных со стойкой
3	коромысло	вращательное	неполный оборот
4	шатун	плоскопараллельное	нет пар, связанных со стойкой
5	ползун	поступательное	возвратное движение

3. Установим число  $p$  кинематических пар механизма, а также класс и вид каждой пары. Обозначим все кинематические пары заглавными латинскими буквами (A, B, C, D, E, F, R). Составим таблицу кинематических пар механизма.

Таблица 5. Кинематические пары механизма

Обозначение пары	Звенья пары	Название	Класс
A	0 - 1	вращательная	5
B	1 - 2	вращательная	5
C	2 - 3	вращательная	5

D	3 - 4	вращательная	5
E	4 - 5	вращательная	5
F	5 - 0	поступательная	5
R	3 - 0	вращательная	5

4. Вычислим число  $W$  степеней свободы механизма (по формуле П. Л. Чебышева).

$$W = 3n - 2p_1 - p_2 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1, \text{ где}$$

$n = 5$  – число подвижных звеньев механизма,

$p_1 = 7$  – число одноподвижных кинематических пар (низших пар),

$p_2 = 0$  – число двухподвижных кинематических пар (высших пар).

Механизм имеет одну степень свободы, следовательно, положения всех звеньев определяются одной обобщенной координатой. В качестве таковой выберем угловую координату  $\varphi$  кривошипа 1, т. е. примем кривошип 1 за начальное звено, которое изобразим отдельно.

5. Разделим схему механизма на начальный (первичный) механизм (рис. 18) и ведомую цепь, состоящую из структурных групп. Оставшуюся после выделения из механизма стойки и начального звена кинематическую цепь разложим на две структурные группы, изображённые на рис. 19: группа, состоящая из звеньев 2-3, группа, состоящая из звеньев 4-5.

## Начальный механизм и структурные группы



рис. 18

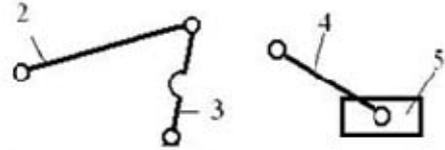


рис. 19

6. Определим класс и порядок группы.

Обе структурные группы относятся ко второму классу. Порядок каждой структурной группы – второй.

7. Определяем класс и порядок механизма по классу и порядку старшей структурной группы, входящей в его состав. Данный механизм второго класса, второго порядка.

## ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

### СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАНИЯ

В задании «Структурный анализ механизма» исследуют строение механизма по заданной схеме.

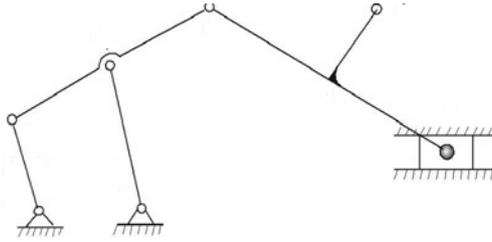
Схема механизма задается.

**ЗАДАЧА.** Исследовать строение механизма по заданной схеме.

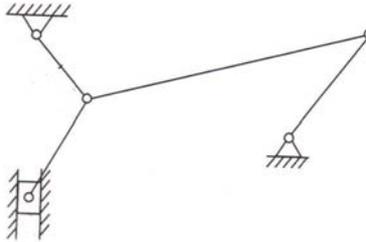
#### Примечание:

Номер схемы и ведущее звено указываются преподавателем (рис. 20).

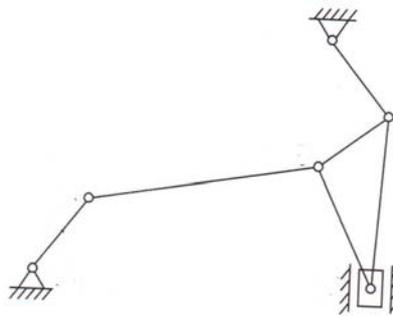
1.



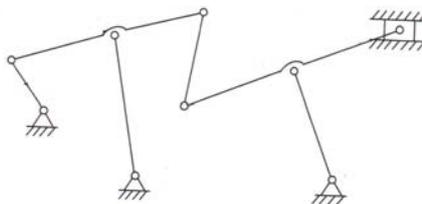
2.



3.



4.



5.

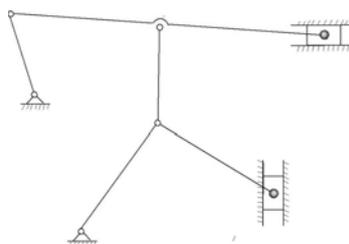


Рис. 20. Схемы к заданию «Структурный анализ механизма»

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

**Задание «Структурный анализ механизма» выполняется в следующем порядке:**

1. Вычерчивают структурную схему механизма.
2. Определяют число  $n$  звеньев механизма (включая стойку). Нумеруют все звенья, начиная с ведущего, арабскими цифрами (1, 2 и т.д.). Стойке присваивают номер 0. Составляют таблицу звеньев механизма.
3. Устанавливают число  $p$  кинематических пар механизма, а также класс и вид каждой пары. Обозначают все кинематические пары заглавными буквами (O, A, B, C и т. д.). Составляют таблицу кинематических пар.
4. Вычисляют число степеней свободы механизма (по формуле П. Л. Чебышева), а также выявляют наличие или отсутствие избыточных связей.
5. Делят схему механизма на начальный (первичный) механизм и ведомую цепь, состоящую из структурных групп.
6. Определяют класс и порядок каждой структурной группы.
7. Определяют класс и порядок механизма по классу и порядку старшей структурной группы, входящей в его состав.

## 2. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

Кинематическое исследование механизма, т.е. изучение движения звеньев механизма без учета действующих на них сил, состоит в основном в решении трех следующих задач:

- 1) определение перемещений звеньев и траекторий их отдельных точек,
- 2) определение скоростей отдельных точек звеньев и угловых скоростей звеньев,
- 3) определение ускорений отдельных точек звеньев и угловых ускорений звеньев.

Исходными данными для кинематического анализа механизма являются законы движения начальных звеньев и кинематическая схема механизма.

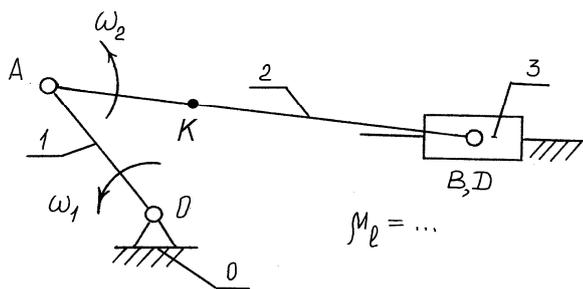
Для кинематического исследования механизмов используют аналитические, графические и экспериментальные методы (способы).

Векторный способ кинематического исследования механизмов заключается в построении планов скоростей и ускорений.

**Планом скоростей** называется графическое изображение в масштабе линейных скоростей различных точек, соответствующее определенному положению механизма.

Рассмотрим пример построения плана скоростей для кривошипно-ползунного механизма (рис. 21).

*Кинематическая схема*



*План скоростей*

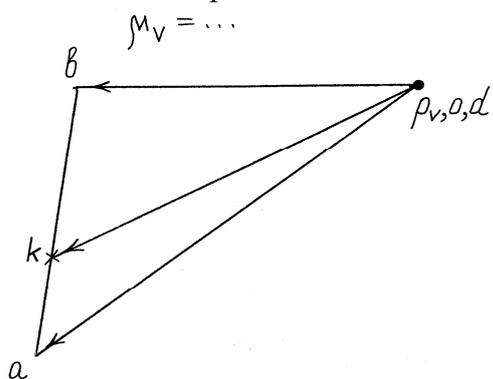


Рис. 21. План скоростей

## ПРИМЕР.

**Дано:** кинематическая схема механизма и угловая скорость  $\omega_1$ .

**Определить:** линейные и угловые скорости.

**Решение.**

Формула строения механизма: I кл. 1 пор. (0, 1)  $\rightarrow$  II кл. 2 пор. (2, 3).

$O$   $A, D; B$

Порядок определения скоростей:  $O \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow B$ .

Рассмотрим для примера последовательность определения скоростей кинематических пар  $O$  и  $A$ .

Скорость кинематической пары  $O$ , соединяющей звенья  $0$  и  $1$ , равна нулю:  $\vec{V}_O = 0$

Скорость вращательной пары  $A$  равна:  $V_A = \omega_1 \cdot l_{OA}$

где  $\omega_1$  – угловая скорость звена  $1$ ;  $l_{OA}$  – длина звена  $1$ .

Вектор скорости  $\vec{V}_A$  направлен перпендикулярно звену  $1$  (отрезку  $OA$ ) в сторону его вращения (по направлению  $\omega_1$ ). Выбираем полюс плана скоростей  $p_v$  и строим вектор  $p_v a$ , соответствующий вектору скорости  $\vec{V}_A$ , длина которого определяется принятым масштабом скоростей:

$$p_v a = V_A \cdot \mu_v.$$

**Определим угловые скорости всех звеньев механизма.** Угловая скорость  $\omega_1$  кривошипа  $1$  задана. Угловую скорость  $\omega_2$  шатуна  $2$  найдем по выражению:

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{BA}} \quad \text{или} \quad \omega_2 = \frac{\frac{ab}{\mu_v}}{\frac{BA}{\mu_1}},$$

где  $V_{BA} = \frac{ab}{\mu_v}$ ;  $l_{BA} = \frac{BA}{\mu_1}$ .

Эта угловая скорость направлена против часовой стрелки, так как вектор относительной скорости  $\vec{V}_{BA}$  ( $ab$ ) стремится повернуть точку  $B$  относительно точки  $A$  на звене  $2$  против часовой стрелки.

Угловая скорость  $\omega_3$  ползуна равна нулю, так как он совершает поступательное движение,  $\omega_3 = 0$ .

**Планом ускорений** называется графическое изображение в масштабе линейных ускорений различных точек, соответствующее определенному положению механизма.

Рассмотрим пример построения плана ускорений для кривошипно-ползунного механизма (рис. 22).

**ПРИМЕР.**

**Дано:** кинематическая схема механизма и угловая скорость  $\omega_1 = 0$ , угловое ускорение  $\varepsilon_1$ .

**Определить:** линейные и угловые ускорения.

**Решение:** Порядок определения ускорений:

$$O \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow B.$$

Для примера рассмотрим последовательность определения ускорений кинематических пар  $O$  и  $A$ :

Ускорение кинематической пары  $O$ ,  $a_o = 0$ ,

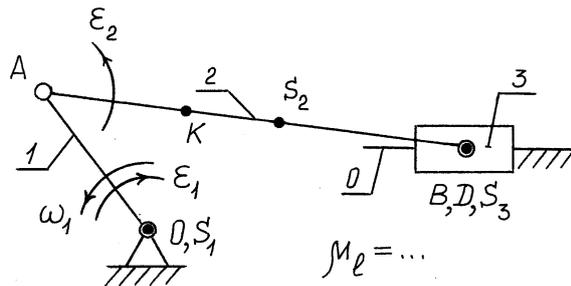
Ускорение пары  $A$  равно:

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau.$$

$a_A^n = \omega_1 \cdot l_{OA}$  – нормальное ускорение;

$a_A^\tau = \varepsilon_1 \cdot l_{OA}$  – тангенциальное (касательное) ускорение.

Кинематическая схема



План ускорений

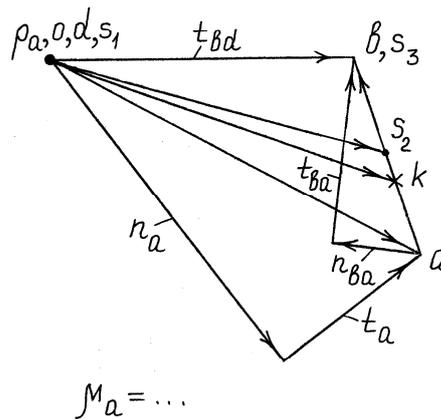


Рис. 22. План ускорений

Вектор нормального ускорения  $\vec{a}_A^n$  направлен параллельно звену  $l$  (отрезку  $OA$ ) к центру его вращения  $O$ . Вектор касательного ускорения  $\vec{a}_A^t$  направлен перпендикулярно звену  $l$  (отрезку  $OA$ ) в сторону его углового ускорения (по направлению  $\varepsilon_1$ ).

Выбираем полюс ускорений  $p_a$  и строим вектор  $\vec{n}_a$ , соответствующий нормальному ускорению  $\vec{a}_A^n$ , длина которого определяется:  $n_a = a_A^n \cdot \mu_a$ .

Из конца вектора  $\vec{n}_a$  строим вектор  $\vec{t}_a$ , соответствующий тангенциальному ускорению  $\vec{a}_A^t$  длина которого равна  $t_a = a_A^t \cdot \mu_a$ .

Соединив конец вектора  $\vec{t}_a$  с полюсом  $p_a$ , получим вектор абсолютного ускорения точки  $A$   $\left(\overrightarrow{p_a a}\right) \vec{a}_A = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^t$  или  $\vec{p_a a} = \vec{n}_a + \vec{t}_a$ , отсюда  $a_A = \frac{p_a a}{\mu_a}$ .

Строим нулевые векторы  $\overrightarrow{p_a o}$  и  $\overrightarrow{p_a d}$  на плане ускорений (точки  $O$  и  $d$ , совпадающие с полюсом  $p_a$ ).

**По теореме подобия определяем и ускорения центров масс всех звеньев.** Центр масс  $S_1$  кривошипа  $l$  совпадает с осью его вращения  $\theta$ , поэтому строим на плане ускорений точку  $s_1$ , совпадающую с точкой  $\theta$  и находим абсолютное ускорение точки  $S_1$   $\left(\overrightarrow{p_a s_1} = 0\right)$ .

$$\left(\vec{a}_{s_1} = \vec{a}_0 = 0\right).$$

Центр масс  $S_2$  шатуна  $2$  находится в точке пересечения медиан треугольника  $ABC$ , поэтому точку  $s_2$  на плане ускорений строим в точке пересечения медиан треугольника  $abc$ . Соединив ее с полюсом  $p_a$ , получим вектор абсолютного ускорения точки  $S_2$   $\left(\overrightarrow{p_a s_2}\right)$ .

$$\vec{a}_{S_2} = \frac{p_a s_2}{\mu_a}.$$

Центр масс  $S_3$  ползуна 3 совпадает с вращательной парой  $B$ . Построив на плане ускорений точку  $s_3$ , совпадающую с точкой  $b$ , получим вектор абсолютного ускорения точки  $S_3$  ( $\overrightarrow{p_a s_3} = \overrightarrow{p_a b}$ ).

$$\vec{a}_{S_3} = \frac{P_a S_3}{\mu_a}.$$

**Определим угловые ускорения всех звеньев механизма.** Угловое ускорение  $\varepsilon_1$  кривошипа 1 задано. Угловое ускорение  $\varepsilon_2$  шатуна 2 найдем по выражению:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^t}{l_{BA}} \quad \text{или} \quad \varepsilon_2 = (t_{ba} / \mu_a) / (BA / \mu_1),$$

где  $a_{BA}^t = t_{ba} / \mu_a$ ;  $l_{BA} = \frac{BA}{\mu_1}$ .

Это угловое ускорение направлено против хода часовой стрелки, так как вектор тангенциального относительного ускорения  $\vec{a}_{BA}^t$  ( $\vec{t}_{ba}$ ) стремится повернуть точку  $B$  относительно точки  $A$  на звене 2 против часовой стрелки. Угловое ускорение  $\varepsilon_3$  ползуна 3 равно нулю, так как он совершает поступательное движение:

$$\varepsilon_3 = 0.$$

### 3. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

В динамике механизмов и машин исследуется движение с учетом действующих сил, т.е. вскрывается связь между действующими на машину силами и движением ее звеньев. Динамический анализ механизмов имеет своими задачами:

а) изучение влияния внешних сил, сил веса звеньев, сил трения и сил инерции на звенья механизма, на элементы звеньев, на кинематические пары и неподвижные опоры и установление способов уменьшения динамических нагрузок, возникающих при движении механизма;

б) изучение режима движения механизма под действием заданных сил и установление способов, обеспечивающих заданные режимы движения механизма.

Первая задача носит название силового анализа механизма, а вторая – динамики механизмов.

Задача СИЛОВОГО АНАЛИЗА МЕХАНИЗМА – определение реакций в кинематических парах и уравновешивающей силы, приложенной к начальному звену.

Законы движения начальных звеньев при силовом анализе считаются заданными. Внешние силы, приложенные к звеньям механизма, обычно тоже считаются заданными. Поэтому подлежат определению только реакции в кинематических парах.

Силовой анализ – это изучение влияния внешних сил на звенья механизма, на кинематические пары и на неподвижные опоры.

Существуют различные методы силового расчета механизмов:

- метод планов сил;
- метод непосредственного разложения;
- графостатический метод;
- метод, основанный на принципе возможных перемещений;
- метод Н. Е. Жуковского и другие.

### **МЕТОД ПЛАНОВ СИЛ**

Силовой анализ механизмов методом планов сил заключается в построении силовых многоугольников (планов сил).

**Планом сил** – называется графическое изображение внешних сил и сил, действующих в кинематических парах механизма в заданном масштабе для его заданного положения.

**План сил механизма составляется в два этапа:**

1 этап. Составляются схемы нагружения структурной группы и ведущего звена.

2 этап. Составляются планы сил структурной группы и ведущего звена.

Рассмотрим пример построения плана сил кривошипно-ползунного механизма (рис. 23).

**ПРИМЕР.**

**Дано:**

1. Кинематическая схема механизма.
2. План ускорений механизма.
3. План скоростей механизма.
4. Масштабы длин и сил.

**Требуется определить:**

$R_{12}$  – силу реакции звена 1 на воздействие звена 2.

$R_{23}$  – силу реакции звена 2 на воздействие звена 3.

$R_{03}$  – силу реакции звена 0 на воздействие звена 3.

$F_{ур.}$  – уравновешивающую силу.

Кинематическая схема

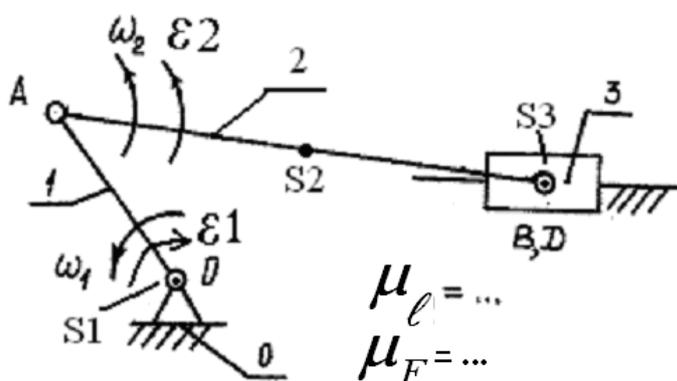


Рис. 23. Кинематическая схема механизма

Механизм состоит из звеньев: 0 – стойка; 1 – кривошип; 2 – шатун; 3 – ползун.

*Обозначения на схеме:*

$O$  – кинематическая пара 0-1;  $A$  – кинематическая пара 1-2;  $B$  – кинематическая пара 2-3;  $D$  – кинематическая пара 3-0;

$S_1, S_2, S_3$  – центры масс соответственно звеньев 1, 2 и 3;

$\omega_1$  и  $\omega_2$  – угловые скорости звеньев 1 и 2;

$\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  – угловые ускорения звеньев 1 и 2;

$\mu_l$  и  $\mu_F$  – масштабы длин и сил соответственно. Начальное (входное) звено – звено 1.

Структурная группа – состоит из звеньев 2-3.

### Решение:

Начинаем расчет со структурной группы, состоящей из звеньев 2 и 3 (шатуна и ползуна).

#### 1. Составляем схему нагружения структурной группы 2-3.

Схема нагружения составляется для определенного положения механизма. Для этого на схеме положения структурной группы указываются все силы. При этом соблюдаются:

а) точка приложения силы; б) направление действия силы.

С плана положений механизма переносим заданное положение группы в масштабе  $\mu_l$  (рис. 24).

1.1. В центрах масс  $S_2$  и  $S_3$  прикладываем силы тяжести звеньев  $\vec{G}_2$  и  $\vec{G}_3$ , и направляем их вертикально вниз.

1.2. В этих же центрах масс прикладываем силы инерции звеньев  $\vec{F}_{H2}$  и  $\vec{F}_{H3}$  направляя их противоположно векторам соответствующих ускорений  $\vec{a}_{S_2}$  и  $\vec{a}_{S_3}$  (см. векторы  $\vec{p}_{aS_2}$  и  $\vec{p}_{aS_3}$  на плане ускорений).

1.3. Момент пары сил инерции шатуна 2  $M_{H2} = J_{S_2} \cdot \varepsilon_2$  направляем противоположно угловому ускорению  $\varepsilon_2$ .

1.4. Момент пары сил инерции ползуна 3  $M_{H3} = J_{S_3} \cdot \varepsilon_3$  равен нулю, так как  $\varepsilon_3 = 0$ .

1.5. Сила полезного сопротивления  $\vec{F}$  действует на ползун 3 навстречу его движению в рабочем ходе механизма, то есть противоположно направлению скорости  $\vec{V}_{S_3} = \vec{V}_B$  (см. вектор  $\vec{p}_{vS_3} = \vec{p}_{vB}$  на плане скоростей).

1.6. Реакция в поступательной паре  $D$   $\vec{R}_{03}$  направлена перпендикулярно направляющей (вертикально).

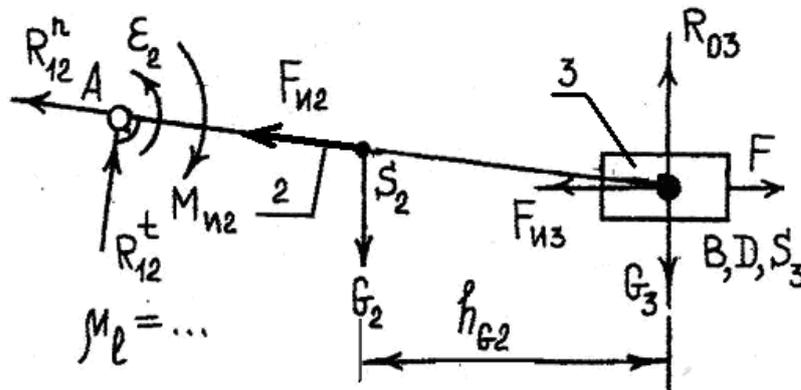


Рис. 24. Схема нагружения структурной группы 2-3

1.7. Реакцию во вращательной паре  $A$  (давление кривошипа 1 на шатун 2) раскладываем на две составляющие:  $\vec{R}_{12} = \vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^t$ , где

$\vec{R}_{12}^n$  – направлена вдоль оси звена,  $\vec{R}_{12}^t$  – перпендикулярно к оси звена 2 (AB).

## 2. Составим схему нагружения звена 1.

Для этого с плана положений механизма переносим заданное положение кривошипа  $OA$  в масштабе  $\mu_l$  (рис. 25).

2.1. В центре масс  $S_1$  прикладываем силу тяжести этого звена  $\vec{G}_1$ .

2.2. Силу инерции кривошипа не определяем, так как он уравновешен и его центр масс  $S_1$  находится на оси вращения  $O$  ( $a_{s_1} = 0$ ).

2.3. Момент пары сил инерции кривошипа 1  $M_{и1} = J_{S_1} \cdot \varepsilon_1$  направляем противоположно угловому ускорению  $\varepsilon_1$ .

2.4. Уравновешивающую силу  $\vec{F}_{yp}$ , прикладываем в точке  $A$  и направляем перпендикулярно линии кривошипа  $OA$  (в сторону его угловой скорости  $\omega_1$ ).

2.5. Реакцию во вращательной паре  $O$  (давление стойки  $O$  на кривошип 1) раскладываем на две составляющие:  $\vec{R}_{01} = \vec{R}_{01}^n + \vec{R}_{01}^t$ , где

$\vec{R}_{01}^n$  – направлена вдоль оси звена,  $\vec{R}_{01}^t$  – перпендикулярно к оси звена 1 ( $OA$ ).

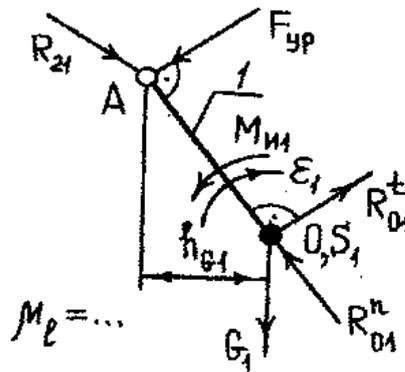


Рис. 25. Схема нагружения звена 1

### 3. Составление плана сил структурной группы 2-3.

Схема нагружения группы 2-3 представлена на рис. 24.

3.1. Составляем уравнение равновесия всех сил, действующих на структурную группу 2-3:  $\vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^t + \vec{G}_2 + \vec{F}_{ш2} + \vec{G}_3 + \vec{F}_{ш3} + \vec{F} + \vec{R}_{03} = 0$ .

3.2. В соответствии с этим уравнением строим план сил в масштабе  $\mu_F$  (рис. 26).

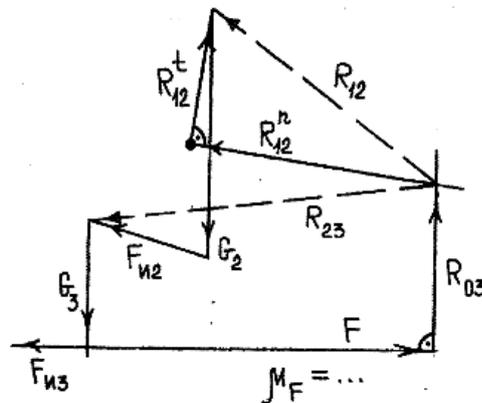


Рис. 26. План сил структурной группы 2-3

3.3. Выбираем произвольную точку, принимая ее за полюс плана сил.

3.4. Через начало вектора  $\vec{R}_{12}^t$  подводим линию действия  $\vec{R}_{12}^n$  (параллельно АВ) до пересечения с линией действия силы  $\vec{R}_{03}$  (вертикально), проведенной через конец вектора  $\vec{F}$ .

Точка пересечения линий действия сил  $\vec{R}_{12}^n$  и  $\vec{R}_{03}$  определяет их величину.

3.5. Соединив начало вектора  $\vec{R}_{12}''$  с концом  $\vec{R}_{12}'$ , получим реакцию  $\vec{R}_{12}$  в кинематической паре А.

3.6. Построив вектор из конца вектора  $\vec{R}_{O3}$  в начало  $\vec{G}_3$ , замкнем силовой многоугольник ползуна 3 (рис. 26) и получим реакцию  $\vec{R}_{23}$  во внутренней вращательной паре В (давление шатуна 2 на ползун 3).

$$\vec{R}_{23} + \vec{G}_3 + \vec{F}_{H3} + \vec{F} + \vec{R}_{O3} = 0.$$

3.7. Точкой приложения силы  $\vec{R}_{O3}$  будет точка D, совпадающая с точкой В, так как силы  $\vec{F}$ ,  $\vec{F}_{H3}$  и  $\vec{G}_3$ , действующие на ползун 3, проходят через эту точку.

#### 4. Составление плана сил звена 1

Схема нагружения звена 1 представлена на рис. 25.

4.1. Реакция во вращательной паре А  $\vec{R}_{21}$  (давление шатуна 2 на кривошип 1) направлена противоположно найденной реакции  $\vec{R}_{12}$ :  $\vec{R}_{21} = -\vec{R}_{12}$

4.2. Реакция во вращательной паре О (давление стойки О на кривошип 1) разложена на две составляющие:  $\vec{R}_{O1} = \vec{R}_{O1}'' + \vec{R}_{O1}'$ , где

$\vec{R}_{O1}''$  – направлена вдоль оси звена,  $\vec{R}_{O1}'$  – перпендикулярно к оси звена 1 (ОА).

4.3. Составляем уравнение равновесия всех сил, действующих на звено 1:

$$\vec{R}_{O1}'' + \vec{R}_{O1}' + \vec{G}_1 + \vec{R}_{21} + \vec{F}_{yp} = 0.$$

4.4. В соответствии с этим уравнением строим план сил в масштабе  $\mu_F$  (рис. 27).

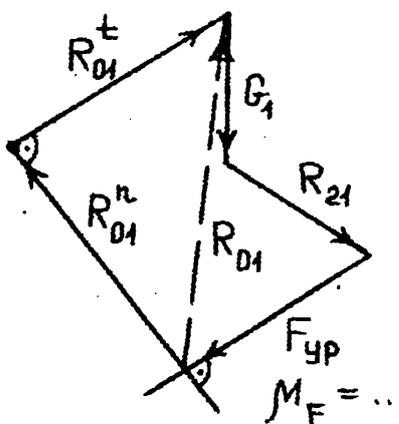


Рис. 27. План сил звена 1

4.5. Через начало вектора  $\vec{R}'_{01}$  проводим линию действия  $\vec{R}''_{01}$  (параллельно  $OA$ ) до пересечения с линией действия силы  $\vec{F}_{yp}$  (перпендикулярно  $OA$ ), проведенной через конец вектора  $\vec{R}'_{21}$ . Точка пересечения линий действия сил  $\vec{R}''_{01}$  и  $\vec{F}_{yp}$  определяет их величину.

4.6. Соединив начало вектора  $\vec{R}''_{01}$  с концом  $\vec{R}'_{01}$ , получим реакцию  $\vec{R}_{01}$  в кинематической паре  $O$ .

## ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

### СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАНИЯ

**ЗАДАЧА.** Провести структурный, кинематический и силовой анализ кривошипно-ползунного механизма (рис. 28).

**Примечание:** номер варианта указывается преподавателем (приложение 10).

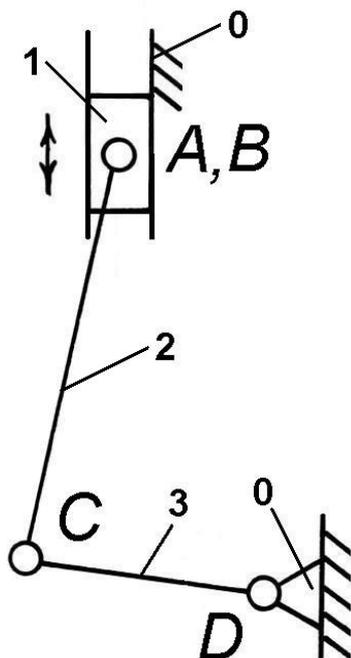


Рис. 28. Кривошипно-ползунный механизм

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Приложение 1

#### Нормальные линейные размеры, мм (ГОСТ 8032-84)

1,0	2,01	4,0	8,0	16,0	32,0	63,0	125	250	500
1,05	2,1	4,2	8,5	17,0	64,0	67,0	130	260	530
1,1	2,2	4,5	9,0	18,0	36,0	71,0	140	280	560
1,15	2,4	4,8	9,5	19,0	38,0	75,0	150	300	600
1,2	2,5	5,0	10,0	20,0	40,0	80,0	160	320	630
1,3	2,6	5,3	10,5	21,0	42,0	85,0	170	340	670
1,4	2,8	5,6	11,0	22,0	45,0	90,0	180	360	710
1,5	3,0	6,0	11,5	24,0	48,0	95,0	190	380	750
1,6	3,2	6,3	12,0	25,0	50,0	100	200	400	800
1,7	3,4	6,7	13,0	26,0	53,0	105	210	420	850
1,8	3,6	7,1	14,0	28,0	56,0	110	220	450	900
1,9	3,8	7,5	15,0	30,0	60,0	120	240	480	950

#### Примечания:

1. Стандарт устанавливает ряды линейных нормальных размеров (диаметр, длина, высота и др.) в интервале 0,001...20000 мм.
2. По расчетному значению размера  $l_p$  из ряда выбирают два ближайших (меньший и больший) размера  $l_1$  и  $l_2$ . Меньший из них  $l_1$  проверяют на перезагрузку. Если перезагрузка составит меньше или точно 5 %, то окончательно принимают размер  $l_1 = l_2$ . Если же перезагрузка будет больше 5 %, то без проверки окончательно принимают размер  $l_1 = l_2$ .

Исходные данные к заданию «Расчет стержня при растяжении и сжатии»

Номер варианта	$l_1,$ м	$l_2,$ м	$l_3,$ м	$F_1,$ кН	$F_2,$ кН	$A_1,$ см <sup>2</sup>	$A_2,$ см <sup>2</sup>
1	0,5	1	1,5	20	10	5	15
2	0,5	1,5	1	20	10	10	15
3	1	0,5	1,5	10	20	5	10
4	1,5	1	0,5	20	10	10	15
5	1	1,5	0,5	10	20	10	15
6	1,5	0,5	1	10	10	5	10
7	1	1	0,5	30	20	5	10
8	1	0,5	1	30	10	10	15
9	0,5	1	1	20	30	10	15
10	0,5	1	0,5	20	10	15	5
11	0,5	0,5	1	10	30	15	10
12	1	0,5	0,5	10	20	10	5
13	1	1,5	1	10	15	10	5
14	0,5	1	1	20	20	15	10
15	1	1,5	0,5	15	25	15	10
16	0,5	1	1,5	20	25	10	5

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«УЛЬЯНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра теоретической и прикладной механики

РАСЧЕТНО-ПРОЕКТИРОВОЧНОЕ ЗАДАНИЕ  
по сопротивлению материалов  
на тему  
«РАСЧЕТ СТЕРЖНЯ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ»

Выполнил студент группы \_\_\_\_\_

---

(фамилия, инициалы)

ВАРИАНТ № \_\_\_\_\_

Допущено к защите «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Оценка \_\_\_\_\_

Дата \_\_\_\_\_

20\_\_ г.

Исходные данные к заданию «Расчет вала при кручении»

Номер варианта	$l_1, \text{ м}$	$l_2, \text{ м}$	$l_3, \text{ м}$	$M_1, \text{ кН}\cdot\text{м}$	$M_2, \text{ кН}\cdot\text{м}$	$M_3, \text{ кН}\cdot\text{м}$	$[\tau], \text{ МПа}$	$[\theta], \text{ }^\circ/\text{м}$
1	0,5	1	1,5	20	20	10	65	1,5
2	0,5	1,5	1	20	10	20	70	1,6
3	1	0,5	1,5	10	20	20	75	1,7
4	1,5	1	0,5	20	10	10	80	1,8
5	1	1,5	0,5	10	20	10	85	1,9
6	1,5	0,5	1	10	10	20	90	2,0
7	1	1	0,5	30	20	10	95	1,5
8	1	0,5	1	30	10	20	100	1,6
9	0,5	1	1	20	30	10	80	1,7
10	0,5	1	0,5	20	10	30	85	1,8
11	0,5	0,5	1	10	30	20	90	1,9
12	1	0,5	0,5	10	20	30	95	2,0

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«УЛЬЯНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра теоретической и прикладной механики

РАСЧЕТНО-ПРОЕКТИРОВОЧНОЕ ЗАДАНИЕ

по сопротивлению материалов

на тему

«РАСЧЕТ ВАЛА ПРИ КРУЧЕНИИ»

Выполнил студент группы \_\_\_\_\_

---

(фамилия, инициалы)

ВАРИАНТ № \_\_\_\_\_

Допущено к защите «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

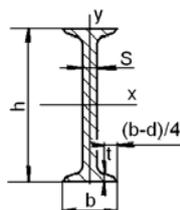
Оценка \_\_\_\_\_

Дата \_\_\_\_\_

20\_\_ г.

Сортамент прокатной стали (по ГОСТ 8239-89, 8240-89, 8509-89)

Двутавры



№	h	b	s	t	A, см <sup>2</sup>	Справочные величины для осей			
	мм					x-x		y-y	
						I <sub>x</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>x</sub> , см <sup>3</sup>	I <sub>y</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>y</sub> , см <sup>3</sup>
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	17,9	6,49
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	27,9	8,72
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	41,9	11,50
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109,0	58,6	14,50
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143,0	82,6	18,40
18a	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159,0	114,0	22,80
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184,0	115,0	23,10
20a	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203,0	155,0	28,20
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232,0	157,0	28,60
22a	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254,0	206,0	34,30
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289,0	198,0	34,50
24a	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317,0	260,0	41,60
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371,0	260,0	41,50
27a	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407,0	337,0	50,00
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472,0	337,0	49,90
30a	300	145	6,5	10,2	46,5	7780	518,0	436,0	60,10
33	330	140	7,0	11,2	53,8	98,40	597,0	419,0	69,90
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743,0	516,0	71,10
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953,0	667,0	86,10
45	450	160	9,0	14,2	84,7	27696	1231,0	808,0	101,00
50	500	170	10,0	15,2	100,0	39727	1589,0	1043,0	123,00
55	550	180	11,0	16,5	118,0	55962	2035,0	1356,0	151,00
60	600	190	12,0	17,8	138,0	76806	2560,0	1725,0	182,00

## Исходные данные к заданию «Прямой поперечный изгиб»

Номер варианта	M, кН·м	F, кН	L, м
1	15	20	1
2	10	30	2
3	15	10	2
4	20	20	1
5	15	15	3
6	10	30	4
7	15	25	1
8	25	15	1
9	20	10	2
10	15	30	1
11	15	25	2
12	10	40	1
13	20	30	2
14	25	15	1
15	10	25	1
16	35	25	2
17	25	25	3
18	10	15	1
19	20	10	1
20	25	30	4

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«УЛЬЯНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра теоретической и прикладной механики

РАСЧЕТНО-ПРОЕКТИРОВОЧНОЕ ЗАДАНИЕ

по сопротивлению материалов

на тему

«ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ»

Выполнил студент группы \_\_\_\_\_

---

(фамилия, инициалы)

ВАРИАНТ № \_\_\_\_\_

Допущено к защите «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Оценка \_\_\_\_\_

Дата \_\_\_\_\_

20\_\_ г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«УЛЬЯНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра теоретической и прикладной механики

РАСЧЕТНОЕ ЗАДАНИЕ  
по теории механизмов и машин  
на тему  
«Структурный анализ механизмов»

Выполнил студент группы \_\_\_\_\_

---

(фамилия, инициалы)

ВАРИАНТ № \_\_\_\_\_

Допущено к защите « \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Оценка \_\_\_\_\_

Дата \_\_\_\_\_

20\_\_ г.

Приложение 10

№	k <sub>1</sub>	k <sub>2</sub>	k <sub>3</sub>	k <sub>4</sub>	№	k <sub>1</sub>	k <sub>2</sub>	k <sub>3</sub>	k <sub>4</sub>
1.	1	2	0,25	- 0,2	21.	1	2	0,5	0,2
2.	2	2,25	0,25	- 0,4	22.	2	2,25	0,5	0,4
3.	3	2,5	0,25	- 0,6	23.	3	2,5	0,5	0,6
4.	4	2,75	0,25	- 0,8	24.	4	2,75	0,5	0,8
5.	5	3	0,25	- 0,2	25.	5	3	0,5	0,2
6.	- 1	2	0,5	0,4	26.	- 1	2	0,75	- 0,4
7.	- 2	2,25	0,5	0,6	27.	- 2	2,25	0,75	- 0,6
8.	- 3	2,5	0,5	0,8	28.	- 3	2,5	0,75	- 0,8
9.	- 4	2,75	0,5	0,2	29.	- 4	2,75	0,75	- 0,2
10.	- 5	3	0,5	0,4	30.	- 5	3	0,75	- 0,4
11.	1	2	0,75	- 0,6	31.	1	2	0,25	0,6
12.	2	2,25	0,75	- 0,8	32.	2	2,25	0,25	0,8
13.	3	2,5	0,75	- 0,2	33.	3	2,5	0,25	0,2
14.	4	2,75	0,75	- 0,4	34.	4	2,75	0,25	0,4
15.	5	3	0,75	- 0,6	35.	5	3	0,25	0,6
16.	- 1	2	0,25	0,8	36.	- 1	2	0,5	- 0,8
17.	- 2	2,25	0,25	0,2	37.	- 2	2,25	0,5	- 0,2
18.	- 3	2,5	0,25	0,4	38.	- 3	2,5	0,5	- 0,4
19.	- 4	2,75	0,25	0,6	39.	- 4	2,75	0,5	- 0,6
20.	- 5	3	0,25	0,8	40.	- 5	3	0,5	- 0,8

$$\omega_1 = k_1 \cdot \omega; \quad l_1 = l_{CD} = l; \quad l_2 = l_{CA} = k_2 \cdot l; \quad l_3 = l_{CK} = k_3 \cdot l; \quad e = k_4 \cdot l.$$

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В методических указаниях представлены варианты расчетных задач, которые могут быть использованы в учебном процессе для самостоятельной работы студентов при выполнении расчетных работ по технической механике, для проведения практических занятий, при выполнении контрольных заданий. Вариант расчетного задания каждому студенту выдает преподаватель, ведущий практические занятия.

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сопротивление материалов : учеб. для техн. вузов / Г. С. Писаренко. – Киев : Вища школа, 1986. – 389 с.
2. Руководство к решению задач по сопротивлению материалов : учеб. пособие для вузов / Г. М. Ицкович [и др.] – М. : Высшая школа, 1999. – 592 с.
3. Манжосов В. К. Прикладная механика : учеб. пособие / В. К. Манжосов. – Ульяновск : УлГТУ, 2007. – 256 с.
4. Теория механизмов и машин : учеб. пособие для вузов / А. И. Смелягин. – М. ; Новосибирск: Инфра-М: НГТУ, 2007. – 262 с.
5. Детали машин : учебник / В. А. Вагнер. – Барнаул, 2007. – 743 с.
6. Чернилевский Д. В. Детали машин и основы конструирования: учебник для вузов. – М. : Машиностроение, 2006. – 655 с.
7. Пособие для самостоятельной подготовки к занятиям по кафедре технической механике : учеб. пособие / М. Б. Николотов. – Ульяновск : УФВАТТ, 2002. – 83 с.

Учебное издание

ОВСЯННИКОВА Наталья Борисовна

**ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ  
ПО ТЕХНИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ**

**Сопротивление материалов,  
теория механизмов и машин**

Методические указания  
к практическим и самостоятельным занятиям  
по дисциплине «Техническая механика»

Редактор М. В. Теленкова

Формат А4. Усл. печ. л. 4,88.  
Объем данных 1,26 Мб. ЭИ № 19.

Ульяновский государственный технический университет  
432027, г. Ульяновск, ул. Сев. Венец, 32.  
Тел.: (8422) 778-113.  
E-mail: [venec@ulstu.ru](mailto:venec@ulstu.ru)  
<http://www.venec.ulstu.ru>