КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Общие указания

Контрольная работа выполняется студентом в отдельной тетради. Решение каждой задачи необходимо кратко пояснить и аккуратно записывать. Студент должен быть готов дать во время экзамена(зачета) пояснения по существу решения заданий.

Контрольная работа состоит из четырех заданий, в каждом из которых в качестве **k** и **m** берутся две последние цифры студенческого билета, при - чем **k** - предпоследняя цифра студенческого билета, **m** - последняя цифра студенческого билета.

Задача 1. Задан случайный процесс X(t) . Найти математическое ожидание, ковариационную функцию и дисперсию случайного процесса

У(t) = dX(t)/dt

где u - случайная величина с известной плотностью распределения f(u).

Предпоследняя цифра студенческого билета	X(t)
0	$u(t^{k+1} + m+1)$
1	$(k+1)t + ue^{-(m+1)t^2}$
2	$e^{-(k+1)t} + u\sin(m+1)\,t$
3	$\sin(k+1)\,t + u\,e^{-(m+1)t}$
4	$u\,e^{-(m+1)t} + (-1)^{m+1}(k+1)t$
5	$t^{k+1} + u\cos(m+1)\,t$
6	$u\,(k+1)t^{m+1} - (m+1)t$
7	$u\,e^{-(m+1)t} + \cos(k+1)\,t$

8	$(m+1)t^2 - u\sin(k+1)\,t$
9	$u\,t^{k+1} - e^{-(m+1)t}$

Последняя цифра Студенческого билета	f(u)
0	$c - u^2$; $u \in [0;1]$
1	$c - (u-1)^2$ $u \in [1;2]$
2	$u + 1$ $u \in [0;c]$
3	$1 - c \cdot u^2$ $u \in [-1;1]$
4	$1 + c \cdot u$; $u \in [0;1]$
5	$c \cdot u - 2$; $u \in [3;4]$
6	$c/(u-2)^2$; $u \in [0;1{,}5]$
7	c/u; $u \in [2;3]$
8	$c/(u-3)^2$; $u \in [0;1]$
9	c/u^2; $u \in [2;4]$

Выбор функций X(t) и f(u) производится по двум последним цифрам студенческого билета. При этом для функции X(t) выбор значений k и m производить следующим образом:

k - предпоследняя цифра студенческого билета;
m - последняя цифра студенческого билета.
Если k = 0 , то считать k = 3 ; если m = 0 , то считать m = 5.

Задача 2. Номер задачи выбирается по последней цифре студенческого билета $\boldsymbol{m}$**.** Исходные данные в решаемой задаче выбираются по предпоследней цифре студенческого билета $\boldsymbol{k}$.

$\boldsymbol{m = 1}$. Корреляционная функция стационарного в широком смысле случайного процесса имеет вид:

$$K(\tau) = K_0 e^{-a|\tau|}$$

Найти дисперсию случайного процесса и его время корреляции $\tau\tau_k$. Построит эскиз графика корреляционной функции и указать на нем значение времени корреляции.

$\boldsymbol{k}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9

K_0	3	4	6	5	3	2	9	7	6
a	2	3	4	2	3	4	3	4	2

$\boldsymbol{m = 2}$. Спектральная плотность стационарного в широком смысле случайного процесса имеет вид:$S(\omega) = \frac{S_0}{\alpha^2+\omega^2}$.Найти дисперсию случайного процесса и эффективную полосу частот $\omega_{эфф}$.

$\boldsymbol{k}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
S_0	2	9	7	6	5	4	2	5	6
a	4	3	2	4	3	4	5	4	2

$\boldsymbol{m = 3}$. $X\quad(t)$- стационарный в широком смысле случайный процесс с известными математическим ожиданием m и корреляционной функцией $K_x(\tau)$. Найти математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию случайного процесса $Y(t) = aX(t)$ и доказать, что этот случайный процесс является стационарным в широком смысле.

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	3	5	6	7	4	5	4	3	2

$\boldsymbol{m = 4}$. Корреляционная функция стационарного в широком смысле случайного процесса задана выражением: $K(\tau) = \begin{cases} D\left(1 - \frac{|\tau|}{a}\right) & |\tau| \le a \\ 0 & |\tau| > a \end{cases}$.Найти время корреляциии случайного процесса, нарисовать эскиз графика корреляционной функции и указать на нем значение времени корреляции.

$\boldsymbol{k}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
D	4	3	6	8	2	2	7	7	6
a	4	6	3	2	3	2	3	4	2

$\boldsymbol{m = 5}$. Корреляционная функция стационарного в широком смысле случайного процесса задана выражением: $K(\tau) = \begin{cases} D\left(1 - \frac{|\tau|}{a}\right) & |\tau| \le a \\ 0 & |\tau| > a \end{cases}$. Найти спектральную плотность данного случайного процесса.

$\boldsymbol{k}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
D	5	4	3	2	4	3	6	8	2
a	5	2	2	3	3	4	6	3	2

$\boldsymbol{m = 6}$. Спектральная плотность случайного процесса, стационарного в широком смысле, постоянна и равна N_0 в полосе частот $\lfloor -(2n+1)\omega_0;\ -\omega_0 \rfloor$ и $\lfloor (2n+1)\omega_0;\ \omega_0 \rfloor$, и нулю вне этих интервалов. Найти корреляционную функцию данного случайного процесса.

$\boldsymbol{k}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N_0	5	4	3	2	4	3	6	8	2
ω_0	5	4	6	6	7	5	7	4	2

n	2	3	2	3	4	2	3	4	2

$\boldsymbol{m} = 7$. Спектральная плотность случайного процесса, стационарного в широком смысле, постоянна и равна N_0 в полосе частот $\lfloor -\omega_0;\ \ \omega_0 \rfloor$ и нулю за пределами этого интервала. Найти корреляционную функцию данного случайного процесса.

$\boldsymbol{k}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N_0	5	4	3	2	4	3	6	8	2
ω_0	5	4	6	6	7	5	7	4	2

$\boldsymbol{m} = 8$. Случайный процесс X(t)- стационарный в широком смысле с известным математическим ожиданием m и корреляционной функцией $K_x(\tau)$. Найти математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию случайного процесса $Y(t) = -aX(t) + b$ и доказать, что этот случайный процесс является стационарным в широком смысле.

$\boldsymbol{k}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	3	5	6	7	4	5	4	3	2
b	1	2	3	5	4	5	3	5	4

$\boldsymbol{m} = 9$. Дан случайный процесс $X(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$, где фаза φ есть случайная величина, равномерно распределенная на отрезке$[0;\ 2\pi\ ]$. Найти математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию случайного процесса $X(t)$и доказать, что данный случайный процесс является стационарным в широком смысле.

$\boldsymbol{k}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	3	4	6	5	3	2	9	7	6
ω	2	3	4	2	3	4	3	4	2

Задача 3. Цепь Маркова с тремя состояниями S_1, S_2, S_3 характеризуется однородной стохастической матрицей

$$\begin{matrix} P_{11} & 0 & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & 0 \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{matrix} \quad ,$$

где $P_{11} = P_{22} = P_{33} = m/\ m + 2$; $P_{13} = P_{21} = 2/\ m + 2$; $P_{31} = P_{32} = 1/\ m+2$;
m - последняя цифра студенческого билета; если m = 0, то взять m=2.

Требуется: 1) изобразить граф состояний системы (сделать чертеж);
2) найти вероятность $P_j(3)$ состояния системы на третьем шаге, если в начальный момент система находилась в состоянии:
S_1 для вариантов, у которых m = 0, 3, 6 и 9;
S_2 для вариантов, у которых m = 1, 4 и 7;

S_3 для вариантов, у которых m = 2, 5 и 8.