

Задача 3.3. Построение эюр N , Q , M для рам

Исходные данные: для заданной плоской рамы, нагруженной в ее плоскости, построить эюры внутренних силовых факторов N , Q , M .

Схемы к задаче 3.3

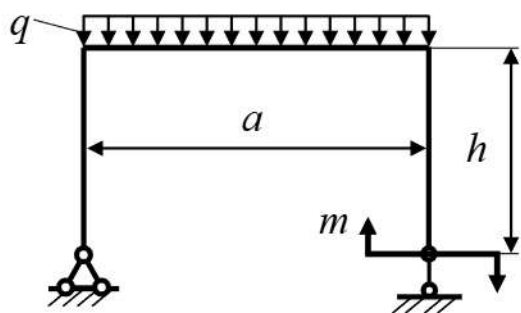


Рис. 3.3.1

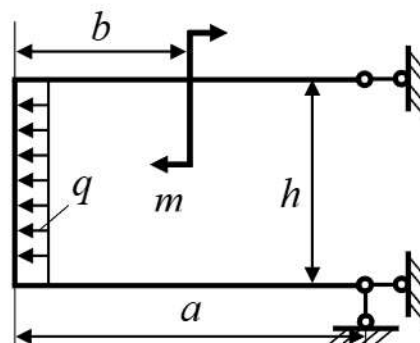


Рис. 3.3.2

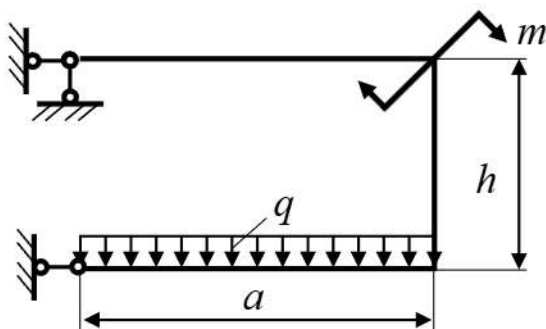


Рис. 3.3.3

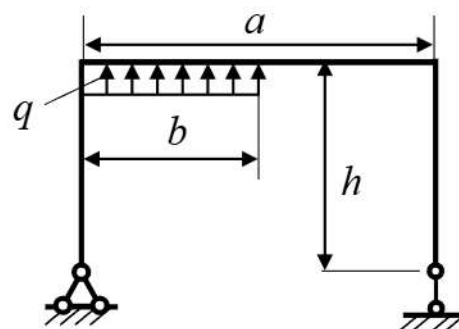


Рис. 3.3.4

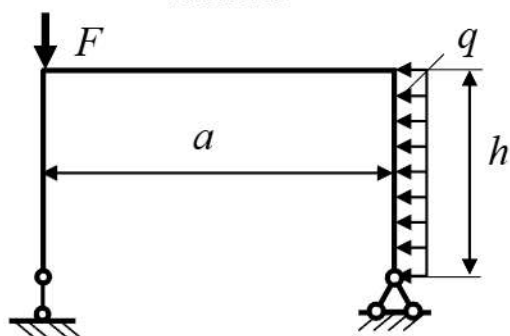


Рис. 3.3.5

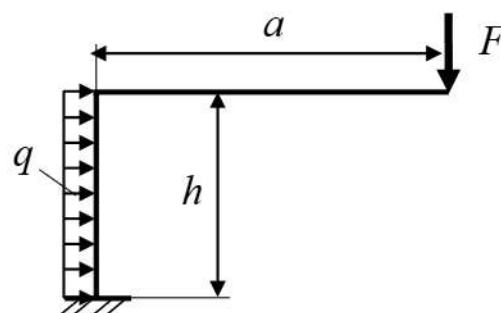


Рис. 3.3.6

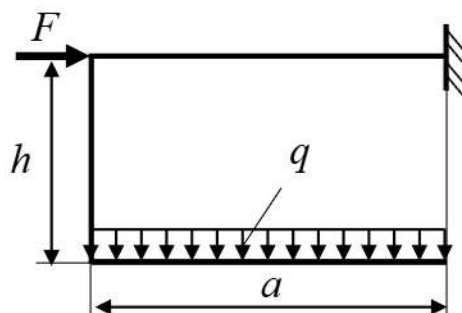


Рис. 3.3.7

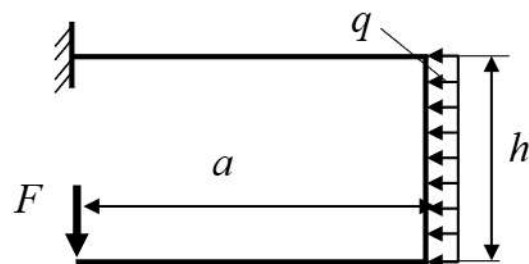


Рис. 3.3.8

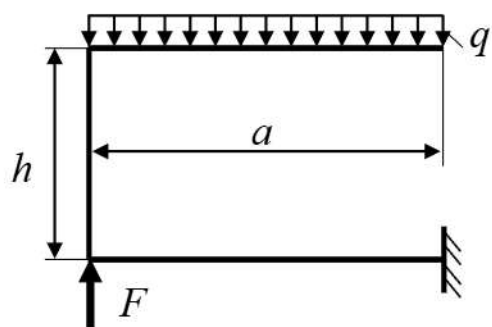


Рис. 3.3.9

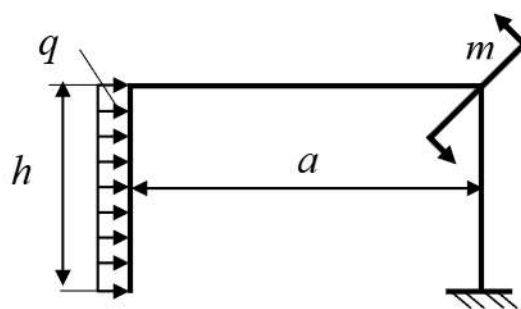


Рис. 3.3.10

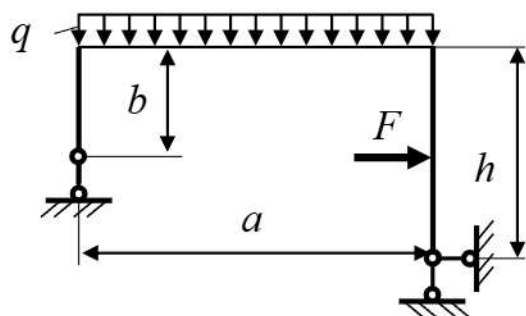


Рис. 3.3.11

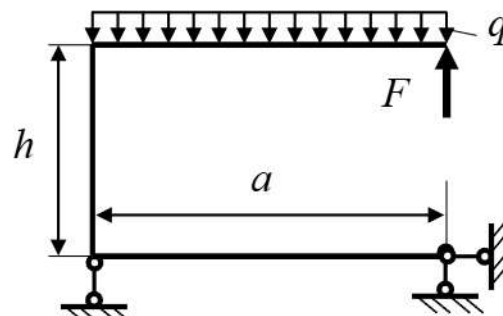


Рис. 3.3.12

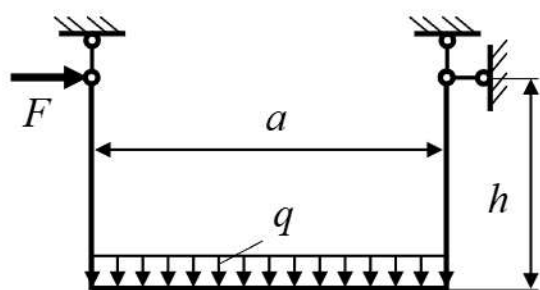


Рис. 3.3.13

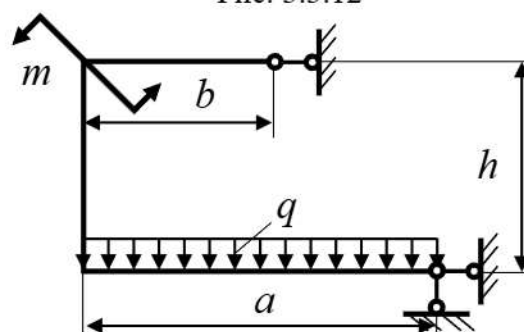


Рис. 3.3.14

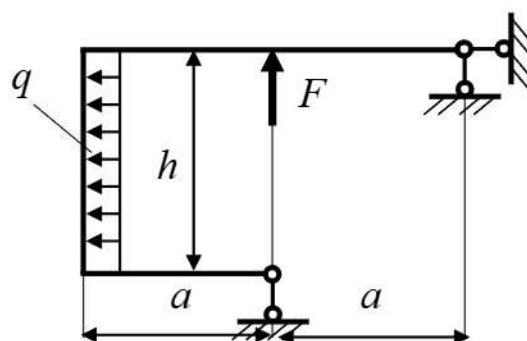


Рис. 3.3.15

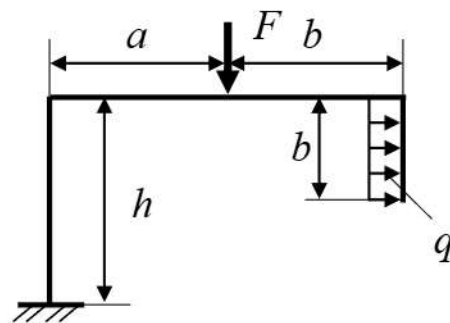


Рис. 3.3.16

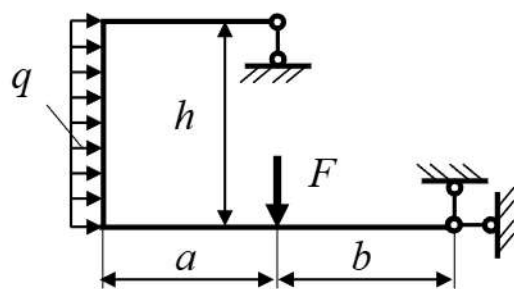


Рис. 3.3.17

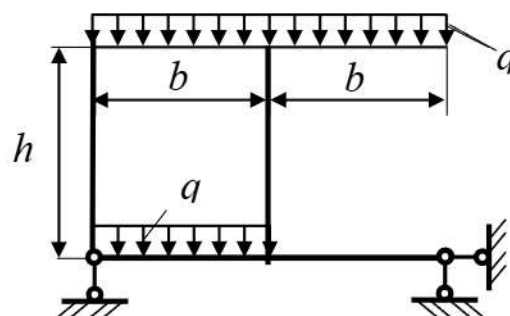


Рис. 3.3.18

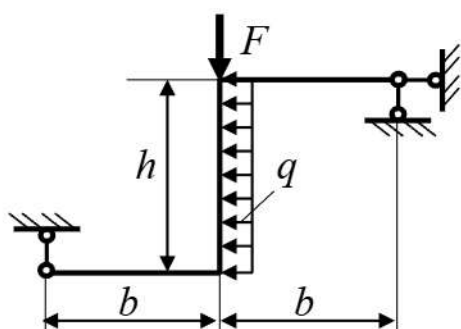


Рис. 3.3.19

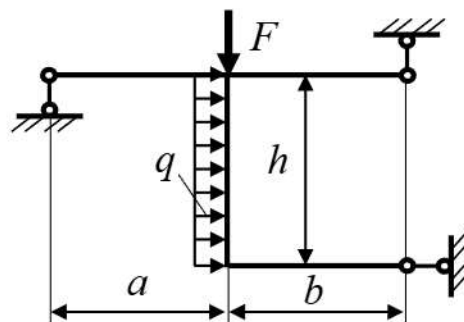


Рис. 3.3.20

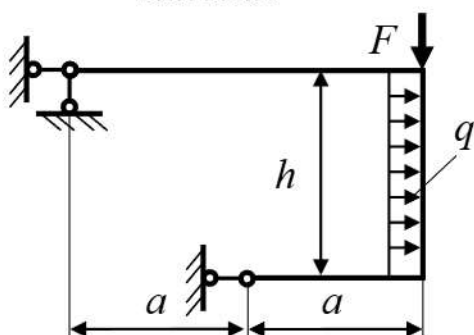


Рис. 3.3.21

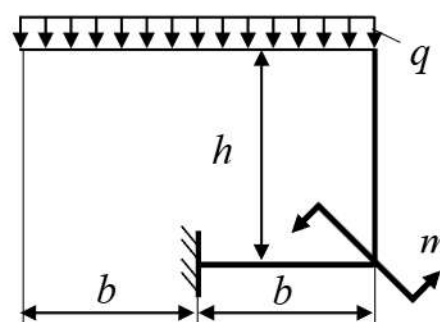


Рис. 3.3.22

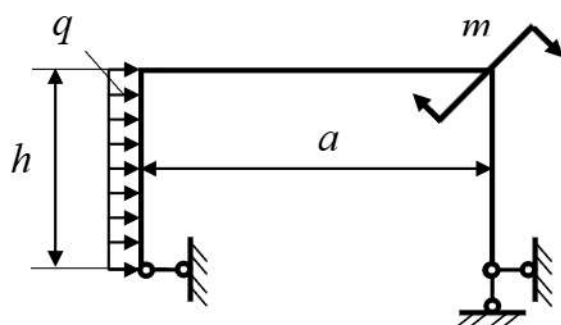


Рис. 3.3.23

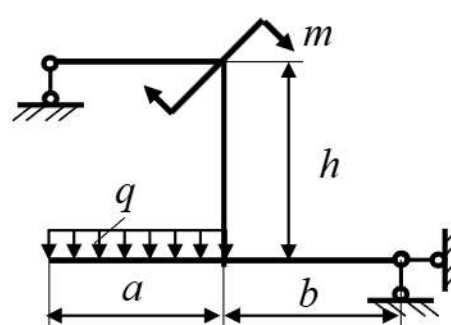


Рис. 3.3.24

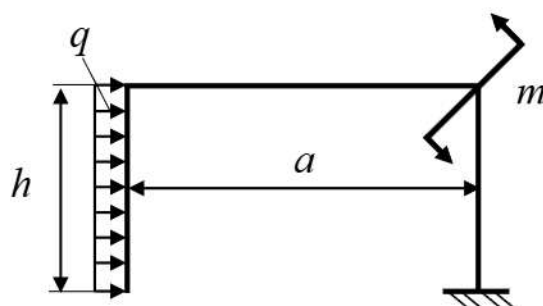


Рис. 3.3.25

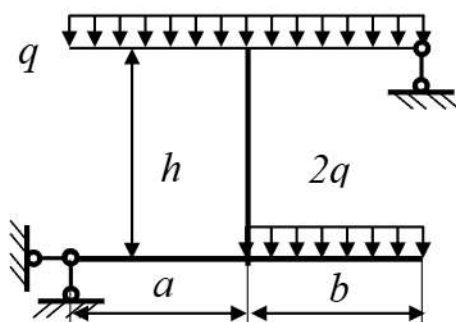


Рис. 3.3.26

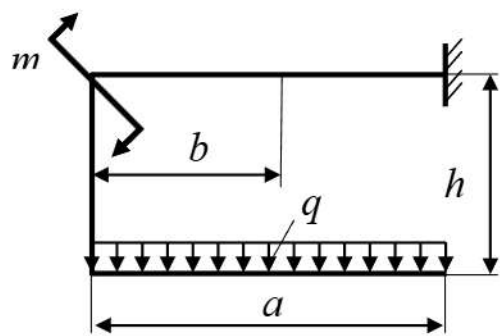


Рис. 3.3.27

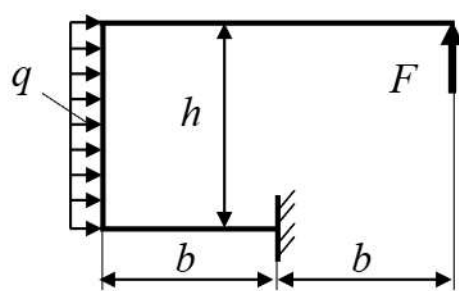


Рис. 3.3.28

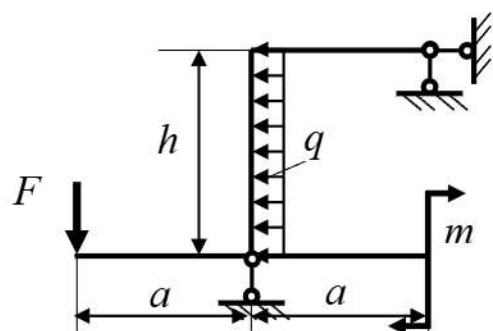


Рис. 3.3.29

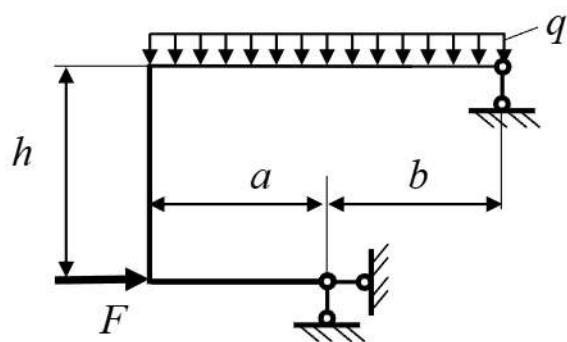


Рис. 3.3.30

Таблица 3.3

Данные для вариантов

Номер варианта (рисунка)	F , кН	q , кН/м	m , кН·м	a , м	b , м	h , м
1 (3.3.1)	10	3	20	2	1	4
2 (3.3.2)	12	4	30	3	2	3
3 (3.3.3)	14	2	40	4	3	4
4 (3.3.4)	16	1	50	5	3	4
5 (3.3.5)	18	2	30	2	1	3
6 (3.3.6)	20	3	30	3	2	4
7 (3.3.7)	22	4	40	4	3	3
8 (3.3.8)	24	5	20	5	3	4
9 (3.3.9)	26	2	30	2	2	3
10 (3.3.10)	28	3	40	3	3	4
11 (3.3.11)	30	4	50	4	4	4
12 (3.3.12)	32	5	60	5	3	3
13 (3.3.13)	34	2	50	2	2	3
14 (3.3.14)	36	3	30	3	2	4
15 (3.3.15)	38	4	40	4	3	5
16 (3.3.16)	40	5	60	5	3	4
17 (3.3.17)	42	8	80	4	1	3
18 (3.3.18)	44	6	90	3	2	4
19 (3.3.19)	46	9	70	4	3	3
20 (3.3.20)	48	8	50	5	2	4
21 (3.3.21)	50	10	40	2	2	3
22 (3.3.22)	52	12	60	3	3	4
23 (3.3.23)	54	10	80	4	2	2
24 (3.3.24)	56	8	60	5	3	3
25 (3.3.25)	58	9	50	6	4	4
26 (3.3.26)	60	10	60	6	5	5
27 (3.3.27)	62	12	70	5	4	4
28 (3.3.28)	64	14	80	3	2	3
29 (3.3.29)	66	12	90	6	4	5
30 (3.3.30)	68	10	80	5	5	4

Примечание. Номер варианта соответствует номеру рисунка (например, в задаче 3.3 варианту 7 соответствует рис. 3.3.7).

Методические указания к решению задачи

1. Составить уравнения равновесия и определить опорные реакции рамы.

2. Разбить раму на участки. Границами участков являются сечения, в которых приложены внешние нагрузки, и сечения, в которых ось рамы претерпевает излом.

3. На каждом участке взять произвольное сечение и задать его текущей координатой от выбранного начала координат. Разрешается применять скользящую систему координат, то есть помещать начало координат в начале текущего участка, направляя ось x вдоль оси участка.

4. Записать выражения для N , Q , M в произвольном сечении и пределы изменения текущей координаты.

5. По полученным аналитическим выражениям для N , Q и M построить их эпюры.

Пример решения задачи

Исходные данные

Построить эпюры Q , M и N для рамы (см. рис. 3.3.31, а).

Решение

1. В рассматриваемой П-образной раме прежде всего необходимо определить опорные реакции. Шарнирно-неподвижная опора A дает две составляющие опорной реакции: R_A и H_A ; шарнирно-подвижная опора B — лишь одну вертикальную реакцию R_B (предварительно принимаем, что она направлена вверх).

Составляем уравнение равновесия:

$$\sum m_A(\vec{F}_i) = 0; -R_B \cdot \frac{h}{2} - F_2 \cdot \frac{h}{2} = 0,$$

откуда $R_B = -F_2 = -50 \text{ кН}$.

Знак « $-$ » указывает на то, что направление опорной реакции было выбрано неверно: реакция R_B направлена вниз. Наносим на чертеж реакцию R_B , учитывая ее действительное направление, а реакцию, направленную вверх, зачеркиваем (рис. 3.3.31, а).

Составляем второе уравнение равновесия:

$$\sum m_B(\vec{F}_i) = 0; R_A \cdot \frac{h}{2} - F_2 \cdot \frac{h}{2} = 0,$$

откуда $R_A = F_2 = 50 \text{ кН}$.

Горизонтальную составляющую полной реакции шарнира A , то есть H_A , определим из условия, что сумма проекции всех сил на горизонтальную ось x равна нулю:

$$\sum F_{ix} = 0; H_A - F_1 - F_2 = 0,$$

откуда $H_A = F_1 + F_2 = 80 \text{ кН}$.

Проверка. Используем уравнение $\sum F_{iy} = 0$:

$$R_A - R_B = 50 - 50 = 0.$$

Таким образом, опорные реакции найдены правильно.

2. Построение эпюры Q . Рама имеет четыре участка: AC , CD , DK и KB . Рассмотрим участок I — AC ($0 \leq x_1 \leq h$), взяв начало координат в точке A . Находим поперечную силу как сумму проекций на ось, перпендикулярную к стержню AC , сил, расположенных слева от сечения:

$$Q_I = -H_A = -80 \text{ кН}.$$

Значение Q_I , очевидно, остается неизменным на всем участке AC .

На участке II — CD : $\left(0 \leq x_2 \leq \frac{h}{2}\right)$

$$Q_{II} = R_A = 50 \text{ кН}.$$

Следующие участки III и IV (DK и KB) рамы рассмотрим, двигаясь со стороны ее правого конца точки.

На участке III (DK): $0 \leq x_3 \leq \frac{h}{2}$;

$$Q_{III} = F_1 = 30 \text{ кН} \text{ на всем участке } BK;$$

На участке IV (KB): $0 \leq x_4 \leq \frac{h}{2}$;

$$Q_{IV} = F_1 + F_2 = 30 + 50 = 80 \text{ кН} \text{ на всем участке } KD.$$

По полученным значениям строим эпюру Q (см. рис. 3.3.31, б).

3. Построение эпюры M .

Участок I $(0 \leq x_1 \leq h)$. Определяем M как сумму моментов сил, расположенных слева от сечения:

$$M_I = -H_A x_1.$$

Придавая x_1 значения, соответствующие границам участка, получаем

$$M_I|_{x_1=0} = M_A = 0;$$

$$M_I|_{x_1=h} = M_C = -H_A h = -480 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок II $\left(0 \leq x_2 \leq \frac{h}{2}\right)$. Находим M_{II} также как сумму моментов сил, расположенных слева от сечения:

$$M_{II} = R_A x_2 - H_A h.$$

Определяем два значения M_{II} в сечениях C и D :

$$M_{II}|_{x_2=0} = M_C = -H_A h = -480 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{II}|_{x_2=\frac{h}{2}} = M_D = R_A \frac{h}{2} - H_A h = 50 \cdot \frac{6}{2} - 80 \cdot 6 = -330 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок III $\left(0 \leq x_3 \leq \frac{h}{2}\right)$. Определяем M_{III} как сумму моментов сил, расположенных справа от сечения:

$$M_{III} = -F_1 x_3.$$

Определяем граничные значения M_{III} :

$$M_{III}|_{x_3=0} = M_B = 0;$$

$$M_{III}|_{x_3=\frac{h}{2}} = M_K = -F_1 \cdot \frac{h}{2} = -30 \cdot \frac{6}{2} = -90 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок IV $\left(0 \leq x_4 \leq \frac{h}{2}\right)$. Определяем M_{IV} как сумму моментов сил, расположенных справа от сечения:

$$M_{IV} = -F_1 \cdot \left(\frac{h}{2} + x_4\right) - F_2 x_4.$$

Находим граничные значения M_{IV} :

$$M_{IV|_{x_4=0}} = M_K = -F_1 \cdot \frac{h}{2} = -90 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{IV|_{x_4=\frac{h}{2}}} = M_D = -F_1 \cdot h - F_2 \cdot \frac{h}{2} = -30 \cdot 6 - 50 \cdot 3 = -330 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

что совпадает с ранее полученными значениями изгибающего момента в узле D .

Строим эпюру M , откладывая, как было условлено, ординаты со стороны сжатых волокон (рис 3.3.31, в).

4. Построение эпюры N . На участке I находим N как сумму проекций на ось AC всех сил, расположенных слева от сечения:

$$N_I = -R_A = -50 \text{ кН}.$$

Знак « $-$ » указывает, что стойка AC сжата. Проецируя все силы, расположенные слева от сечения II, на направление ригеля* CD , получаем

$$N_{II} = -H_A = -80 \text{ кН} \text{ (ригель сжат)}.$$

На участках III и IV определяем продольную силу как сумму проекций на ось DB всех сил, расположенных справа от сечения:

$$N_{III} = N_{IV} = R_B = 50 \text{ кН} \text{ (правая стойка растянута)}.$$

Строим эпюру N , откладывая положительные ординаты снаружи, а отрицательные — внутри контура рамы (рис. 3.3.31, г).

* Ригелем называют горизонтальный участок рамы.

Графическая часть задачи

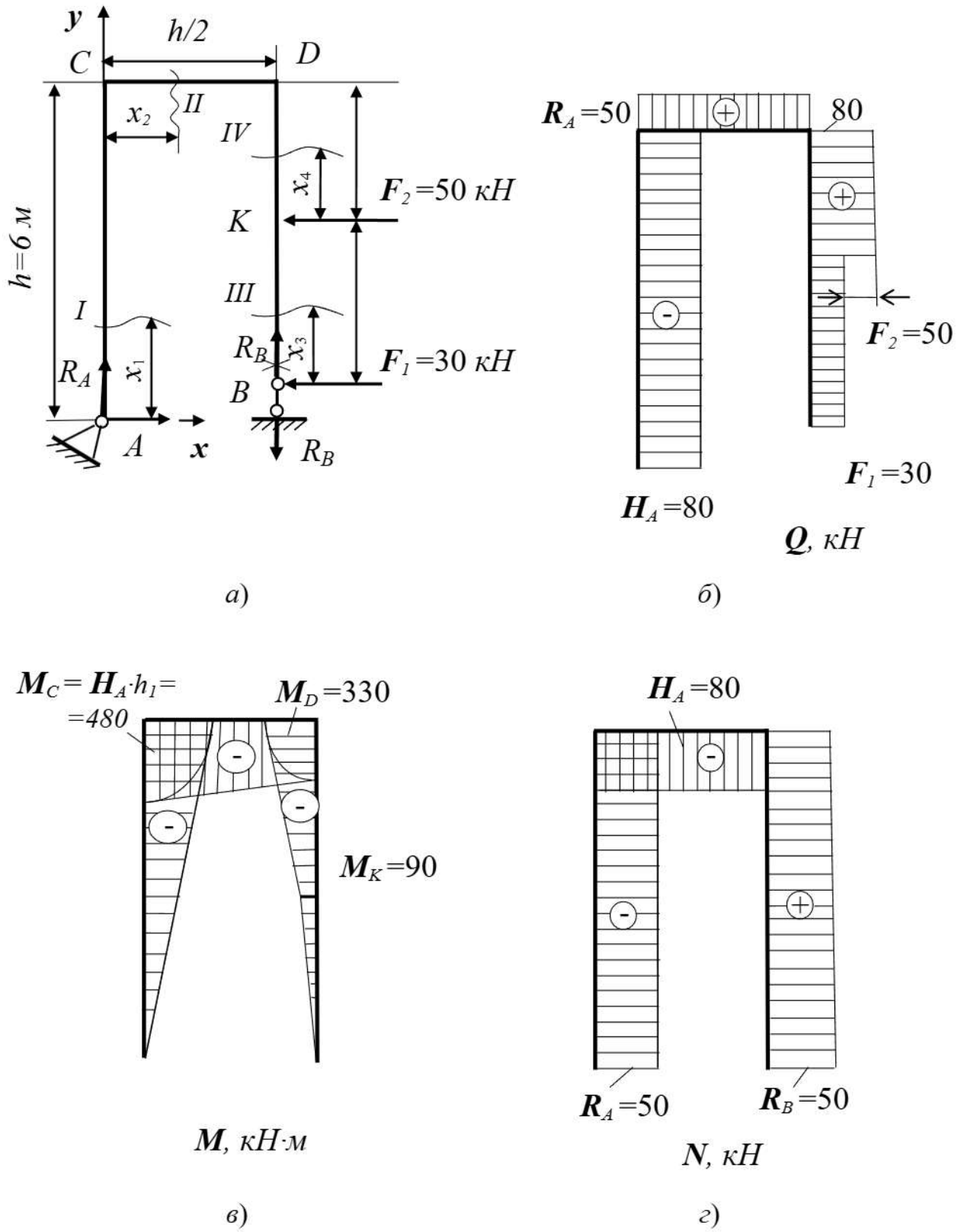


Рис. 3.3.31