

Федеральное агентство связи
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Сибирский государственный университет телекоммуникаций и
информатики»
(СибГУТИ)
Кафедра Передачи дискретных сообщений и метрологии (ПДСиМ)

Мелентьев О.Г.

Реализация КИХ фильтров в среде Mathcad

Методические указания
к лабораторной работе

Новосибирск, 2019

1. Цель работы:

- 1.1. Изучение принципов построения КИХ фильтров;
- 1.2. Получение практического навыка реализации КИХ фильтров низких и высоких частот, полосового и режекторного фильтров.
- 1.3 Знакомство со встроенными функциями MathCAD для реализации КИХ фильтров различных типов.

2. Краткие теоретические сведения

Фильтрация – обработка сигнала, в результате которой изменяется его спектральный состав. Частотные составляющие спектра сигнала перемножаются с соответствующими составляющими частотной характеристики четырехполюсника.

Импульсная характеристика фильтра – выходная последовательность фильтра во временной области при подаче на вход фильтра единственного отсчета, равного единице (единичного импульса), которому предшествуют и за которым следуют нулевые отсчеты.

Фильтр нижних частот (ФНЧ) — электронный или любой другой фильтр, эффективно пропускающий частотный спектр сигнала ниже некоторой частоты (частоты среза) и подавляющий частоты сигнала выше этой частоты.

Фильтр верхних частот (ФВЧ) — электронный или любой другой фильтр, пропускающий высокие частоты входного сигнала, при этом подавляя частоты сигнала ниже частоты среза.

Полосовой фильтр (ПФ) — фильтр, который пропускает составляющие, находящиеся в некоторой полосе частот.

Режекторный фильтр (РФ) — электронный или любой другой фильтр, не пропускающий колебания некоторой определённой полосы частот, и пропускающий колебания с частотами, выходящими за пределы этой полосы.

Импульсные характеристики идеальных фильтров представлены в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Идеальные ИХ фильтров

Тип фильтра	$n=0$	$n \neq 0$
ФНЧ	$2f_{cp}$	$\frac{\sin(2\pi f_{cp}n)}{n\pi}$
ПФ	$2(f_b - f_n)$	$\frac{\sin(2\pi f_b n)}{n\pi} - \frac{\sin(2\pi f_n n)}{n\pi}$
ФВЧ	$1 - 2f_{cp}$	$\frac{-\sin(2\pi f_{cp}n)}{n\pi}$
ПРФ	$1 - 2(f_n - f_b)$	$\frac{\sin(2\pi f_n n)}{n\pi} - \frac{\sin(2\pi f_b n)}{n\pi}$

Идеальные импульсные характеристики бесконечны, и поэтому физически нереализуемы.

Для реализации фильтров идеальные ИХ усекают до N отсчетов и сдвигают вправо так, чтобы отрицательный отсчет стал нулевым.

Оконное сглаживание применяется для уменьшения пульсаций в полосе пропускания фильтра. Виды оконных функций представлены в таблице 2.2.

Таблица 2.2 – Виды оконных функций

Название окна	Математическая модель
Прямоугольное окно	$\begin{cases} 1, n \in (0, N-1) \\ 0, n \notin (0, N-1) \end{cases}$
Окно Ханна (Хеннинга)	$w(n) = 0,5(1 + \cos(\frac{2\pi n}{N-1}))$
Окно Хэмминга	$0.53 + 0.46\cos(\frac{2\pi n}{N-1})$

Для реализации фильтрации необходимо выполнить свертку входной последовательности длиной n с импульсной характеристикой длиной N . Текущий выходной отсчет может быть получен по следующему выражению

$$Y_{n1} = \sum_{m=\text{if}(n1 < n-1, 0, n1-n+1)}^{\text{if}(n1 < N, n1-N+1)} h_m \cdot M_{n-m}$$

ДПФ свертки импульсной характеристики фильтра и входной последовательности равно произведению спектра входной последовательности и ДПФ импульсной характеристики. Если две последовательности во временной области $h(k)$ и $x(n)$ имеют ДПФ $H(m)$ и $X(m)$ соответственно, то ДПФ последовательности $y(n)=h(k)*x(n)$ буде равно произведению $H(m)X(m)$.

$$h(k) * x(n) \xrightleftharpoons[\text{ОДПФ}]{\text{ДПФ}} H(m) \cdot X(m)$$

Свертка во временной области эквивалентна умножению в частотной области.

Для получения импульсных характеристик КИХ фильтров разных типов в Mathcad имеются встроенные функции:

КИХ ФНЧ в Mathcad представлен функцией $lowpass(f_s, N, w)$, где

f_s – частота среза относительно частоты дискретизации;

N – количество отсчетов импульсной характеристики;

w – тип взвешивающего окна.

КИХ ФВЧ в Mathcad представлен функцией $highpass(f_s, N, w)$, где

f_s – частота среза относительно частоты дискретизации;

N – количество отсчетов импульсной характеристики;

w – тип взвешивающего окна.

КИХ ПФ в Mathcad представлен функцией $bandpass(f1, f2, N, w)$, где

$f1$ – граничная частота среза относительно частоты дискретизации;

$f2$ – граничная частота среза относительно частоты дискретизации;

N – количество отсчетов импульсной характеристики;

w – тип взвешивающего окна.

КИХ РФ в Mathcad представлен функцией $bandstop(f1, f2, N, w)$, где

$f1$ – граничная частота среза относительно частоты дискретизации;

$f2$ – граничная частота среза относительно частоты дискретизации;

N – количество отсчетов импульсной характеристики;

w – тип взвешивающего окна.

Таблица 2.3 – Окна в функции *lowpass*, *highpass*, *bandpass*, *bandstop*

Значение w	Окно
0	Текущее окно по умолчанию
1	Прямоугольное (по умолчанию)
2	Трапецевидное
3	Triangular
4	Окно Хенинга
5	Окно Хэмминга
6	Окно Блэкмена
7	Окно Нуттела

В свою очередь, функция свертки имеет вид: $\text{convol}(h, M)$, где h и M – массивы отсчетов импульсной характеристики и исходного сигнала соответственно.

3. Выполнение лабораторной работы

3.1. Реализовать функцию и построить график суммы трех синусоид с заданными частотами: $f_1=10$ Гц, $f_2=25$ Гц, $f_3=100$ Гц (рисунок 3.1).

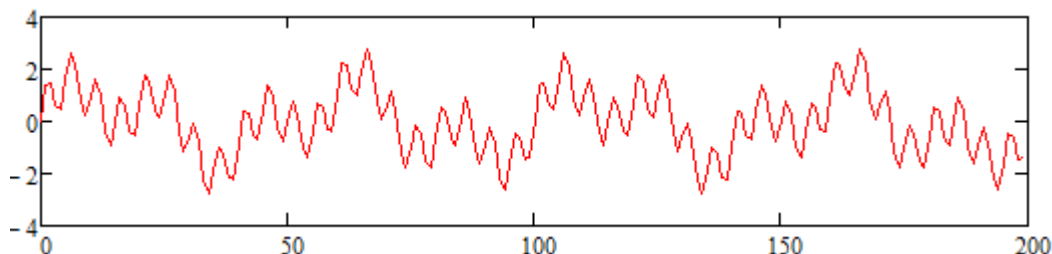


Рисунок 3.1 – Сумма трех синусоид

3.2. Осуществить дискретизацию с частотой дискретизации, равной $f_d=500$ Гц и количеством отсчетов равным $N_e=200$.

3.3. Реализовать ДПФ с помощью встроенной функции $CFFT()$, построить график модулей отсчетов ДПФ входного сигнала (рисунок 3.2).

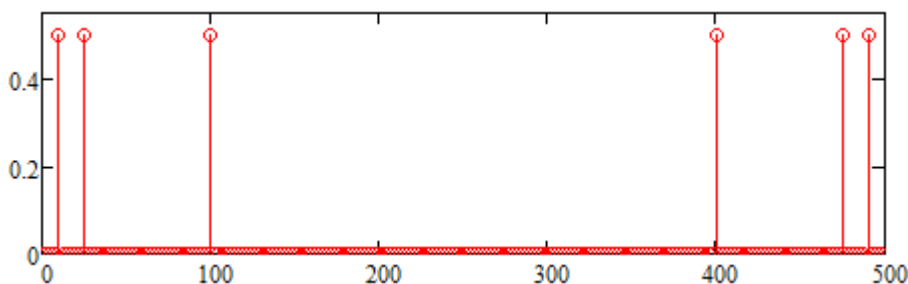


Рисунок 3.2 – Спектр исходного сигнала

3.4. Записать функцию для импульсной характеристики идеального ФНЧ (см. таблицу 2.1), предварительно задав относительную частоту среза ($0 < f_{cr} < 0.5$). Задать количество отсчетов импульсной характеристики ($N=51$) и сформировать массив ИХ, обеспечив сдвиг характеристики на $\frac{N-1}{2}$, чтобы отсчет с максимальным отрицательным индексом функции стал нулевым элементом массива (Рисунок 3.3).

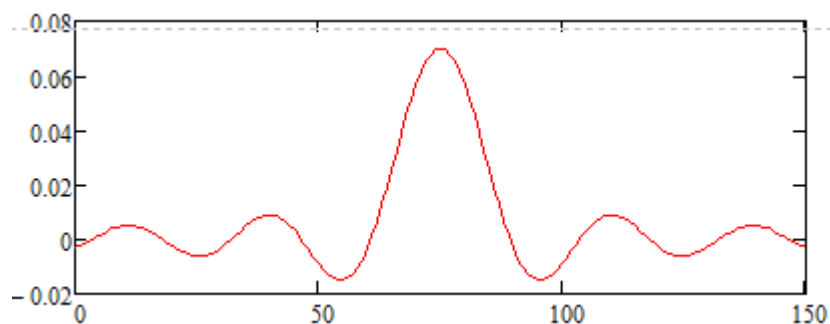


Рисунок 3.3 – Вид ИХ ФНЧ

3.5. Построить АЧХ ФНЧ, выполнив ДПФ массива импульсной характеристики (рисунок 3.4).

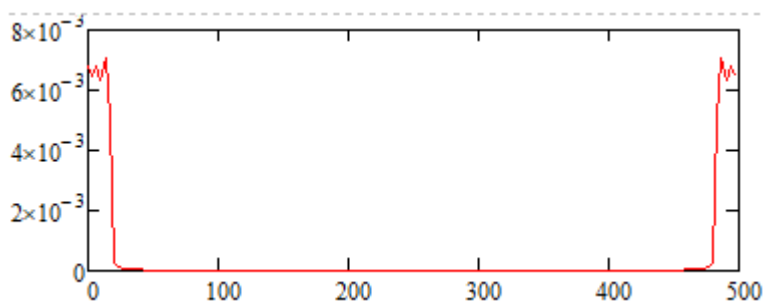


Рисунок 3.4 – АЧХ ФНЧ до сглаживания

3.6. Произвести взвешивание импульсной характеристики с использованием окна Хемминга (рисунок 3.5, таблица 2.2).

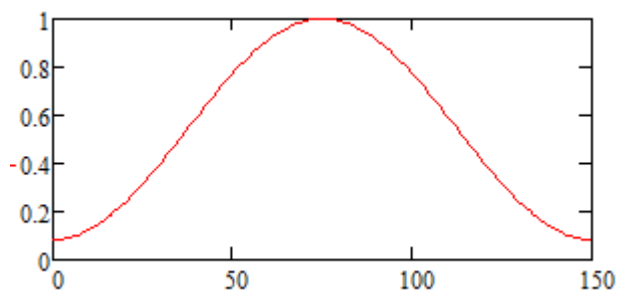


Рисунок 3.5 – Вид окна Хемминга

3.7. Построить АЧХ фильтра со сглаженными характеристиками. Сравнить с АЧХ из п. 3.5. Сделать вывод о назначении окон (рисунок 3.6).

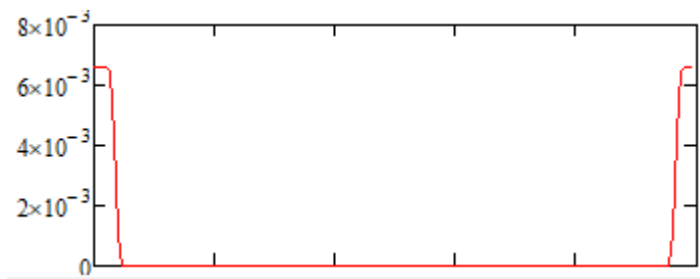


Рисунок 3.6 – АЧХ ФНЧ после сглаживания

3.8. Вывести АЧХ фильтра и спектральные составляющие исходного сигнала на одном графике. Подобрать частоту среза f_{cp} для выделения гармоники с частотой 10 Гц (рисунок 3.7).

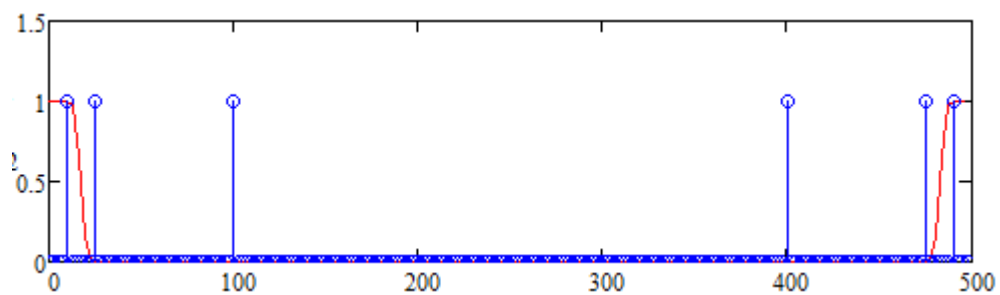


Рисунок 3.7 – Выделение гармоники с частотой 10 Гц

3.9. Выполнить свертку ИХ фильтра с отсчетами исходного сигнала.

3.10. Вывести получившийся сигнал после свертки и исходный на одном графике, учитывая задержку фильтра. Сделать вывод о корректности работы фильтра (рисунок 3.8).

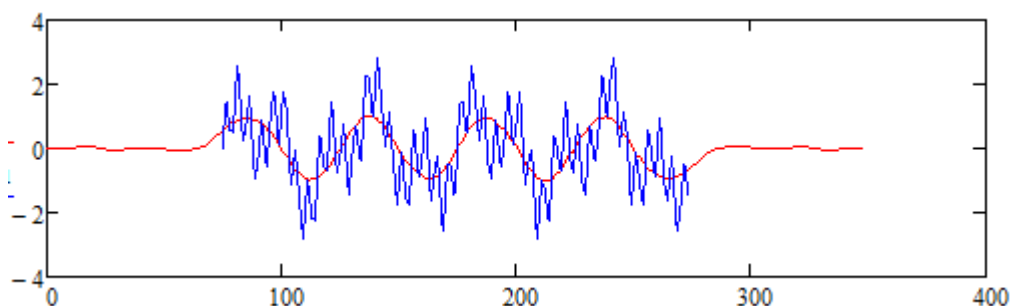


Рисунок 3.8 – Выходной сигнал

3.11. Реализовать фильтр нижних частот и произвести свертку с помощью встроенных функций *lowpass* и *convol*. Сравнить полученные результаты.

3.12. Используя пункты 3.1-3.7, реализовать фильтр верхних частот, произвести сглаживание характеристик окном Хемминга. Вид импульсной

характеристики и амплитудно-частотой характеристики фильтра верхних частот представлены на рисунке 3.9 и 3.10 соответственно.

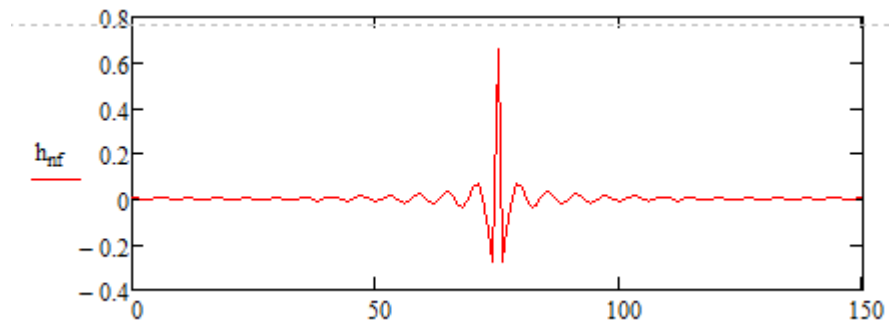


Рисунок 3.9 – Вид ИХ ФВЧ

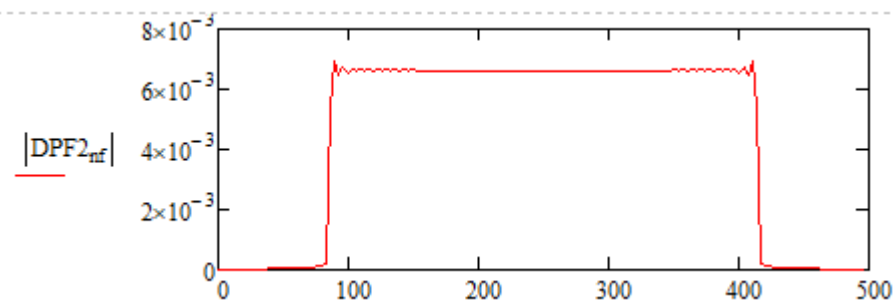


Рисунок 3.10 – АЧХ ФВЧ до сглаживания

3.13. Используя пункты 3.8-3.10 произвести подбор частоты среза для выделения гармоники с частотой 100 Гц, выполнить свертку. Выделение гармоники и вид выходного сигнала представлены на рисунке 3.11 и 3.12 соответственно.

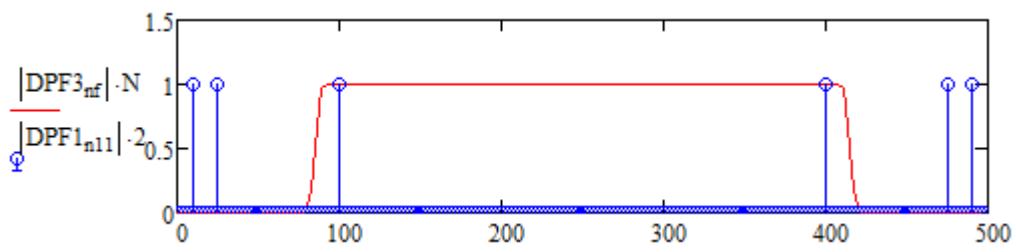


Рисунок 3.11 – Выделение гармоники с частотой 100 Гц

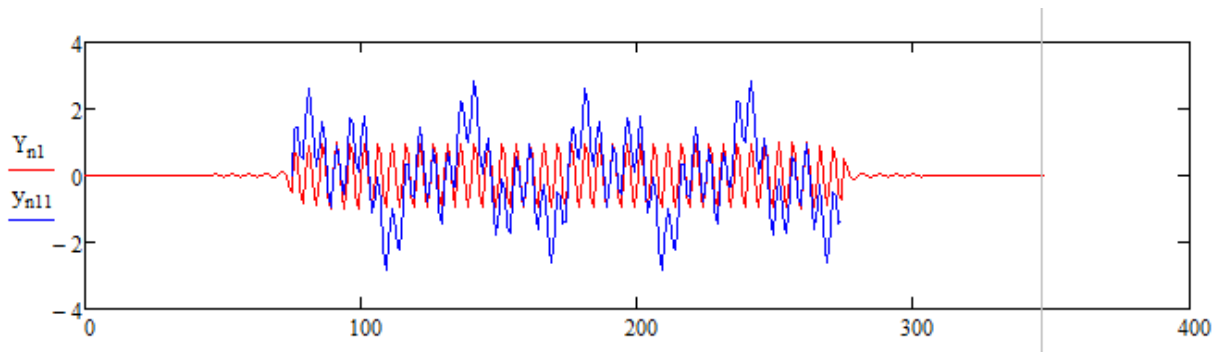


Рисунок 3.12 – Выходной сигнал

3.14. Реализовать фильтр верхних частот и произвести свертку с помощью встроенных функций *highpass* и *convol*. Сравнить полученные результаты.

3.15. Используя пункты 3.1-3.7, реализовать полосовой фильтр, произвести сглаживание характеристик окном Хемминга. Вид импульсной характеристики и амплитудно-частотной характеристики полосового фильтра представлены на рисунке 3.13 и 3.14 соответственно.

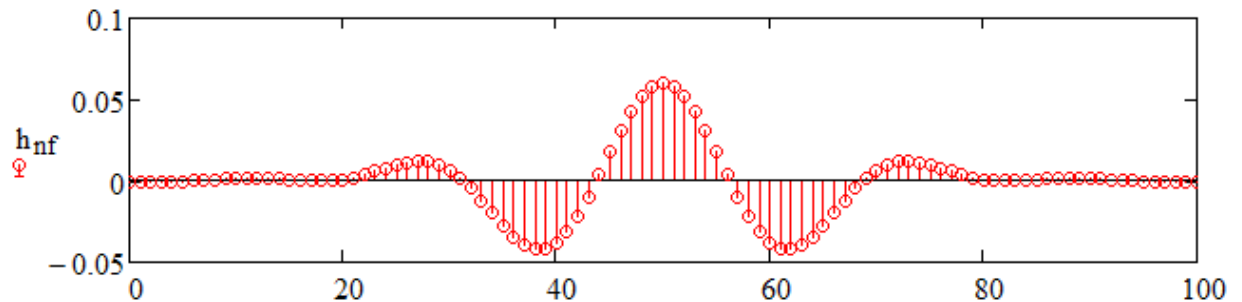


Рисунок 3.13 – Вид ИХ ПФ

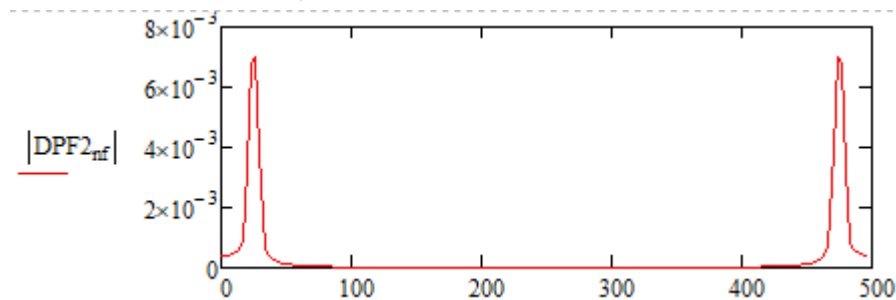


Рисунок 3.14 – АЧХ ПФ до сглаживания

3.16 Используя пункты 3.8-3.10 произвести подбор верхней и нижней частот для выделения гармоник с частотой 25 Гц, выполнить свертку. Выделение гармоник и вид выходного сигнала представлены на рисунке 3.15 и 3.16 соответственно.

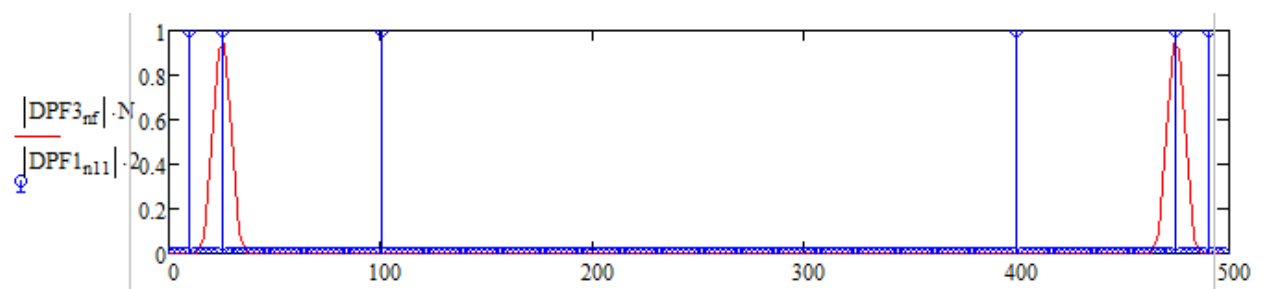


Рисунок 3.15 – Выделение гармоник с частотой 25 Гц

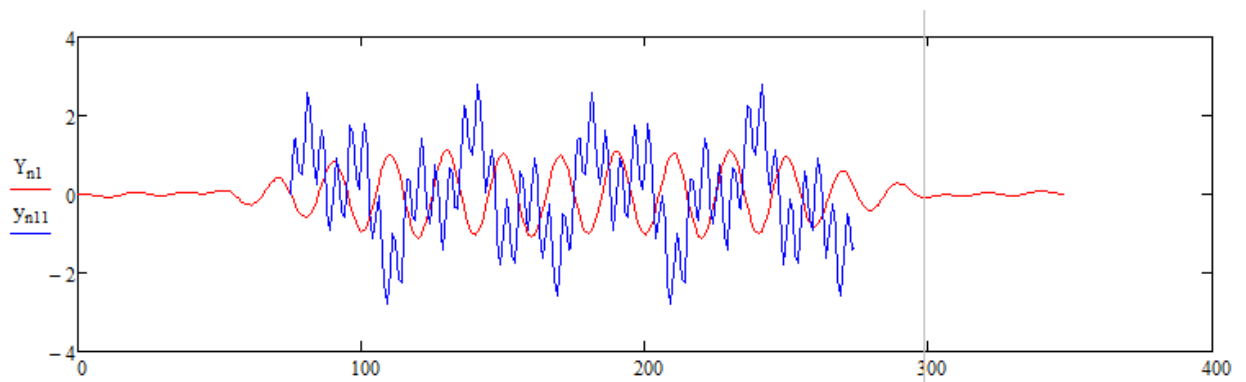


Рисунок 3.16 – Выходной сигнал

3.17. Реализовать полосовой фильтр и произвести свертку с помощью встроенных функций *bandpass* и *convol*. Сравнить полученные результаты.

3.18. Реализовать режекторный фильтр, с помощью встроенной функции *bandstop*, вырезающий гармонику с частотой 25 Гц, и произвести свертку с помощью функции *convol*. Вид амплитудно-частотной характеристики режекторного фильтра, вырезание гармоники и выходной сигнал представлены на рисунках 3.17-3.19 соответственно.

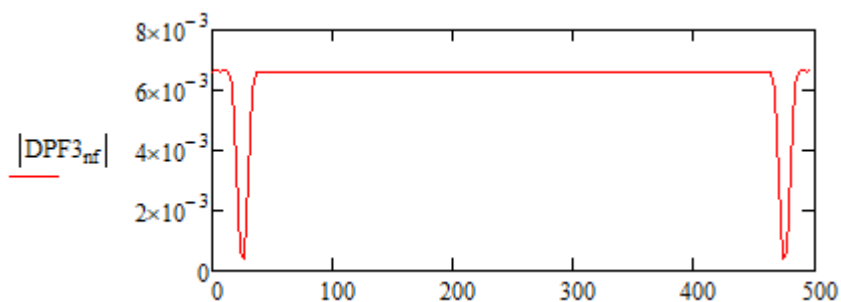


Рисунок 3.17 – АЧХ ПФ после сглаживания

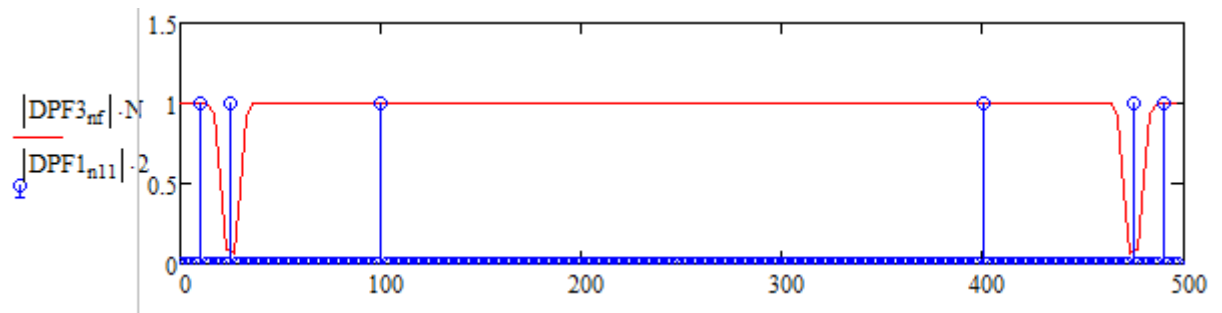


Рисунок 3.18 – Вырезание гармоники с частотой 25 Гц

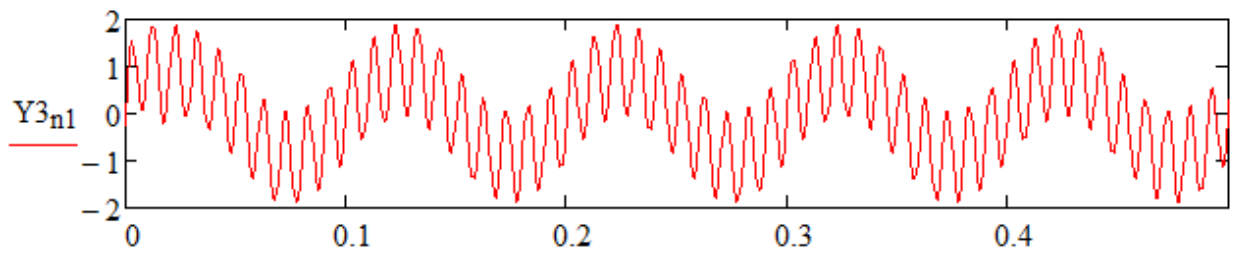


Рисунок 3.19 –выходной сигнал

Список литературы:

Лайонс, Р. Цифровая обработка сигналов: Второе издание. Пер. с англ. – М.: ООО «Бином-Пресс», 2006 г. – 656 с.: ил.