

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	4
Раздел 1. Методические указания по выполнению лабораторных работ	
Лабораторная работа № 1. Исследование переходных функций типовых динамических звеньев.....	5
Лабораторная работа № 2. Исследование частотных характеристик типовых динамических звеньев (на примере апериодического и колебательного звеньев).....	10
Лабораторная работа № 3. Исследование переходных режимов САР с записью уравнений динамики в переменных состояния.....	14
Лабораторная работа № 4. Исследование переходных режимов САР с использованием преобразования Лапласа.....	21
Лабораторная работа № 5. Приближённое построение переходной функции САР методом трапецеидальных вещественных частотных характеристик.....	27
Лабораторная работа № 6. Исследование устойчивости САР.....	31
Лабораторная работа № 7. Выделение областей устойчивости в плоскости одного комплексного параметра.....	36
Раздел 2. Тексты <i>Matcad</i>-файлов для выполнения лабораторных работ	
<i>MatCad</i> -файл выполнения лабораторной работы № 1.....	40
<i>MatCad</i> -файл выполнения лабораторной работы № 2.....	42
<i>MatCad</i> -файл выполнения лабораторной работы № 3.....	47
<i>MatCad</i> -файл выполнения лабораторной работы № 4.....	50
<i>MatCad</i> -файл выполнения лабораторной работы № 5.....	51
<i>MatCad</i> -файл выполнения лабораторной работы № 6.....	55
<i>MatCad</i> -файл выполнения лабораторной работы № 7.....	59

ВВЕДЕНИЕ

В учебном пособии приведены краткие теоретические сведения, методические указания и распечатки *Mathcad*-файлов для выполнения 7 лабораторных работ по первой части двухсеместрового курса «Теория автоматического управления». Цель лабораторного практикума и каждой из включённых в него лабораторных работ: обеспечить в совокупности с лекционными и практическими занятиями успешное освоение бакалаврами профессиональных компетенций ОК-7, ПК-2, ПК-11, ПК-41, определённых ФГОС по направлению подготовки 140400 «Электроэнергетика и электротехника» и утверждённым учебным планом.

Выбор *MathCad* в качестве инструментария для выполнения комплекса лабораторных работ объясняется его широким распространением, богатыми возможностями для проведения математических расчётов и компьютерного моделирования, в том числе при решении задач теории автоматического управления, а также наличием лицензионного продукта в компьютерных классах института.

Учебное пособие не предназначено для изучения собственно математического пакета *MathCad*, предполагая знакомство обучающихся с данным программным продуктом и обращение при необходимости к соответствующей учебной и справочной литературе, например, к книге [1]. Вместе с тем, автор надеется на приобретение студентами в процессе выполнения лабораторного практикума определённого навыка работы в *MathCad* при решении конкретных задач анализа и синтеза систем автоматического управления.

Студенту настоятельно рекомендуется при подготовке к лабораторному занятию внимательно познакомиться с соответствующими теоретическими сведениями, методическими указаниями и распечаткой *MathCad*-файла, а также ответить на контрольные вопросы, обращаясь, при необходимости, к учебной литературе, в частности, приведенной в библиографическом списке в конце данного пособия.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

Исследование переходных функций типовых динамических звеньев

1. Цель работы: закрепление материала курса «Теория автоматического управления» по структурным методам исследования систем автоматического управления (САУ), приобретение и закрепление навыков компьютерного исследования поведения систем и их элементов с использованием возможностей математического пакета *MathCad*.

2. Краткие теоретические сведения

При исследовании САУ ее обычно изображают в виде структурной схемы, представляющей соединение динамических звеньев. Звенья изображают прямоугольниками, а связи между ними – линиями со стрелками. Внутри прямоугольников записывают операторные функции передачи или передаточные функции, а около линий проставляют условные обозначения воздействий. Структурную схему любой САУ можно изобразить в виде соединения типовых динамических звеньев, набор которых ограничен, поскольку явления различной физической природы описываются аналогичными уравнениями динамики. Звенья различаются характером преобразования входного воздействия в выходную величину и имеют уравнения динамики не выше второго порядка. Если уравнение динамики элемента САУ не выше второго порядка, на структурной схеме ему соответствует типовое динамическое звено, а если выше – более сложное звено, которое может быть представлено в виде некоторого соединения типовых динамических звеньев.

Основных типовых динамических звеньев шесть:

- | | |
|--------------------|--------------------------------|
| 1) безынерционное; | 4) интегрирующее; |
| 2) апериодическое; | 5) дифференцирующее; |
| 3) колебательное; | 6) транспортного запаздывания. |

Одной из важных характеристик элемента САУ как преобразователя входного воздействия $x(t)$ в выходную величину $y(t)$ и соответствующего динамического звена является переходная функция $h(t)$, показывающая, как изменяется во времени выходная величина, вызванная входным воздействием в виде единичного скачка $x(t)=1(t)$ при нулевых начальных условиях. Переходную функцию можно получить двумя путями:

1) практически, приложив к входу элемента воздействие в виде единичного скачка и зарегистрировав изменение во времени выходной величины;

2) теоретически, решив уравнение динамики при входном воздействии $x(t)=1(t)$ и нулевых начальных условиях.

3. Объект исследования: типовые динамические звенья 2 – 4, уравнения динамики и выражения для переходных функций которых приведены ниже.

Апериодическое звено.

Уравнение динамики:

$$T \cdot y^{(1)}(t) + y(t) = K \cdot x(t).$$

Переходная функция:

$$h(t) = K \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T}}). \quad (1.1)$$

Свойства звена характеризуются двумя параметрами: усиленные – статическим коэффициентом усиления K , инерционные – постоянной времени T .

Колебательное звено.

Уравнение динамики:

$$T_1^2 \cdot y^{(2)}(t) + T \cdot y^{(1)}(t) + y(t) = K \cdot x(t)$$

или

$$T_1^2 \cdot y^{(2)}(t) + 2\zeta \cdot T_1 \cdot y^{(1)}(t) + y(t) = K \cdot x(t),$$

где $\zeta = \frac{T}{2T_1}$ – коэффициент демпфирования колебаний.

Переходная функция:

$$h(t) = K \cdot [1 - e^{-\frac{t}{2T_1}} \cdot (\cos \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{2\zeta \cdot T_1} \cdot t + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \cdot \sin \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{2\zeta \cdot T_1} \cdot t) \cdot t] \cdot (1.2)$$

Свойства звена характеризуются тремя параметрами: усиленные – статическим коэффициентом усиления, инерционные – двумя постоянными времени T_1 и T . Звено является колебательным при $\zeta < 1$, а при $\zeta \geq 1$ описывает два последовательно соединённых апериодических звена с постоянными времени T_1 и T .

Интегрирующее звено.

Уравнение динамики:

$$y(t) = K \cdot \int_0^t x(t) \cdot dt.$$

Переходная функция:

$$h(t) = K \cdot t. \quad (1.3)$$

4. Метод исследования: компьютерное моделирование с использованием математического пакета *MathCad 14*.

По формулам (1.1 – 1.3) рассчитываются ординаты переходных функций исследуемых звеньев с построением соответствующих графиков: для трёх значений постоянной времени апериодического звена T_1, T_2, T_3 , трёх значений коэффициента демпфирования колебаний колебательного звена $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$ и трёх значений коэффициента пропорциональности K_1, K_2, K_3 интегрирующего звена. Графики переходных функций апериодического и колебательного звеньев строятся для величин статических коэффициентов усиления $K=1$; постоянная времени T_1 колебательного звена принимается равной T_1 .

Численные значения параметров для включения результатов в отчёт по выполненной лабораторной работе принимаются из таблицы 1.1 по номеру варианта, указанного преподавателем, ведущим лабораторные работы. По его усмотрению может быть предложен набор параметров, отсутствующий в таблице.

В процессе выполнения лабораторной работы студенту рекомендуется просмотреть результаты расчётов и при других значениях варьируемых параметров по его выбору.

Таблица 1.1

Варианты численных значений параметров

№ варианта	T1	T2	T3	$\zeta 1$	$\zeta 2$	$\zeta 3$	K1	K2	K3
1	0.1	0.2	0.3	0.1	0.4	0.6	0.1	0.2	0.3
2	0.15	0.3	0.45	0.25	0.45	0.75	0.2	0.4	0.6
3	0.2	0.4	0.6	0.3	0.6	0.8	0.3	0.6	0.8
4	0.25	0.5	0.75	0.2	0.4	0.7	0.4	0.8	1.2
5	0.3	0.5	0.8	0.25	0.5	0.8	0.5	1	1.5
6	0.35	0.7	1	0.15	0.4	0.8	0.6	1.2	1.8
7	0.4	0.8	1.1	0.2	0.5	0.7	0.7	1.5	2
8	0.45	0.75	1.15	0.25	0.6	0.75	0.8	1.6	2.5
9	0.5	1	1.4	0.3	0.6	0.8	1	2	3
10	0.6	1.2	1.7	0.2	0.4	0.7	2	3	4

5. Порядок выполнения работы

5.1. Откройте файл Lab_1.xmcd выполнения первой лабораторной работы и внимательно изучите его.

5.2. Введите численные значения варьируемых параметров из таблицы 1.1 по варианту, предложенному преподавателем (области ввода выделены красным цветом), и ознакомьтесь с полученными результатами.

5.3. Сохраните *MathCad*-файл с результатами выполнения лабораторной работы в формате xmcd и в формате pdf посредством

вывода на печать с выбором соответствующего виртуального принтера.

6. Обработка и анализ полученных результатов

6.1. Распечатайте сохранённый файл для включения его в отчёт по выполненной лабораторной работе. Поскольку графики переходных функций для первого, второго и третьего значений параметров выделены в файле, соответственно, чёрным, красным и синим цветом, после распечатки на монохромном принтере пометьте соответствующие графики цифрами 1, 2 и 3.

6.2. Проанализируйте характер переходных процессов в исследованных динамических звеньях и влияние на него варьируемых параметров.

7. Содержание отчёта

7.1. Распечатка файла с результатами выполнения лабораторной работы.

7.2. Анализ полученных результатов и выводы, отражающие особенности протекания переходных процессов в исследуемых динамических звеньях, а также влияние величин варьируемых параметров на их характер.

Контрольные вопросы

1. Какую зависимость называют переходной функцией?
2. Как по графику переходной функции элемента САУ определить величину его статического коэффициента усиления?
3. Как по графику переходной функции апериодического звена определить величину постоянной времени T ?
4. Как влияет величина постоянной времени апериодического звена на скорость затухания переходного процесса?
5. Как влияет величина коэффициента демпфирования колебаний на поведение колебательного звена в переходном режиме?
6. При каких условиях динамическое звено с уравнением динамики второго порядка является колебательным?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

Исследование частотных характеристик типовых динамических звеньев (на примере апериодического и колебательного звеньев)

1. Цель работы: закрепление материала курса «Теория автоматического управления» по частотным методам исследования систем автоматического управления (САУ), приобретение и закрепление навыков компьютерного исследования поведения систем и их элементов с использованием возможностей математического пакета *MathCad*.

2. Краткие теоретические сведения

При исследовании САУ широко используют частотные характеристики, показывающие, как элемент САУ или же система автоматического управления в целом преобразуют синусоидальное входное воздействие

$$x(t) = X \cdot \sin \omega t,$$

где X – амплитуда колебания;

ω – круговая частота колебания, с^{-1} .

При подаче на вход линейного элемента такого воздействия на его выходе устанавливаются синусоидальные колебания той же круговой частоты с амплитудой $Y(\omega)$, сдвинутые в общем случае на некоторый угол $\varphi(\omega)$:

$$y(t) = Y(\omega) \cdot \sin[\omega t + \varphi(\omega)].$$

Таким образом, преобразование синусоидального входного воздействия линейным элементом САУ сводится к изменению амплитуды колебания на выходе и сдвигу его по фазе, что описывается двумя частотными характеристиками: амплитудно-частотной (АЧХ) и фазочастотной (ФЧХ) характеристиками.

АЧХ показывает, как с изменением круговой частоты входного колебания ω изменяется отношение амплитуд колебаний на выходе и на входе

$$A(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X},$$

а ФЧХ $\varphi(\omega)$ даёт зависимость от круговой частоты фазового угла сдвига выходных колебаний по отношению к входным.

АЧХ и ФЧХ являются составляющими амплитудно-фазовой характеристики (АФХ) при записи её в показательной форме:

$$W(j\omega) = A(\omega) \cdot e^{j \cdot \varphi(\omega)}.$$

АЧХ – это модуль АФХ, а ФЧХ – её аргумент:

$$A(\omega) = |W(j\omega)|; \quad \varphi(\omega) = \arg W(j\omega).$$

Выражение для АФХ можно записать также в алгебраической форме, выделив вещественную и мнимую части:

$$W(j\omega) = P(\omega) + j \cdot Q(\omega),$$

где $P(\omega)$ – вещественная частотная характеристика (ВЧХ);

$Q(\omega)$ – мнимая частотная характеристика.

Переход от показательной формы записи АФХ к алгебраической и обратно осуществляется с использованием следующих соотношений:

$$P(\omega) = A(\omega) \cdot \cos \varphi(\omega); \quad Q(\omega) = A(\omega) \cdot \sin \varphi(\omega);$$

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}; \quad \varphi(\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}.$$

В теории автоматического управления широко используют логарифмические частотные характеристики. Логарифмической амплитудно-частотной характеристикой (ЛАЧХ) называют зависимость $L(\omega) = 20 \cdot \lg A(\omega)$. График её строят в прямоугольной системе координат, откладывая по оси ординат величины $L(\omega)$ в логарифмических единицах – децибелах (дБ), а по оси абсцисс – круговую частоту ω в логарифмических единицах – октавах или декадах, либо в радианах в секунду в логарифмическом масштабе. Ок-

тава соответствует отрезку частот, в пределах которого частота изменяется в два раза, а октава соответствует десятикратному изменению частоты. При переходе к логарифмическим единицам существенно сокращается диапазон изменения переменных и многие зависимости спрямляются, что упрощает графическое построение частотных характеристик.

Пересчёт частоты из радиан в секунды в логарифмические единицы (октавы и декады) и обратный пересчёт производятся по следующим соотношениям:

$$\begin{aligned}\omega_{дек} &= \lg \omega_{с^{-1}}; \\ \omega_{окт} &= \lg \omega_{с^{-1}} / \lg 2 = 3.32 \cdot \lg \omega_{с^{-1}} = 3.32 \omega_{дек}; \\ \omega_{с^{-1}} &= 10^{\omega_{дек}}; \\ \omega_{с^{-1}} &= 2^{\omega_{окт}}.\end{aligned}$$

3. Объект исследования: типовые динамические звенья: апериодическое с операторной функцией передачи (ОФП)

$$W(p) = \frac{K}{T \cdot p + 1},$$

и колебательное, ОФП которого имеет вид:

$$W(p) = \frac{K}{T^2 \cdot p^2 + T_1 \cdot p + 1} = \frac{K}{T^2 \cdot p^2 + 2\zeta \cdot T \cdot p + 1},$$

где K – статические коэффициенты усиления звеньев;

T, T_1 – постоянные времени, с;

$\zeta = \frac{T_1}{2T}$ – коэффициент демпфирования колебаний.

Графики частотных характеристик строятся для трёх значений постоянной времени апериодического звена T_1, T_2, T_3 и трёх значений коэффициента демпфирования колебаний колебательного звена $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$, использованных при оформлении отчёта по лабораторной работе № 1. Постоянная времени T_1 колебательного звена принята равной T_1 . Величина статического коэффициента усиления звеньев K выбирается студентом самостоятельно.

4. Метод исследования: компьютерное моделирование с использованием возможностей работы с комплексными переменными математического пакета *MathCad* 14. При этом используется связь между выражениями для амплитудно-фазовой характеристики $W(j\omega)$ и операторной функцией передачи $W(p)$:

$$W(p) \xrightarrow{p=j\omega} W(j\omega).$$

5. Порядок выполнения работы

5.1. Откройте файл *Lab_2.xmcd* выполнения второй лабораторной работы и внимательно изучите его.

5.2. Введите величину статического коэффициента усиления K исследуемых звеньев (выделено красным цветом).

5.3. Введите численные значения варьируемых параметров из таблицы 1.1 методических указаний к первой лабораторной работе по варианту, предложенному преподавателем (области ввода выделены красным цветом), и ознакомьтесь с полученными результатами.

5.4. Сохраните *MatCad*-файл с результатами выполнения лабораторной работы в формате *xmcd* и в формате *pdf*.

6. Обработка и анализ полученных результатов

6.1. Распечатайте сохранённый файл для включения его в отчёт по выполненной лабораторной работе. Поскольку графики частотных характеристик для первого, второго и третьего значений параметров выделены в файле, соответственно, чёрным, красным и синим цветом, после распечатки на монохромном принтере пометьте соответствующие графики цифрами 1, 2 и 3.

6.2. Проанализируйте вид частотных характеристик исследованных динамических звеньев и влияние на них величин варьируемых параметров.

7. Содержание отчёта

7.1. Распечатка файла с результатами выполнения лабораторной работы.

7.2. Анализ полученных результатов и выводы, отражающие особенности частотных характеристик исследуемых динамических звеньев, а также влияние на указанные характеристики величин варьируемых параметров.

8. Контрольные вопросы

1. Какие зависимости называют амплитудно-фазовой, амплитудно-частотной и фазочастотной характеристиками?
2. Как получить АФХ динамического звена по его операторной функции передачи?
3. Как, имея график АФХ звена, построить графики АЧХ и ФЧХ?
4. Как связаны между собой АЧХ и ЛАЧХ?
5. Как пересчитать круговую частоту из рад/с в октавы и декады?
6. Как влияет величина коэффициента демпфирования колебаний на вид графика АЧХ колебательного звена?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

Исследование переходных режимов САУ с записью уравнений динамики в переменных состояния

1. Цель работы: закрепление теоретического материала по методам исследования переходных процессов в линейных САУ, приобретение и закрепление навыков компьютерного исследования динамических режимов работы систем автоматического управления с использованием математического пакета *MathCad*.

2. Краткие теоретические сведения

При изменении задающих или возмущающих воздействий в системах автоматического управления возникают переходные процессы, поскольку многие элементы, входящие в состав систем, обладают инерционностями, связанными с накоплением какого-либо вида энергии (кинетической, потенциальной, тепловой, магнитного

или электрического полей). Математическую модель САУ при этом можно представить в виде системы дифференциальных уравнений первого порядка, записанных в так называемой нормальной форме Коши относительно переменных, значения которых однозначно определяют состояние данной САУ в каждый момент времени. Такие переменные называют переменными состояния. Ими могут быть величины, характеризующие накопленную энергию (например, скорость движения, температура, ток в индуктивности, напряжение на ёмкости) или же другие переменные, не имеющие столь явного физического смысла.

В качестве примера получим математическую модель в переменных состояния для объекта, функциональная схема которого приведена ниже на рис. 1.

3. Объект исследования – САУ угловой скорости Ω электродвигателя постоянного тока

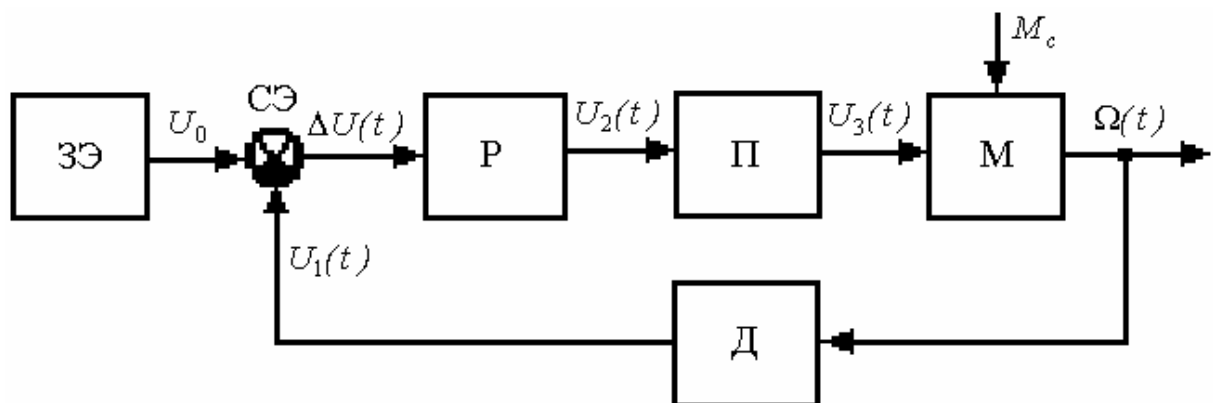


Рис. 3.1. Функциональная схема САУ частоты вращения электродвигателя постоянного тока

На схеме приняты следующие обозначения элементов:

ЗЭ – задающий элемент (задающий потенциометр);

СЭ – сравнивающий элемент;

Р – регулятор скорости;

П – силовой преобразователь (генератор постоянного тока, управляемый выпрямитель), выполняющий функции усилителя и исполнительного элемента;

М – электродвигатель постоянного тока с независимым возбуждением (регулируемый объект);

Д – датчик угловой скорости (тахогенератор постоянного тока).

Запишем уравнения динамики для элементов, входящих в рассматриваемую САР.

Для задающего элемента и датчика угловой скорости:

$$U_0 = K_c \cdot \Omega_0;$$

$$U_1(t) = K_c \cdot \Omega(t),$$

где K_c – статические коэффициенты усиления ЗЭ и Д;

$\Omega_0, \Omega(t)$ – заданное и фактическое значения угловой скорости.

Для сравнивающего элемента:

$$\Delta U(t) = U_0 - U_1(t) = K_c \cdot [\Omega_0 - \Omega(t)].$$

Для пропорционального регулятора скорости с коэффициентом усиления K_p :

$$U_2(t) = K_c K_p \cdot [\Omega_0 - \Omega(t)].$$

Для силового преобразователя:

$$T_g \cdot \frac{dU_3(t)}{dt} + U_3(t) = K_c K_p K_g \cdot [\Omega_0 - \Omega(t)], \quad (3.1)$$

где T_g, K_g – электромагнитная постоянная времени и статический коэффициент усиления преобразователя.

Для электродвигателя:

– уравнение равновесия напряжений якорной цепи по второму закону Кирхгофа

$$L_a \cdot \frac{dI_a(t)}{dt} + R_a \cdot I_a(t) + C_E \cdot \Omega(t) = U_3(t), \quad (3.2)$$

где L_a, R_a – индуктивность и активное сопротивление якорной цепи;

C_E – коэффициент пропорциональности между величиной противо-ЭДС вращения и угловой скоростью;

– уравнение равновесия моментов на валу электродвигателя

$$J \cdot \frac{d\Omega(t)}{dt} = C_M \cdot [I_a(t) - I_c] = C_E \cdot [I_a(t) - I_c], \quad (3.3)$$

где C_M – коэффициент пропорциональности между величиной электромагнитного момента, развиваемого электродвигателем, и величиной тока якорной цепи (в системе единиц СИ $C_M = C_E$);

I_c – величина тока якорной цепи, соответствующая моменту сопротивления M_c на валу электродвигателя.

Запишем переменные в уравнениях (3.1 – 3.3) в относительных единицах, приняв за базовые величины: для тока – номинальные значения тока, для угловой скорости – заданное значение угловой скорости, для напряжения – величину противо-ЭДС вращения якоря при заданном постоянном значении угловой скорости Ω_0 :

$$i_a(t) = \frac{I_a(t)}{I_n}, \quad \omega(t) = \frac{\Omega(t)}{\Omega_0}, \quad u(t) = \frac{U(t)}{C_E \cdot \Omega_0}.$$

В результате получаем:

$$T_g \cdot \frac{du_3(t)}{dt} = K \cdot [1 - \omega(t)] - u_3(t); \quad (3.4)$$

$$T_a \cdot \frac{di_a(t)}{dt} = \frac{1}{\delta} \cdot [u_3(t) - \omega(t)] - i_a(t); \quad (3.5)$$

$$T_m \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} = \delta \cdot [i_a(t) - i_c], \quad (3.6)$$

где $K = K_c K_p K_g \cdot \frac{1}{C_E}$ – общий коэффициент усиления разомкнутой системы;

T_a, T_m – электромагнитная и электромеханическая постоянные времени электродвигателя;

$$\delta = \frac{I_n \cdot R_a}{C_E \Omega_0} \text{ – параметр, характеризующий жёсткость электро-}$$

механической характеристики двигателя.

Полученная система дифференциальных уравнений 1-го порядка (3.4 – 3.6), записанная в нормальной форме Коши, и пред-

ставляет собой математическую модель исследуемой САР в переменных состояния $u_3(t), i_a(t), \omega(t)$.

Решая эти уравнения совместно, можно получить зависимости всех переменных состояния от времени.

Полагая в них производные от переменных состояния по времени равными нулю, получаем математическое описание САР в установившемся режиме работы:

$$K(1 - \omega) - u_3 = 0;$$

$$\frac{1}{\delta}(u_3 - \omega) - i_a = 0;$$

$$i_a - i_c = 0.$$

Исключая промежуточные переменные u_3 и i_a , получим зависимость величины статической ошибки регулирования $\Delta\omega = 1 - \omega$ от общего коэффициента усиления разомкнутой системы K и возмущающего воздействия i_c :

$$\Delta\omega(K, i_c) = \frac{1 + \delta \cdot i_c}{1 + K}.$$

4. Метод исследования: численное решение системы дифференциальных уравнений 1-го порядка с использованием вычислительного блока *Given/Odesolve* математического пакета *MathCad 14*. По результатам решения компьютером строятся графики зависимостей от времени двух переменных состояния – угловой скорости $\omega(t)$ и тока якорной цепи $i_a(t)$ при задающем воздействии в виде единичного скачка $\omega_0(t) = 1(t)$. Исследование для представления результатов в отчёте по лабораторной работе следует выполнить с численными значениями параметров из таблицы 3.1 по номеру предложенного варианта для трёх значений коэффициента усиления разомкнутой системы K (K_1, K_2, K_3) в режиме идеального холостого хода ($i_c = 0$), а также при номинальной нагрузке на валу электродвигателя ($i_c = 1$). При необходимости по усмотрению пре-

подавателя может быть задан дополнительный набор параметров, отсутствующий в таблице.

В процессе выполнения лабораторной работы студенту рекомендуется просмотреть результаты моделирования и при других значениях параметров по его выбору.

Таблица 3.1

Варианты численных значений параметров

№ варианта	T_g	T_a	T_m	δ	K		
					$K1$	$K2$	$K3$
1	0.02	0.05	0.1	0.35	2	3	4
2	0.03	0.06	0.15	0.3	3	4	5
3	0.04	0.05	0.12	0.25	2	3	4
4	0.05	0.08	0.2	0.2	2	3	4
5	0.06	0.05	0.15	0.25	2	3	4
6	0.07	0.03	0.15	0.3	4	5	6
7	0.08	0.04	0.2	0.2	3	5	7
8	0.05	0.06	0.25	0.35	4	5	7
9	0.1	0.03	0.25	0.3	4	6	8
10	0.1	0.04	0.3	0.25	5	7	9

5. Порядок проведения работы

5.1. Откройте файл Lab_3.xmcd выполнения третьей лабораторной работы и внимательно изучите его.

5.2. Введите численные значения параметров $T_g, T_a, T_m, K1, K2, K3$ и δ из таблицы 3.1 по варианту, предложенному преподавателем (области ввода выделены красным цветом).

5.2. Проведите исследование при $K = K1$ и $i_c = 0$; ознакомьтесь с полученными результатами.

5.3. Сохраните *MatCad*-файл с полученными результатами в формате xmcd и в формате pdf.

5.4. Проведите исследование при $K=K1$ и $i_c = 1$.

5.5. Скопируйте полученные графики в графический редактор *Paint* и сохраните в формате gif.

5.6. Повторите действия по пунктам 5.4 и 5.5 при $K=K_2$ и $K=K_3$.

6. Обработка и анализ полученных результатов

6.1. Распечатайте файл с расширением pdf для его включения в отчёт по выполненной работе.

Поскольку графики зависимости $\Delta\omega(K, i_c)$ для первого, второго и третьего значений параметра K выделены в файле чёрным, красным и синим цветом, после распечатки на монохромном принтере пометьте их соответственно цифрами 1, 2 и 3.

6.2. Создайте текстовый файл и вставьте в него сохраненные графики зависимостей $\omega(t)$ и $i(t)$.

6.3. Проанализируйте влияние величины общего коэффициента усиления разомкнутой системы K и возмущающего воздействия – нагрузки на валу электродвигателя на точность поддержания заданного значения угловой скорости ω .

6.4. Проанализируйте влияние величины коэффициента K на характер и длительность затухания переходного процесса в системе.

7. Содержание отчёта

7.1. Распечатка файлов с результатами выполнения лабораторной работы.

7.2. Выводы, отражающие влияние величины коэффициента усиления K на характер, длительность затухания переходного процесса и точность регулирования в статике, а также влияние величины возмущающего воздействия i_c на статическую ошибку.

Контрольные вопросы

1. Какие переменные называют переменными состояния системы?

2. Как влияет величина коэффициента усиления разомкнутой системы на характер переходного процесса и быстродействие?

3. Как зависит величина статической ошибки регулирования от коэффициента усиления разомкнутой системы и возмущающего воздействия – нагрузки на валу электродвигателя?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

Исследование переходных режимов САУ с использованием преобразования Лапласа

1. Цель работы: закрепление теоретического материала по методам исследования переходных процессов в линейных САУ, приобретение и закрепление навыков компьютерного исследования динамических режимов работы систем автоматического управления с использованием математического пакета *MathCad*.

2. Краткие теоретические сведения

Переходные процессы в линейных системах автоматического управления описываются линейными дифференциальными уравнениями следующего вида:

$$\sum_{i=0}^n a_i \cdot y^{(i)}(t) = \sum_{i=0}^m b_i \cdot x^{(i)}(t), \quad (4.1)$$

где a_i, b_i – постоянные коэффициенты;

$x^{(i)}(t), y^{(i)}(t)$ – производные i -го порядка по времени от входной и выходной переменных элемента САУ или же системы автоматического управления в целом.

Для решения (интегрирования) таких уравнений в теории автоматического управления широко используют прямое и обратное преобразования Лапласа.

Прямое преобразование Лапласа преобразует функцию времени $f(t)$ (оригинал) в функцию $F(p)$ комплексного переменного p , называемую изображением функции $f(t)$ по Лапласу, посредством следующего соотношения:

$$L[f(t)] = \int_0^t f(t) \cdot e^{-pt} \cdot dt.$$

Обратное преобразование Лапласа позволяет найти оригинал $f(t)$ по известному изображению:

$$L^{-1}[F(p)] = f(t).$$

Для этого обычно используют таблицы, имеющиеся в справочниках по операционному исчислению.

Ниже приведены некоторые из свойств преобразования Лапласа:

1. Умножению оригинала $f(t)$ на постоянный множитель a соответствует умножение изображения $F(p)$ на этот множитель:

$$L[a \cdot f(t)] = a \cdot F(p).$$

2. Изображение по Лапласу суммы оригиналов равно сумме изображений этих оригиналов:

$$L[f_1(t) + f_2(t)] = F_1(p) + F_2(p).$$

3. Дифференцированию оригинала при нулевых начальных условиях соответствует умножение изображения на p , а интегрированию – деление изображения на p :

$$L[f^{(1)}(t)] = p \cdot F(p);$$

$$L[\int f(t) \cdot dt] = \frac{F(p)}{p}.$$

С учётом этих свойств применение преобразования Лапласа к уравнению (4.1) приводит к алгебраическому уравнению, связывающему изображения входного воздействия $X(p)$ и выходной величины $Y(p)$:

$$D(p) \cdot Y(p) = M(p) \cdot X(p).$$

где

$$D(p) = a_n \cdot p^n + a_{n-1} \cdot p^{n-1} + \dots + a_1 \cdot p + a_0;$$

$$M(p) = b_m \cdot p^m + b_{m-1} \cdot p^{m-1} + \dots + b_1 \cdot p + b_0.$$

Отношение изображения выходной величины к изображению входного воздействия при нулевых начальных условиях

$$\frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{M(p)}{D(p)} = W(p)$$

называют передаточной функцией элемента САУ или же системы автоматического управления в целом.

Из последнего соотношения следует, что для получения изображения выходной (управляемой) величины САУ достаточно умножить изображение входного (задающего) воздействия на передаточную функцию системы. В частности, для получения изображения переходной функции САУ $H(p) = L[h(t)]$ необходимо умножить на передаточную функцию системы $W(p)$ изображение по Лапласу входного воздействия в виде единичного скачка $L[1(t)] = \frac{1}{p}$:

$$H(p) = W(p) \cdot \frac{1}{p}. \quad (4.2)$$

Таким образом, применение преобразования Лапласа сводит решение линейного дифференциального уравнения (4.1) к более простой процедуре – решению алгебраического уравнения с комплексной переменной p изображения переходной функции с последующим нахождением переходной функции САУ посредством обратного преобразования Лапласа.

3. Объект исследования – САР угловой скорости Ω электродвигателя постоянного тока, функциональная схема которой была приведена на рис. 3.1 в методических указаниях по лабораторной работе №3.

На рис. 4.1 приведена структурная схема системы с обозначениями параметров, принятых в лабораторной работе №3. Структурная схема изображена в предположении использования пропорционально-интегрального (ПИ) регулятора скорости и равенства нулю момента сопротивления M_c на валу электродвигателя.

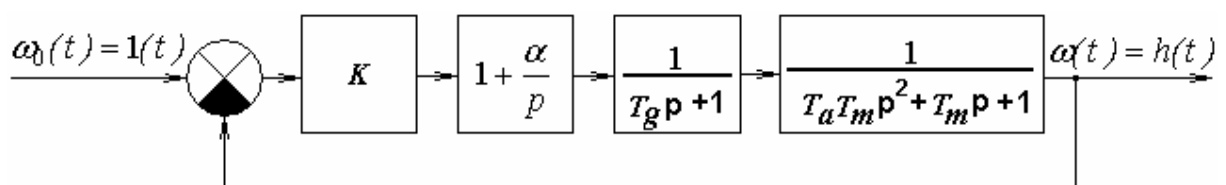


Рис. 4.1. Структурная схема САР

Внутри прямоугольников записаны передаточные функции элементов САР. Через K обозначен общий коэффициент усиления разомкнутой системы, равный произведению коэффициентов усиления датчика угловой скорости, регулятора, силового преобразователя и электродвигателя, а через α – коэффициент интегральной составляющей регулятора скорости (при исследовании САР с пропорциональным регулятором достаточно принять $\alpha = 0$).

Воспользовавшись правилами для последовательного и встречно-параллельного соединения звеньев, запишем выражения для передаточных функций разомкнутой и замкнутой систем:

$$W_{раз}(p) = \frac{\omega(t)}{\omega_0(t)} = \frac{K(p + \alpha)}{p \cdot (T_g p + 1) \cdot (T_a T_m p^2 + T_m p + 1)};$$

$$W(p) = \frac{W_{раз}(p)}{1 + W_{раз}(p)}. \quad (4.3)$$

4. Метод исследования: компьютерное моделирование в математическом пакете *MathCad* 14 с возможностями использования преобразования Лапласа.

Основой для построения переходной функции САР $h(t)$ является передаточная функция замкнутой системы (4.3), соотношение (4.2) и ключевое слово *invlaplace* с оператором символьного вывода $\rightarrow$.

Переходная функция системы строится при численных значениях параметров T_g, T_a, T_m , использованных при выполнении лабораторной работы № 3 и различных сочетаниях величин параметров K и α . В результате выясняется влияние величин варьируемых параметров на характер и качество переходных процессов в исследуемой системе.

5. Порядок проведения работы

5.1. Откройте файл Lab_4.xmcd выполнения четвёртой лабораторной работы и внимательно изучите его.

5.2. Введите численные значения параметров T_g, T_a, T_m и $K1$, использованные при проведении лабораторной работы № 3 (области ввода выделены красным цветом).

5.3. Сохраните *MatCad*-файл с полученными результатами в формате *xmcd* и в формате *pdf*, предварительно проделав следующее:

а) запретите вывод выражения для переходной функции $h(t)$ в формульном виде, для чего введите с клавиатуры символ «;» после знака $\rightarrow$, предшествующего формуле для $h(t)$;

б) в строке меню выберите *Tools / Calculate* и снимите флажок *Automatic Calculations*;

5.4. После сохранения файла восстановите режим *Automatic Calculations*.

5.5. Введите $K := K_{opt}$, $\alpha := \alpha_{opt}$ и, поочерёдно изменяя их численные значения, подберите визуально величины, обеспечивающие максимальное быстродействие системы (минимальную продолжительность затухания переходного процесса) при минимальных колебаниях (или без колебаний) выходной величины $\omega(t) = h(t)$ и с минимальным забросом ординаты графика за установившееся значение.

5.6. Скопируйте полученный график зависимости $\omega(t)$ с подписочной надписью в графический редактор *Paint* и сохраните в формате *gif*.

5.7. Введите $K := K2$ (в два раза меньше оптимального значения) и сохраните результат моделирования, как указано в пункте 5.6.

5.8. Введите $K := K3$ (в полтора раза больше оптимального значения) и сохраните результат моделирования.

5.9. Введите $K := K_{opt}$ и $\alpha := \alpha1$ (в два раза меньше оптимального значения) и сохраните результат моделирования.

5.10. Введите $\alpha := \alpha2$ (в полтора раза больше оптимального значения) и сохраните результат моделирования.

6. Обработка и анализ полученных результатов

6.1. Распечатайте файл с расширением pdf для включения его в отчёт по выполненной лабораторной работе.

6.2. Создайте текстовый файл и вставьте в него сохранённые графики зависимостей $\omega(t)$ при различных значениях K и α .

6.2. Сравните графики переходной функции системы со статическим регулятором скорости ($\alpha = 0$) при $i_c = 0$, полученные различными методами при выполнении третьей и четвёртой лабораторных работ с одинаковыми численными значениями параметров, и убедитесь в их идентичности.

6.3. Сопоставьте статическую и астатическую системы с точки зрения точности регулирования в статике.

6.3. Проанализируйте влияние величин общего коэффициента усиления разомкнутой системы K и коэффициента интегральной составляющей регулятора скорости α на характер и качество переходного процесса в астатической САР.

7. Содержание отчёта

7.1. Распечатка файлов с результатами выполнения лабораторной работы.

7.2. Выводы, отражающие влияние величин параметров K и α на характер и длительность затухания переходного процесса в астатической САР, особенности системы с пропорционально-интегральным регулятором в сравнении с пропорциональным регулятором.

8. Контрольные вопросы

1. Как с помощью преобразования Лапласа получить переходную функцию САУ по её передаточной функции в разомкнутом состоянии?

2. В чём основное отличие свойств исследуемой системы при использовании статического ($\alpha = 0$) и астатического регуляторов угловой скорости?

3. Каков характер влияния коэффициента усиления разомкнутой системы и коэффициента интегральной составляющей пропорционально-интегрального регулятора скорости на свойства исследуемой системы.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

Приближённое построение переходной функции САУ методом трапецеидальных вещественных частотных характеристик

1. Цель работы: закрепление теоретического материала по методам исследования переходных процессов в линейных САУ, приобретение и закрепление навыков компьютерного исследования динамических режимов работы систем автоматического управления с использованием математического пакета *MathCad*.

2. Краткие теоретические сведения

Данный метод построения переходной функции САУ основан на наличии математической связи между ординатами переходной функции $h(t)$ и вещественной частотной характеристики (ВЧХ) замкнутой системы $P(\omega)$:

$$h(t) = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\infty} \frac{P(\omega) \cdot \sin \omega}{\omega} \cdot d\omega.$$

Но интеграл в правой части выражения в общем случае не берется. Интегрирование можно выполнить, если зависимость $P(\omega)$ приближенно представить в виде типовой трапеции, примыкающей к оси ординат, как показано на рис. 5.1. Трапеция характеризуется тремя параметрами: высотой P_0 , большим основанием ω_0 и коэффициентом наклона χ , равным отношению меньшего основания к большему, $\chi = \frac{\omega_d}{\omega_0}$.

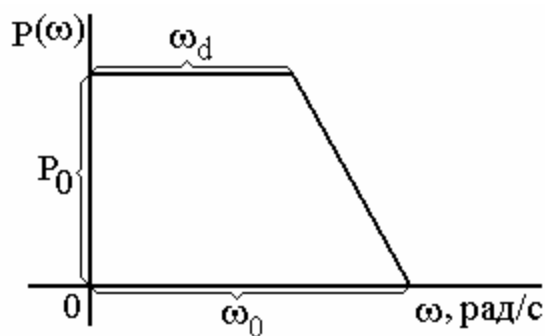


Рис. 5.1. Аппроксимация графика ВЧХ типовой трапецией

В справочной литературе имеются таблицы h -функций, дающие зависимость нормированной ординаты переходной функции $\bar{h}$ от нормированного времени $\bar{t}$ для трапеции с высотой $P_0 = 1$, основанием $\omega_0 = 1\text{с}^{-1}$ и различными коэффициентами наклона $0 \leq \chi \leq 1$, как показано ниже:

Таблица 5.1

$\bar{t}$	Ординаты $\bar{h}$ при различных значениях χ				
	$\chi = 0$	$\chi = 0.05$	...	$\chi = 0.95$	$\chi = 1$

Из первой колонки таблицы выписывают значения $\bar{t}$, а из колонки с ближайшим значением коэффициента наклона – соответствующие значения $\bar{h}$. Для перехода к реальной переходной функции нормированные ординаты умножают на высоту трапеции, а нормированное время делят на ω_0 :

$$h = \bar{h} \cdot P_0, \quad t = \frac{\bar{t}}{\omega_0}.$$

На практике характеристика $P(\omega)$ в большинстве случаев существенно отличается от трапецеидальной. В этом случае ее аппроксимируют отрезками прямых и затем представляют площадь между полученной ломаной линией и осями координат суммой площадей типовых трапеций, принимаемых со знаками «+» или «-». При этом сумма высот трапеций (с учетом знаков) должна быть равна начальному значению ВЧХ: $\sum_i P_{0i} = P_0$.

Для каждой трапеции определяется составляющая переходной функции $h_i(t)$, как описано выше. Затем строят зависимости $h_i(t)$ графически и суммированием их ординат для ряда значений t находят результирующую переходную функцию $h(t)$.

3. Объект исследования – САР угловой скорости Ω электродвигателя постоянного тока из предыдущей лабораторной работы с использованием пропорционального регулятора.

Исходной информацией является передаточная функция (или операторная функция передачи) замкнутой системы

$$W(p) = \frac{W_{раз}(p)}{1 + W_{раз}(p)}, \quad (5.1)$$

где $W_{раз}(p)$ – передаточная функция разомкнутой системы

$$W_{раз}(p) = \frac{K}{(T_g p + 1) \cdot (T_a T_m p^2 + T_m p + 1)}.$$

Исследование следует провести с численными значениями постоянных времени T_g, T_a, T_m , использованных при выполнении лабораторной работы №3, приняв величину общего коэффициента усиления разомкнутой системы $K = K1$ (из табл. 3.1).

4. Метод исследования: компьютерное моделирование с использованием возможностей работы с комплексными переменными и преобразованием Лапласа в математическом пакете *MathCad 14*.

Заменой в (5.1) p на $j\omega$ получаем амплитудно-фазовую характеристику замкнутой системы $W(j\omega)$, вещественная часть которой является требуемой для построения переходной функции вещественной частотной характеристикой:

$$P(\omega) = \operatorname{Re} W(j\omega).$$

5. Порядок проведения работы

5.1. Откройте файл Lab_5.xmcd выполнения пятой лабораторной работы и внимательно изучите его.

5.2. Следуйте содержащимся в файле указаниям. Для построения графика вещественной частотной характеристики замкнутой

системы подберите такое максимальное значение круговой частоты $\omega = \omega t$, чтобы ординаты графика $P(\omega)$ уменьшались до значений, близких к нулю.

5.3. Сохраните *MatCad*-файл с результатами выполнения лабораторной работы в формате *xmcd* и в формате *pdf*.

6. Обработка и анализ полученных результатов

6.1. Распечатайте файл для включения его в отчёт по выполненной лабораторной работе.

6.2. Сравните методы исследования переходных процессов, использованные в лабораторных работах 3, 4 и 5, а также графики переходных функций, полученные различными методами для статической САР при одинаковых численных значениях параметров.

7. Содержание отчёта

7.1. Распечатка файла с результатами выполнения лабораторной работы.

7.2. Результаты сравнения различных методов построения переходной функции и полученных с помощью их результатов.

Контрольные вопросы

1. Какие параметры характеризуют трапецеидальную ВЧХ?
2. Как выбирают столбец таблицы h -функций при построении составляющей переходной функции САУ для конкретной трапеции?
3. С использованием каких соотношений пересчитывают табличные значения времени и ординат переходной функции к реальным параметрам трапеции?
4. Каким образом получен результирующий график переходной функции при выполнении данной лабораторной работы?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

Исследование устойчивости САУ

1. Цель работы: закрепление теоретического материала по методам исследования устойчивости линейных САУ, приобретение и закрепление навыков компьютерного исследования устойчивости систем с использованием математического пакета *MathCad 14*.

2. Краткие теоретические сведения

Обязательное требование к любой САУ – устойчивость. Неустойчивая система неработоспособна.

Об устойчивости системы можно судить по корням её характеристического уравнения $D(p) = 0$,

где $D(p) = a_n \cdot p^n + a_{n-1} \cdot p^{n-1} + \dots + a_1 \cdot p + a_0$ – собственный оператор САУ.

Система устойчива, если все корни характеристического уравнения, изображённые точками на комплексной плоскости, расположены левее мнимой оси. Система неустойчива при наличии корней справа от мнимой оси и находится на границе устойчивости при расположении корней на мнимой оси и слева от неё.

Однако вычисление корней характеристического уравнения высокой степени трудоёмко. Поэтому на этапе становления теории автоматического управления как науки были разработаны ряд косвенных методов оценки устойчивости систем автоматического управления, не требующих вычисления корней характеристического уравнения, – критерии устойчивости. Наибольшую популярность получили следующие из них:

- алгебраический критерий Гурвица;
- частотный критерий устойчивости Михайлова;
- амплитудно-фазовый критерий устойчивости Найквиста;
- оценка устойчивости замкнутой системы по её логарифмическим частотным характеристикам в разомкнутом состоянии.

Исходная информация для применения критерия Гурвица – коэффициенты собственного оператора, из которых составляют определитель Гурвица по следующим правилам:

- 1) по главной диагонали слева – вниз – направо последовательно выписывают коэффициенты, начиная с a_{n-1} до a_0 ;
- 2) в каждом столбце вверх от диагонали записывают коэффициенты в порядке понижения индексов, а вниз от диагонали – в порядке повышения индексов;
- 3) на место коэффициентов, индекс которых больше n или меньше 0, проставляют нули:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \vdots & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \vdots & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \vdots & \vdots & \vdots & a_0 \end{vmatrix}$$

В определителе Гурвица выделяют диагональные миноры (определители более низкого порядка), как показано выше:

Формулировка критерия. Для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы при $a_n > 0$ определитель Гурвица и все его диагональные миноры были больше нуля.

Согласно критерию Михайлова заменяют в собственном операторе p на $j\omega$, строят график полученной функции частоты $D(j\omega)$ на комплексной плоскости и по виду этого графика (кривой Михайлова) судят об устойчивости системы.

Формулировка критерия. Для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы кривая Михайлова при $\omega=0$ началась на положительном отрезке вещественной оси и при увеличении частоты ω от 0 до ∞ прошла последовательно, против часовой стрелки столько квадрантов комплексной плоскости, какова степень собственного оператора n .

С использованием критерия Найквиста об устойчивости замкнутой системы судят по графику её АФХ в разомкнутом состоянии.

Формулировка критерия (для случая, когда в разомкнутом состоянии система устойчива). Для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы ее АФХ в разомкнутом состоянии не охватывала точку с координатами $-1, j0$.

При оценке устойчивости САУ по логарифмическим характеристикам вместо построения графика АФХ на комплексной плоскости строят в совмещённой системе координат (с общей осью частот) графики ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой системы и по их взаимному расположению оценивают устойчивость замкнутой системы.

Формулировка критерия (для случая, когда в разомкнутом состоянии система устойчива). Замкнутая система устойчива, если ЛАЧХ пересекает ось частот раньше, чем ЛФЧХ достигает значения -180° .

3. Объект исследования – САР угловой скорости Ω электродвигателя постоянного тока с пропорционально-интегральным регулятором из лабораторной работы № 4 с операторной функцией передачи (ОФП) в разомкнутом состоянии.

$$W_{раз}(p) = \frac{\omega(t)}{\omega_0(t)} = \frac{K(p + \alpha)}{p \cdot (T_g p + 1) \cdot (T_a T_m p^2 + T_m p + 1)}.$$

ОФП замкнутой системы

$$W(p) = \frac{W_{раз}(p)}{1 + W_{раз}(p)} = \frac{K(p + \alpha)}{D(p)}, \quad (6.1)$$

где $D(p) = a_4 \cdot p^4 + a_3 \cdot p^3 + a_2 \cdot p^2 + a_1 \cdot p + a_0$ – собственный оператор системы;

$$a_4 = T_g T_a T_m; \quad a_3 = T_m (T_g + T_a); \quad a_2 = T_g + T_m; \quad a_1 = 1 + K; \quad a_0 = K \cdot \alpha.$$

4. Метод исследования: компьютерное моделирование в среде *MathCad 14*.

При проверке устойчивости системы по корням характеристического уравнения $D(p) = 0$ используется встроенная функция *polyroots(v)* математического пакета *MathCad 14*.

При проверке устойчивости по критерию Гурвица используется оператор $\|$ нахождения определителя квадратной матрицы.

При использовании критерия Михайлова на комплексной плоскости строится график функции $D(j\omega)$, а при проверке устойчивости по критерию Найквиста на комплексной плоскости строится график амплитудно-фазовой характеристики разомкнутой системы $W_{раз}(j\omega)$.

Оценку устойчивости системы по логарифмическим частотным характеристикам осуществляют по взаимному расположению графиков ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой системы:

$$L_{раз}(\omega) = 20 \cdot \lg |W_{раз}(j\omega)|,$$

$$\varphi_{раз}(\omega) = \arg(W_{раз}(j\omega)).$$

5. Порядок проведения работы

5.1. Откройте файл Lab_6.xmcd выполнения шестой лабораторной работы и внимательно изучите его.

5.2. Следуйте процедуре проверки устойчивости САР, изложенной в *MatCad*-файле. При проверке устойчивости по критерию Михайлова, по критерию Найквиста и по логарифмическим частотным характеристикам задайте диапазон частот (области ввода выделены жёлтым цветом) из табл. 6.1.

Таблица 6.1

№ варианта	Диапазон частот при проверке устойчивости		
	по Михайлову	по Найквисту	по ЛАЧХ и ЛФЧХ
1	0–35	25–150	1–32
2, 6	0–30	15–150	1–32
3	0–30	20–150	1–32
4, 10	0–20	15–150	1–32
5, 7–10	0–25	15–150	1–32

5.3. Сохраните *MatCad*-файл с результатами выполнения лабораторной работы в формате *xmcd* и в формате *pdf*.

5.4. Проверьте устойчивость системы при величине коэффициента усиления K разомкнутой системы, превышающей полученное предельно допустимое значение.

6. Обработка и анализ результатов исследования

6.1. Распечатайте файл с результатами проверки устойчивости системы при заданных численных значениях параметров.

6.2. Проанализируйте процедуру проверки устойчивости САР различными методами с использованием возможностей системы *MatCad*.

7. Содержание отчёта.

7.1. Распечатка файла с результатами выполнения лабораторной работы.

Выводы, с необходимыми обоснованиями, об устойчивости системы при проверке различными методами.

7.2. Сравнение методов проверки устойчивости САР и возможностей использования для этого математического пакета *MathCad* 14.

Контрольные вопросы

1. Как проверить устойчивость системы по корням её характеристического уравнения?

2. Как по критерию Гурвица ответить на вопрос устойчива или нет система?

3. Как при выполнении данной лабораторной работы строится кривая Михайлова и как по виду этой кривой выполняется проверка устойчивости системы?

4. Какая информация использована при выполнении лабораторной работы для построения графика её АФХ в разомкнутом состоянии и как по этому графику определяется устойчивость замкнутой системы?

5. Как по построенному графику АФХ определяется предельно допустимая величина коэффициента усиления разомкнутой системы из условия её устойчивости?

6. Каким образом при выполнении лабораторной работы проверяется устойчивость системы с использованием её логарифмических частотных характеристик в разомкнутом состоянии?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №7

Выделение областей устойчивости в плоскости одного комплексного параметра

1. Цель работы: закрепление теоретического материала по методам исследования устойчивости линейных САУ, приобретение и закрепление навыков компьютерного исследования устойчивости систем с использованием математического пакета *MathCad*.

2. Краткие теоретические сведения

Критерии устойчивости, использованные при выполнении предыдущей лабораторной работы, позволяют определить, устойчива или нет система при известных значениях параметров входящих в неё элементов. Но при проектировании систем управления часто возникает задача определения допустимых пределов изменения какого-либо параметра λ из условия устойчивости системы. Для решения этой задачи используют метод выделения областей устойчивости (метод D -разбиения). Исходной информацией для его применения является характеристическое уравнение $D(p, \lambda) = 0$.

Подставляя в это уравнение корень $p = j\omega$, разрешают его относительно интересующего параметра $\lambda = G(j\omega)$ и строят график зависимости $\lambda = G(j\omega)$ (кривую D -разбиения) на комплексной плоскости при изменении ω от $-\infty$ до $+\infty$. Координаты точек этой кривой дают все возможные значения параметра λ , в общем случае комплексные, при которых характеристическое уравнение имеет

корни, расположенные на мнимой оси. Кривая разбивает всю комплексную плоскость параметра λ на ряд областей с одинаковым числом корней характеристического уравнения, расположенных левее мнимой оси. Одним из критериев устойчивости проверяют устойчивость системы при каком-либо конкретном значении λ из определённой области. Если система устойчива при данном значении параметра (т.е. все корни характеристического уравнения расположены левее мнимой оси), она будет устойчива при всех значениях λ из этой области. В противном случае система будет неустойчивой при любом значении параметра λ из этой области. Таким образом выделяют область устойчивости и определяют допустимые вещественные значения параметра λ из этой области.

3. Объект исследования – САР частоты вращения электродвигателя из предыдущей лабораторной работы с характеристическим уравнением

$$a_4 \cdot p^4 + a_3 \cdot p^3 + a_2 \cdot p^2 + a_1 \cdot p + a_0 = 0, \text{ где}$$

$$a_4 = T_g T_a T_m; \quad a_3 = T_m (T_g + T_a); \quad a_2 = T_g + T_m; \quad a_1 = 1 + K; \quad a_0 = K \cdot \alpha.$$

В качестве параметра λ при выполнении лабораторной работы принят коэффициент интегральной составляющей α регулятора скорости.

Разрешая характеристическое уравнение относительно α , получаем:

$$\alpha(p) = \frac{a_4 \cdot p^4 + a_3 \cdot p^3 + a_2 \cdot p^2 + a_1 \cdot p}{K},$$

где $p = j\omega$.

4. Метод исследования: моделирование в среде *MatCad 14* с использованием возможностей работы с функциями комплексного переменного.

5. Порядок выполнения работы

5.1. Откройте файл Lab_7.xmcd выполнения лабораторной работы и внимательно изучите его.

5.2. Следуйте содержащимся в файле указаниям по выполнению лабораторной работы.

5.3. Сохраните *MatCad*-файл с результатами выполнения лабораторной работы в формате *xmcd* и в формате *pdf*.

5.4. Повторите компьютерный эксперимент при величине коэффициента K , в два раза меньшем и в полтора раза большем заданного значения (область ввода выделена красным цветом), с копированием результатов в графический редактор *Paint* и сохранением в формате *gif*.

6. Обработка и анализ результатов исследования

6.1. Распечатайте файл с расширением *pdf* для включения его в отчёт по выполненной лабораторной работе.

6.2. Создайте текстовый файл и вставьте в него графики, сохранённые в формате *gif*.

6.3. Сравните возможности метода D -разбиения и критериев устойчивости, использованных при выполнении предыдущей лабораторной работы.

6.4. Проанализируйте влияние величины коэффициента K на допустимую область изменения параметра α .

7. Содержание отчёта

7.1. Распечатка файлов с результатами выполнения лабораторной работы при трёх величинах коэффициента K .

7.2. Допустимые пределы изменения параметра α из условий устойчивости системы с анализом влияния на них величины общего коэффициента усиления разомкнутой системы K .

Контрольные вопросы

1. В чём принципиальное отличие метода выделения областей устойчивости в плоскости одного комплексного параметра от критериев устойчивости, использованных при выполнении предыдущей лабораторной работы?

2. Как при выполнении данной работы установлены допустимые по условиям устойчивости пределы изменения вещественного

параметра – коэффициента интегральной составляющей регулятора скорости?

Библиографический список

1. Очков В.Ф. MathCAD 14 для студентов, инженеров и конструкторов. СПб.: БХВ-Петербург, 2007. –368 с.
2. Ягодкина Т.В., Хризолитова С.А., Бондин О.А. Применение Mathcad для решения задач теории автоматического управления: учеб. пособие. М.: Издательство МЭИ, 2004. –52 с.
3. Лукас В.А. Теория автоматического управления: учеб. для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Недра, 1990. –416 с.
4. Сташинов Ю.П. Теория автоматического управления: учебное пособие/ Шахтинский ин-т (филиал) ЮРГТУ(НПИ). Новочеркасск: ЮРГТУ(НПИ), 2008. –134 с.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1. ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ФУНКЦИЙ ТИПОВЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗВЕНЬЕВ

ВВЕДИТЕ В СООТВЕТСТВИИ С ПРЕДЛОЖЕННЫМ ВАРИАНТОМ: ТРИ ЧИСЛЕННЫХ ЗНАЧЕНИЯ ПОСТОЯННОЙ ВРЕМЕНИ АПЕРИОДИЧЕСКОГО ЗВЕНА T1, T2, T3, ТРИ ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ДЕМПФИРОВАНИЯ КОЛЕБАНИЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ЗВЕНА ζ_1 , ζ_2 , ζ_3 , ТРИ ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТИ ИНТЕГРИРУЮЩЕГО ЗВЕНА K1, K2, K3.

$$T1 := 0.25$$

$$T2 := 0.5$$

$$T3 := 0.75$$

$$\zeta_1 := 0.2$$

$$\zeta_2 := 0.4$$

$$\zeta_3 := 0.7$$

$$K1 := 0.4$$

$$K2 := 0.8$$

$$K3 := 1.2$$

ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ПЕРЕХОДНЫХ ФУНКЦИЙ ЗВЕНЬЕВ

Апериодическое звено

$$h1(T, t) := 1 - e^{-\frac{t}{T}}$$

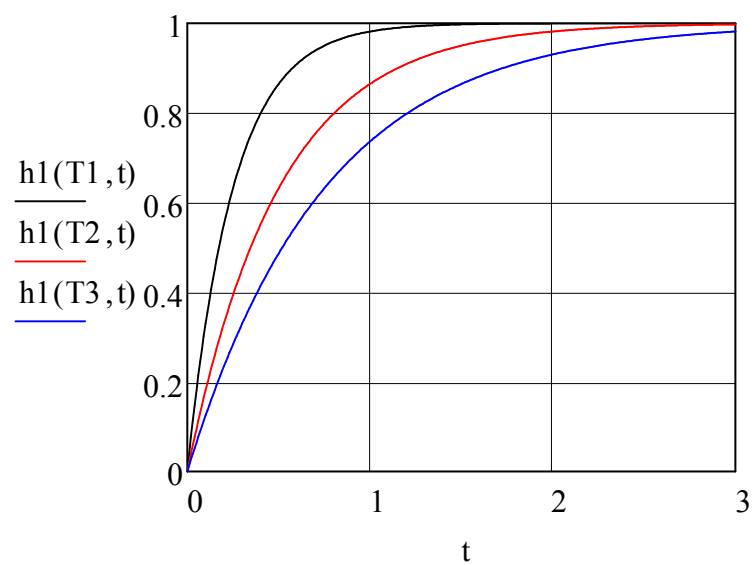
Колебательное звено

$$h2(\zeta, t) := 1 - \left(\cos\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{2\cdot\zeta\cdot T1} \cdot t\right) + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \cdot \sin\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{2\cdot\zeta\cdot T1} \cdot t\right) \right) \cdot e^{-\frac{t}{2\cdot T1}}$$

Интегрирующее звено

$$h3(K, t) := K \cdot t$$

$$t := 0, 0.01 \dots \text{ceil}(10 \cdot T1)$$

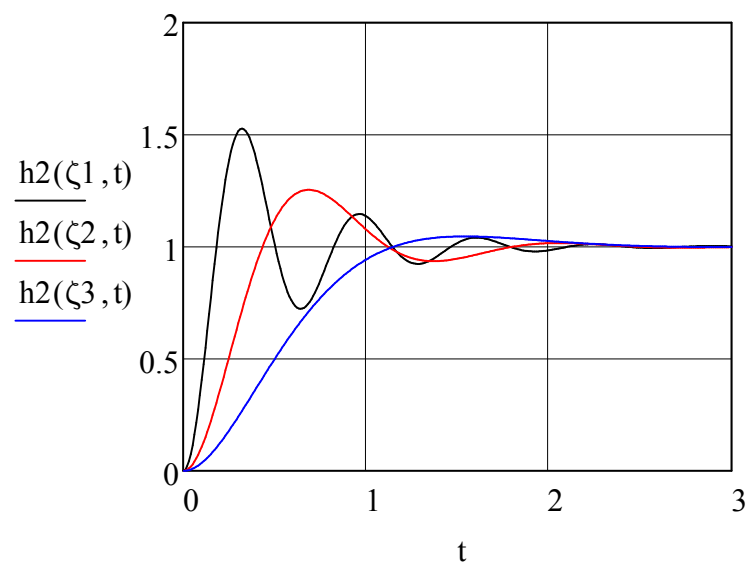


Графики переходных функций апериодического звена

1 - $T1 = 0.25$

2 - $T2 = 0.5$

3 - $T3 = 0.75$

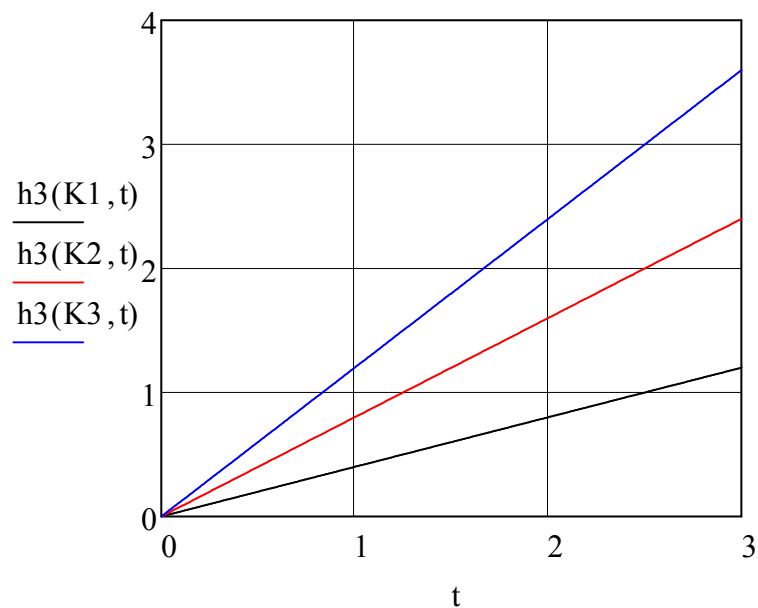


Графики переходных функций колебательного звена

1 - $\zeta1 = 0.2$

2 - $\zeta2 = 0.4$

3 - $\zeta3 = 0.7$



Графики переходных функций интегрирующего звена

1 - $K1 = 0.4$ 2 - $K2 = 0.8$ 3 - $K3 = 1.2$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТИПОВЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗВЕНЬЕВ

ВВЕДИТЕ ВЕЛИЧИНУ КОЭФФИЦИЕНТА УСИЛЕНИЯ ЗВЕНЬЕВ K:

$K := 2$

ВВЕДИТЕ ТРИ ЗНАЧЕНИЯ ПОСТОЯННОЙ ВРЕМЕНИ АПЕРИОДИЧЕСКОГО ЗВЕНА $T1, T2, T3$

$T1 := 0.1$

$T2 := 0.2$

$T3 := 0.3$

ВВЕДИТЕ ТРИ ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ДЕМПФИРОВАНИЯ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ЗВЕНА $\zeta1, \zeta2, \zeta3$

$\zeta1 := 0.2$

$\zeta2 := 0.4$

$\zeta3 := 0.6$

ОПЕРАТОРНЫЕ ФУНКЦИИ ПЕРЕДАЧИ ЗВЕНЬЕВ:

Апериодическое звено

$$W1(T, p) := \frac{K}{T \cdot p + 1}$$

Колебательное звено

$$W2(\zeta, p) := \frac{K}{T1^2 \cdot p^2 + 2 \cdot \zeta \cdot T1 \cdot p + 1}$$

ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АПЕРИОДИЧЕСКОГО ЗВЕНА $j := \sqrt{-1}$

АФХ: $\underline{W1}(T, \omega) := W1(T, j \cdot \omega)$

АЧХ: $A1(T, \omega) := |W1(T, \omega)|$

ФЧХ: $\phi1(T, \omega) := \arg(W1(T, \omega)) \cdot \frac{180}{\pi}$

ВЧХ и МЧХ: $P1(T, \omega) := \operatorname{Re}(W1(T, \omega)) \quad Q1(T, \omega) := \operatorname{Im}(W1(T, \omega))$

ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ЗВЕНА

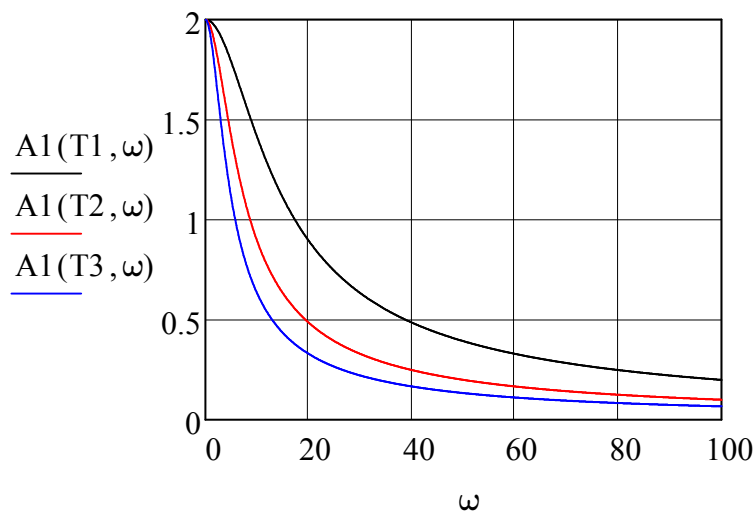
АФХ: $\underline{W2}(\zeta, \omega) := W2(\zeta, j \cdot \omega)$

АЧХ: $A2(\zeta, \omega) := |W2(\zeta, \omega)|$

ФЧХ: $\phi2(\zeta, \omega) := \arg(W2(\zeta, \omega)) \cdot \frac{180}{\pi}$

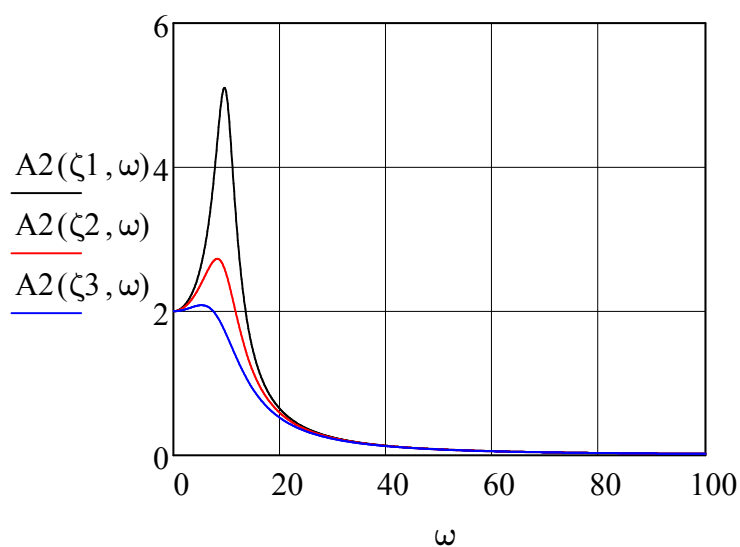
ВЧХ и МЧХ: $P2(\zeta, \omega) := \operatorname{Re}(W2(\zeta, \omega)) \quad Q2(\zeta, \omega) := \operatorname{Im}(W2(\zeta, \omega))$

$$\omega := 0, 0.1 \dots \frac{10}{T1}$$



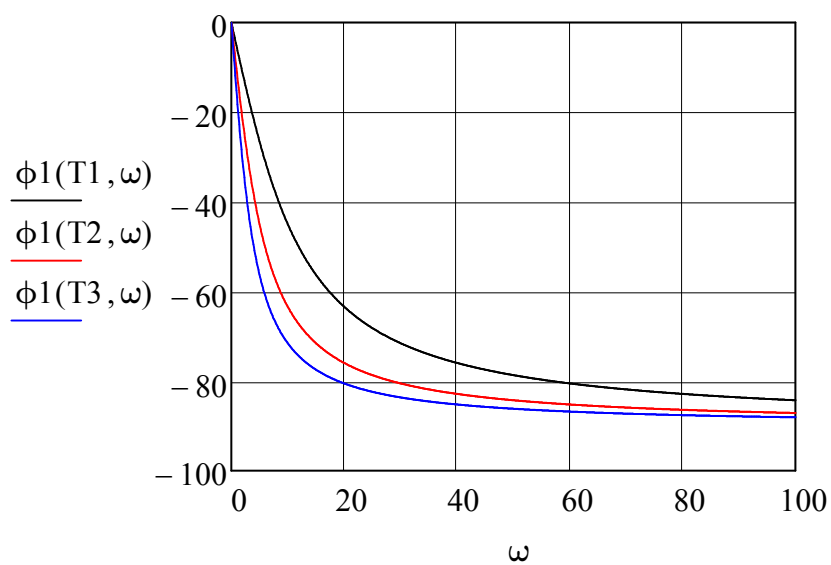
**Амплитудно-частотные характеристики
апериодического звена**

$K = 2$ 1 - $T1 = 0.1$ 2 - $T2 = 0.2$ 3 - $T3 = 0.3$



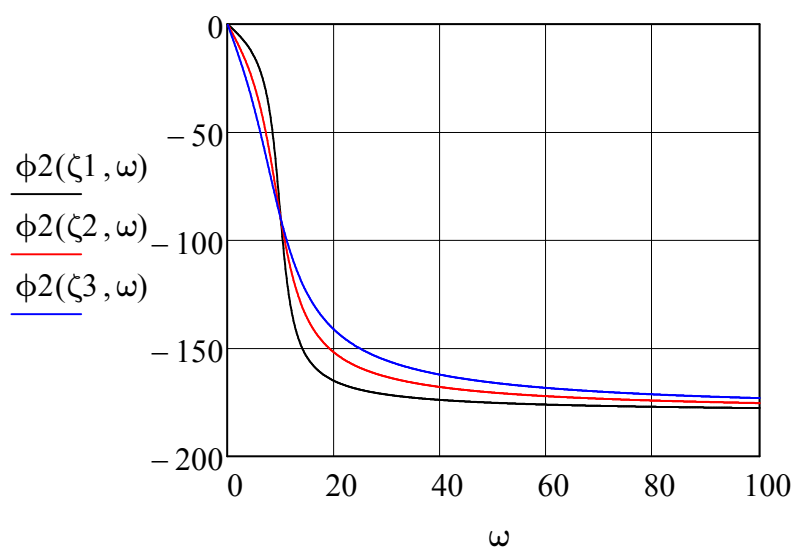
**Амплитудно-частотные характеристики
колебательного звена**

$K = 2$ $T1 = 0.1$ 1 - $\zeta_1 = 0.2$ 2 - $\zeta_2 = 0.4$ 3 - $\zeta_3 = 0.6$



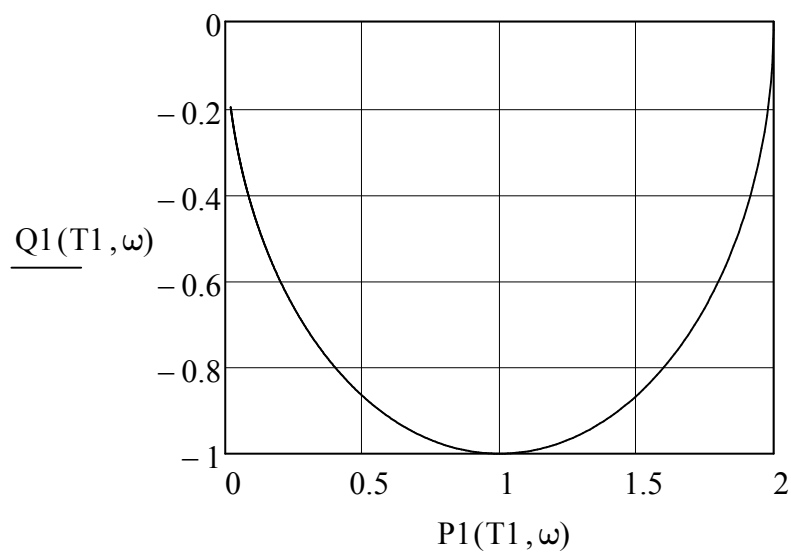
**Фазочастотные характеристики
апериодического звена**

$K = 2$ 1 - $T1 = 0.1$ 2 - $T2 = 0.2$ 3 - $T3 = 0.3$

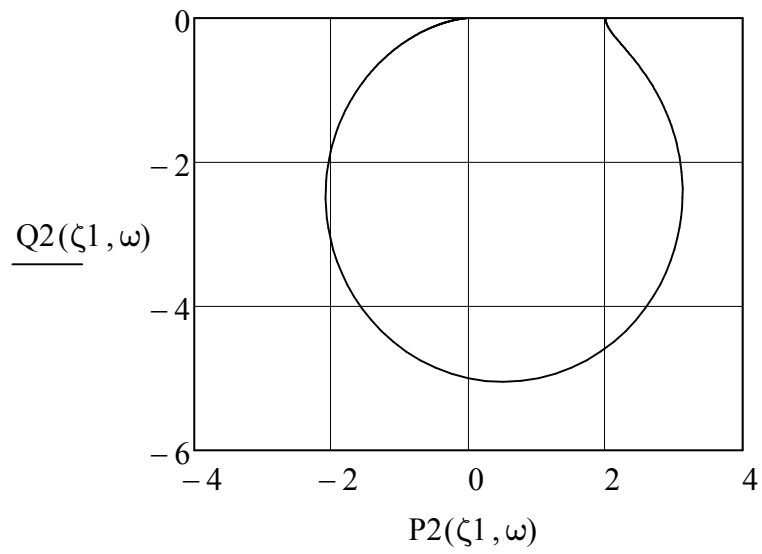


**Фазочастотные характеристики
колебательного звена**

$K = 2$ $T_1 = 0.1$ 1 - $\zeta_1 = 0.2$ 2 - $\zeta_2 = 0.4$ 3 - $\zeta_3 = 0.6$

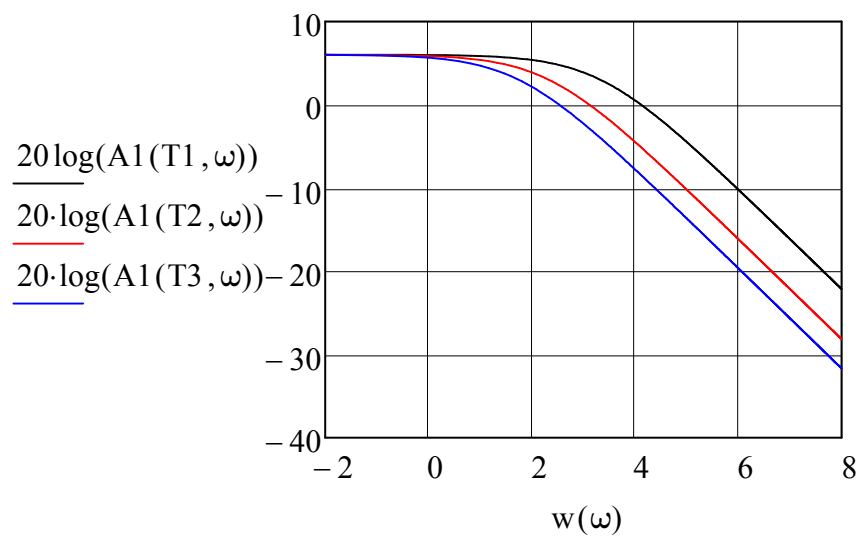


**Амплитудно-фазовая характеристика
апериодического звена**



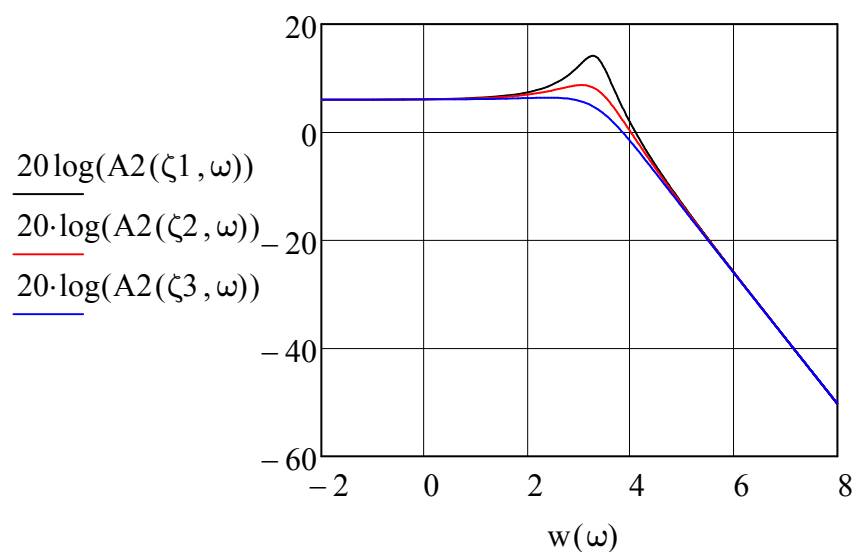
**Амплитудно-фазовая характеристика
колебательного звена**

$$\omega := 0.25, 0.5 \dots 256 \quad w(\omega) := 3.32 \cdot \log(\omega)$$



**Логарифмические амплитудно-частотные
характеристики аperiodического звена**

$$K=2; \quad 1 - T_1=0.1; \quad 2 - T_2=0.2; \quad 3 - T_3=0.3$$



Логарифмические амплитудно-частотные характеристики колебательного звена

$K=2$; $T_1=0.1$; 1 - $\zeta_1 := 0.2$; 2 - $\zeta_2 := 0.4$; 3 - $\zeta_3 := 0.6$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3. ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ САР С ЗАПИСЬЮ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ В ПЕРЕМЕННЫХ СОСТОЯНИЯ

ВВЕДИТЕ ЧИСЛЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ
В СООТВЕТСТВИИ С ПРЕДЛОЖЕННЫМ ВАРИАНТОМ

$T_g := 0.05$

$T_a := 0.06$

$T_m := 0.25$

$\delta := 0.3$

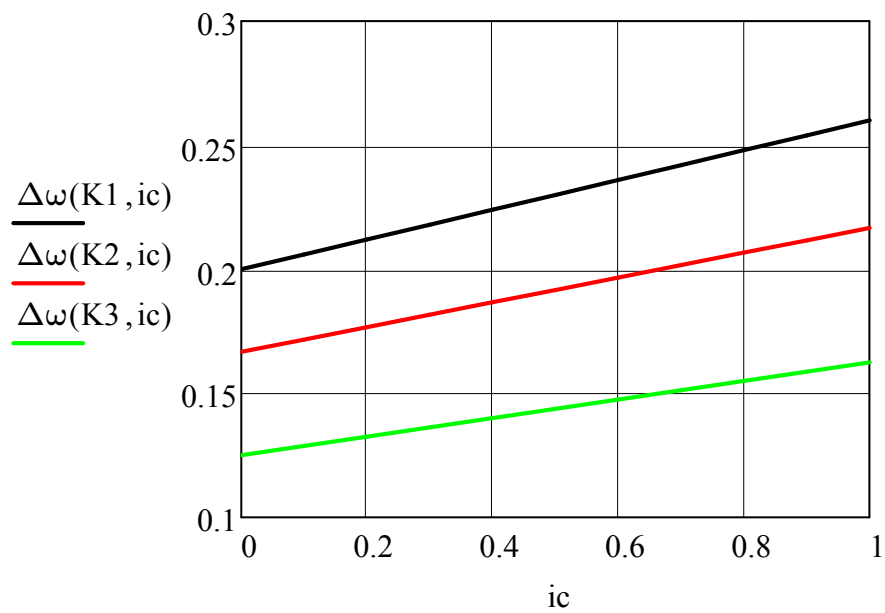
$K_1 := 4$

$K_2 := 5$

$K_3 := 7$

ПОСТРОЕНИЕ ЗАВИСИМОСТЕЙ ВЕЛИЧИНЫ СТАТИЧЕСКОЙ
ОШИБКИ $\Delta\omega$ от K и i_c

$$i_c := 0, 0.1 \dots 1 \quad \Delta\omega(K, i_c) := \frac{(1 + \delta \cdot i_c)}{1 + K}$$



**Зависимость статической ошибки от величины
коэффициента усиления разомкнутой системы
и возмущающего воздействия**

1 - $K_1 = 4$ 2 - $K_2 = 5$ 3 - $K_3 = 7$

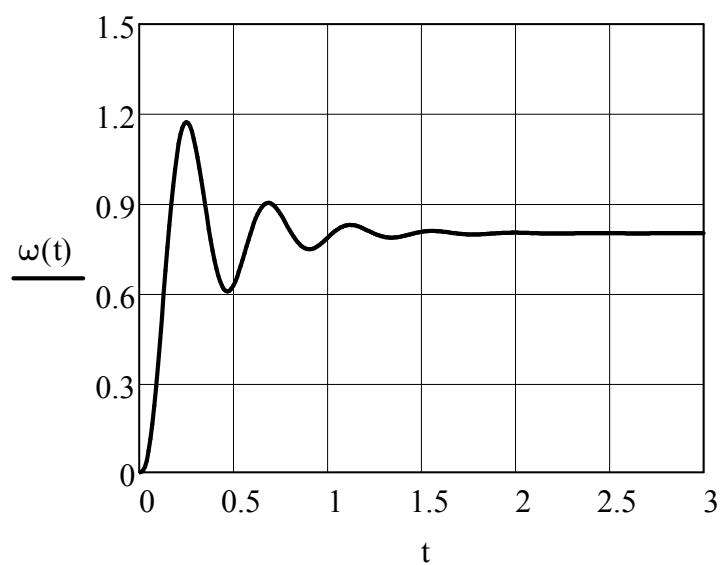
$\underline{K} := K_1$ $ic := 0$ Given

$$T_g \cdot \frac{d}{dt} u_3(t) = K \cdot (1 - \omega(t)) - u_3(t) \quad u_3(0) = 0$$

$$T_a \cdot \frac{d}{dt} ia(t) = \frac{1}{\delta} \cdot (u_3(t) - \omega(t)) - ia(t) \quad ia(0) = 0$$

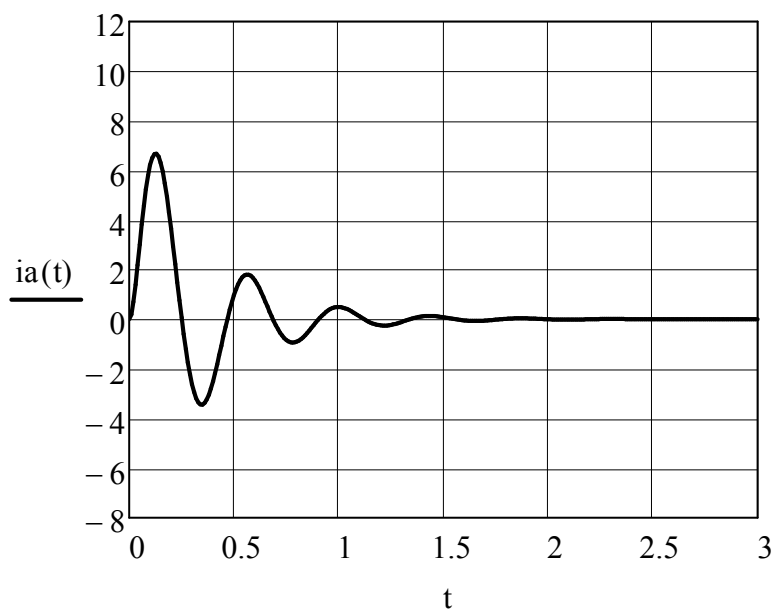
$$T_m \cdot \frac{d}{dt} \omega(t) = \delta \cdot (ia(t) - ic) \quad \omega(0) = 0$$

$$\begin{pmatrix} u_3 \\ ia \\ \omega \end{pmatrix} := \text{Odesolve} \left[\begin{pmatrix} u_3 \\ ia \\ \omega \end{pmatrix}, t, tk, 10^3 \right] \quad tk := \text{ceil}[10 \cdot (T_g + T_a + T_m)]$$



Зависимость угловой скорости от времени (переходная функция САР),

$$K = 4 \quad i_c = 0$$



Зависимость тока якоря от времени , $K = 4 \quad i_c = 0$

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4. ИССЛЕДОВАНИЕ
ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ САР
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА**

ВВЕДИТЕ ЧИСЛЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ИЗ ТАБЛИЦЫ 3.1
В СООТВЕТСТВИИ С ПРЕДЛОЖЕННЫМ ВАРИАНТОМ

$$T_g := 0.05$$

$$T_a := 0.06$$

$$T_m := 0.25$$

$$K_1 := 4$$

$$\alpha_1 := 0$$

$$K_{opt} := 1.5$$

$$\alpha_{opt} := 2.8$$

$$K_2 := 0.5 \cdot K_{opt}$$

$$K_3 := 1.5 \cdot K_{opt}$$

$$\alpha_2 := 0.5 \cdot \alpha_{opt}$$

$$\alpha_3 := 1.5 \cdot \alpha_{opt}$$

$$K := K_1$$

$$\alpha := \alpha_1$$

$$t_k := \text{ceil}[10 \cdot (T_g + T_a + T_m)]$$

$$W_{раз}(p) := K \cdot \frac{p + \alpha}{p} \cdot \frac{1}{T_g \cdot p + 1} \cdot \frac{1}{T_a \cdot T_m \cdot p^2 + T_m \cdot p + 1}$$

$$W(p) := \frac{W_{раз}(p)}{1 + W_{раз}(p)}$$

$$h(t) := \left(\frac{W(p)}{p} \right) \text{invlaplace}, p \rightarrow$$

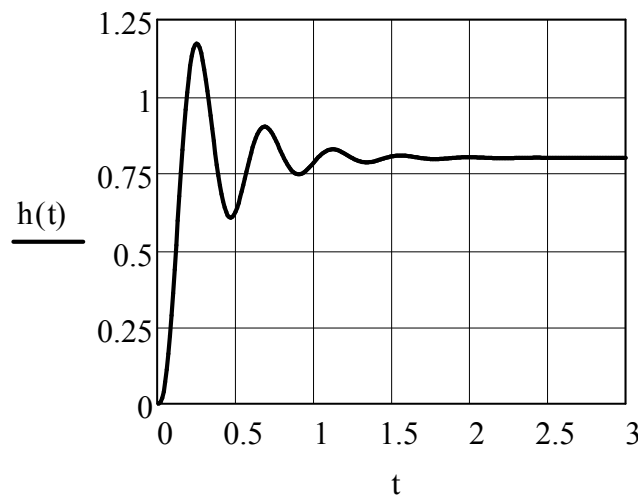


График переходной функции САР $K = 4$ $\alpha = 0$

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5. ПРИБЛИЖЁННОЕ
ПОСТРОЕНИЕ ПЕРЕХОДНОЙ ФУНКЦИИ САР
МЕТОДОМ ТРАПЕЦЕИДАЛЬНЫХ
ВЕЩЕСТВЕННЫХ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК**

ВВЕДИТЕ ЧИСЛЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ
В СООТВЕТСТВИИ С ПРЕДЛОЖЕННЫМ ВАРИАНТОМ

$$T_g := 0.05$$

$$T_a := 0.06$$

$$T_m := 0.25$$

$$K_1 := 4$$

$$K := K_1$$

ОФП РАЗОМКНУТОЙ СИСТЕМЫ

$$W_{\text{раз}}(p) := K \cdot \frac{1}{T_g \cdot p + 1} \cdot \frac{1}{T_a \cdot T_m \cdot p^2 + T_m \cdot p + 1}$$

ОФП ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ

$$W(p) := \frac{W_{\text{раз}}(p)}{1 + W_{\text{раз}}(p)}$$

ВЧХ ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ

$$j := \sqrt{-1} \quad P(\omega) := \text{Re}(W(j \cdot \omega))$$

$$\omega_m := 60$$

$$\omega := 0, 1 \dots \omega_m$$

АППРОКСИМИРУЙТЕ ГРАФИК ВЧХ КУСОЧНО-ЛОМАНОЙ ЛИНИЕЙ,
ДЛЯ ЧЕГО УСТАНОВИТЕ КООРДИНАТЫ ТОЧЕК ИЗЛОМА
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕЖИМА ТРАССИРОВКИ (TRACE)
И ВВЕДИТЕ ИХ В КАЧЕСТВЕ ЭЛЕМЕНТОВ ДВУХ ВЕКТОРОВ ω_k и P_k

$$\omega_k := (0 \quad 3.604 \quad 8.288 \quad 11.171 \quad 15.315 \quad 16.757 \quad 23.243 \quad 40 \quad 60)^T$$

$$P_k := (0.811 \quad 0.811 \quad 0.896 \quad 0.896 \quad -1.121 \quad -1.121 \quad -0.345 \quad 0 \quad 0)^T$$

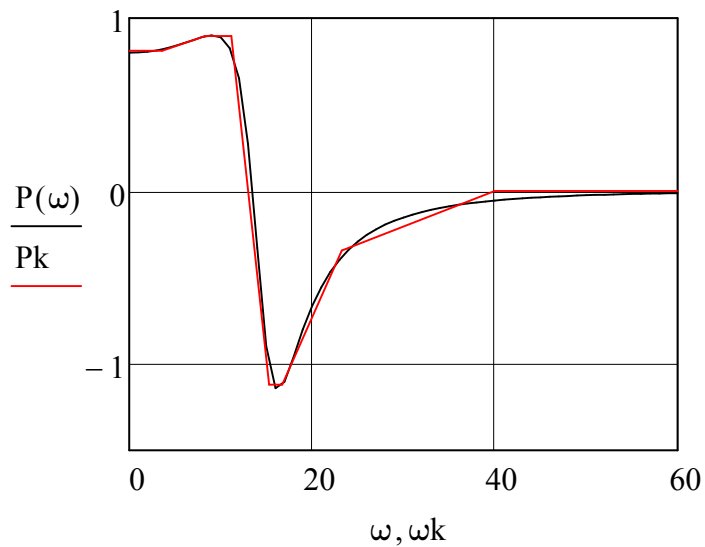


График вещественной частотной характеристики замкнутой САР и его кусочно-линейная аппроксимация

ВЫРАЗИТЕ ПАРАМЕТРЫ КАЖДОЙ ТРАПЕЦИИ (ВЫСОТА, МЕНЬШЕЕ И БОЛЬШЕЕ ОСНОВАНИЯ) ЧЕРЕЗ КООРДИНАТЫ ТОЧЕК ИЗЛОМА КУСОЧНО-ЛОМАНОЙ ЛИНИИ

$$\underset{\sim}{h}1 := Pk_1 - Pk_2 \quad \underset{\sim}{h}2 := Pk_3 - Pk_4 \quad \underset{\sim}{h}3 := Pk_5 - Pk_6 \quad h4 := Pk_6 - Pk_7$$

$$\omega d1 := \omega k_1 \quad \omega d2 := \omega k_3 \quad \omega d3 := \omega k_5 \quad \omega d4 := \omega k_6$$

$$\omega 01 := \omega k_2 \quad \omega 02 := \omega k_4 \quad \omega 03 := \omega k_6 \quad \omega 04 := \omega k_7$$

ВВЕДИТЕ ЧИСЛО ТРАПЕЦИЙ

$$n := 4$$

СОЗДАЙТЕ МАТРИЦУ Т ИЗ n СТРОК И ТРЁХ СТОЛБЦОВ, ГДЕ n - ЧИСЛО ТРАПЕЦИЙ. ЗАНЕСИТЕ В МАТРИЦУ ПОСТРОЧНО ПАРАМЕТРЫ ТРАПЕЦИЙ В СЛЕДУЮЩЕМ ПОРЯДКЕ: ВЫСОТА ТРАПЕЦИИ (СО ЗНАКОМ), МЕНЬШЕЕ ОСНОВАНИЕ, БОЛЬШЕЕ ОСНОВАНИЕ

$$\underset{\sim}{T} := \begin{pmatrix} h1 & \omega d1 & \omega 01 \\ h2 & \omega d2 & \omega 02 \\ h3 & \omega d3 & \omega 03 \\ h4 & \omega d4 & \omega 04 \end{pmatrix}$$

ТАБЛИЦА h-ФУНКЦИЙ

 $\underline{H} :=$

	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0
1	0.5	0.138	0.165	0.176	0.184	0.192
2	1	0.31	0.326	0.34	0.356	0.371
3	1.5	0.449	0.469	0.494	0.516	0.538
4	2	0.572	0.597	0.628	0.655	0.683
5	2.5	0.674	0.707	0.739	0.771	0.802
6	3	0.755	0.79	0.828	0.863	0.896
7	3.5	0.815	0.853	0.892	0.928	...

ФОРМИРОВАНИЕ РАСШИРЕННОЙ ТАБЛИЦЫ h-ФУНКЦИЙ

 $i := 0 \dots 347 \quad \underline{j} := 0 \dots 21 \quad D_{i,j} := 1 \quad \underline{h} := \text{stack}(H, D)$
 $i := 0 \dots 400 \quad h_{i,0} := \frac{i}{2}$
 $h =$

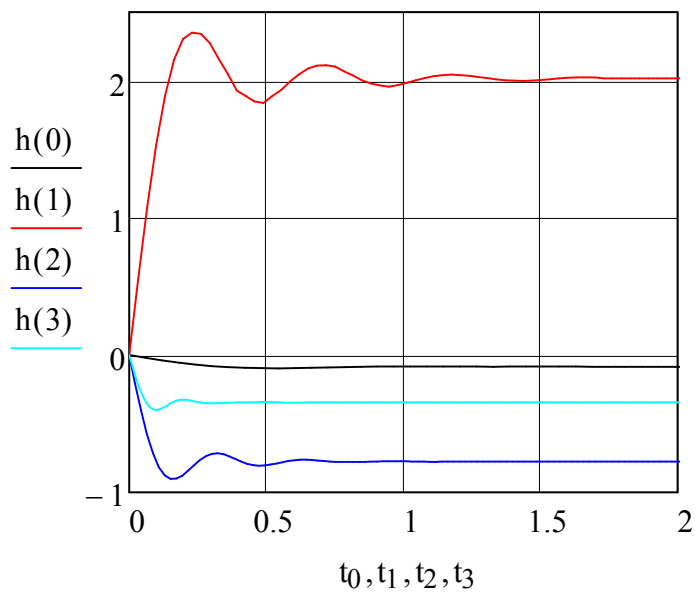
	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0
1	0.5	0.138	0.165	0.176	0.184	0.192
2	1	0.31	0.326	0.34	0.356	0.371
3	1.5	0.449	0.469	0.494	0.516	0.538
4	2	0.572	0.597	0.628	0.655	0.683
5	2.5	0.674	0.707	0.739	0.771	0.802
6	3	0.755	0.79	0.828	0.863	0.896
7	3.5	0.815	0.853	0.892	0.928	0.963
8	4	0.857	0.896	0.938	0.974	1.008
9	4.5	0.883	0.923	0.96	0.997	1.029
10	5	0.895	0.939	0.977	1.012	1.042
11	5.5	0.9	0.94	0.986	1.015	...

ВЫЧИСЛЕНИЕ НОМЕРОВ СТОЛБЦОВ ТАБЛИЦЫ h-ФУНКЦИЙ

 $i := 0 \dots n - \underline{c_i} := \text{round}\left(\frac{2 \cdot T_{i,1}}{T_{i,2}}, 1\right) \cdot 10 + 1$

ПЕРЕСЧЁТ ТАБЛИЧНЫХ ЗНАЧЕНИЙ К
РЕАЛЬНЫМ ПАРАМЕТРАМ ТРАПЕЦИЙ

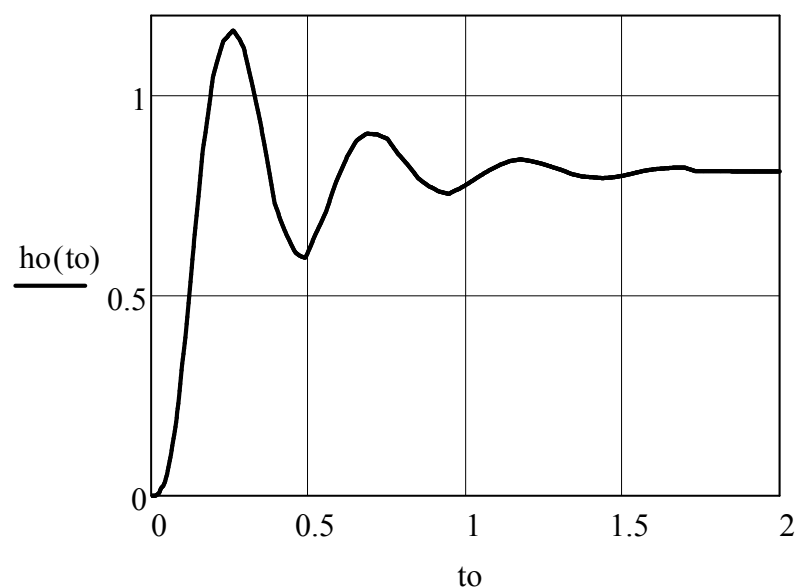
 $t_i := \frac{h^{\langle 0 \rangle}}{T_{i,2}} \quad h(i) := T_{i,0} \cdot h^{\langle c_i \rangle}$



Графики составляющих переходной функции САР

ПОСТРОЕНИЕ РЕЗУЛЬТИРУЮЩЕГО ГРАФИКА ПЕРЕХОДНОЙ ФУНКЦИИ САР

$$\begin{aligned} ho0(to) &:= \text{linterp}(t_0, h(0), to) & ho1(to) &:= \text{linterp}(t_1, h(1), to) \\ ho2(to) &:= \text{linterp}(t_2, h(2), to) & ho3(to) &:= \text{linterp}(t_3, h(3), to) \\ ho(to) &:= ho0(to) + ho1(to) + ho2(to) + ho3(to) \end{aligned}$$



Графики результирующей переходной функции САР

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6. ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ САР

ВВЕДИТЕ ЧИСЛЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ САР СОГЛАСНО
ПРЕДЛОЖЕННОМУ ВАРИАНТУ

$$T_g := 0.05$$

$$T_a := 0.08$$

$$T_m := 0.15$$

$$K := 4$$

$$\alpha := 0.5$$

ОФП РАЗОМКНУТОЙ СИСТЕМЫ:

$$W_{\text{раз}}(p) := \frac{K \cdot (p + \alpha)}{p \cdot [T_g \cdot T_a \cdot T_m \cdot p^3 + T_m \cdot (T_g + T_a) \cdot p^2 + (T_g + T_m) \cdot p + 1]}$$

КОЭФФИЦИЕНТЫ СОБСТВЕННОГО ОПЕРАТОРА D(p)

$$a_4 := T_g \cdot T_a \cdot T_m \quad a_3 := T_m \cdot (T_g + T_a) \quad a_2 := T_g + T_m$$

$$a_1 := 1 + K \quad a_0 := K \cdot \alpha$$

$$D(p) := a_4 \cdot p^4 + a_3 \cdot p^3 + a_2 \cdot p^2 + a_1 \cdot p + a_0$$

**Проверка устойчивости САР по корням характеристического
уравнения D(p)=0**

ВЫЧИСЛЯЕМ КОРНИ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВСТРОЕННОЙ ФУНКЦИИ polyroots(v)

$$v := (a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4)^T$$

$$\text{polyroots}(v) = \begin{pmatrix} -30.428 \\ -0.833 + 16.398i \\ -0.833 - 16.398i \\ -0.406 \end{pmatrix}$$

Проверка устойчивости САР по критерию Гурвица

ИЗ КОЭФФИЦИЕНТОВ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ
СОСТАВЛЯЕМ ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ ГУРВИЦА И ВЫЧИСЛЯЕМ
ВЕЛИЧИНЫ ДИАГОНАЛЬНЫХ МИНОРОВ

$$\Delta := \begin{pmatrix} a_3 & a_1 & 0 & 0 \\ a_4 & a_2 & a_0 & 0 \\ 0 & a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_4 & a_2 & a_0 \end{pmatrix} \quad \Delta_2 := \begin{pmatrix} a_3 & a_1 \\ a_4 & a_2 \end{pmatrix} \quad \Delta_3 := \begin{pmatrix} a_3 & a_1 & 0 \\ a_4 & a_2 & a_0 \\ 0 & a_3 & a_1 \end{pmatrix}$$

$$|\Delta_2| = 9 \times 10^{-4}$$

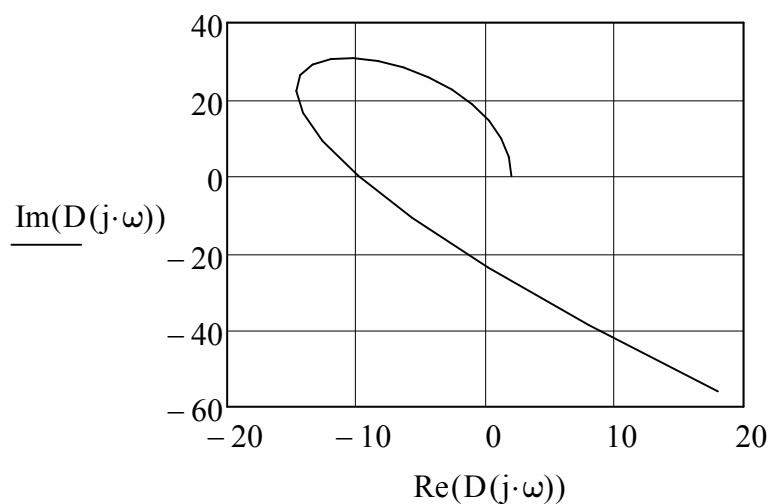
$$|\Delta_3| = 3.74 \times 10^{-3}$$

Проверка устойчивости САР по критерию Михайлова

ЗАДАЁМ ДИАПАЗОН ИЗМЕНЕНИЯ КРУГОВОЙ ЧАСТОТЫ ω И СТРОИМ
НА КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ КРИВУЮ МИХАЙЛОВА $D(j\omega)$

$$j := \sqrt{-1}$$

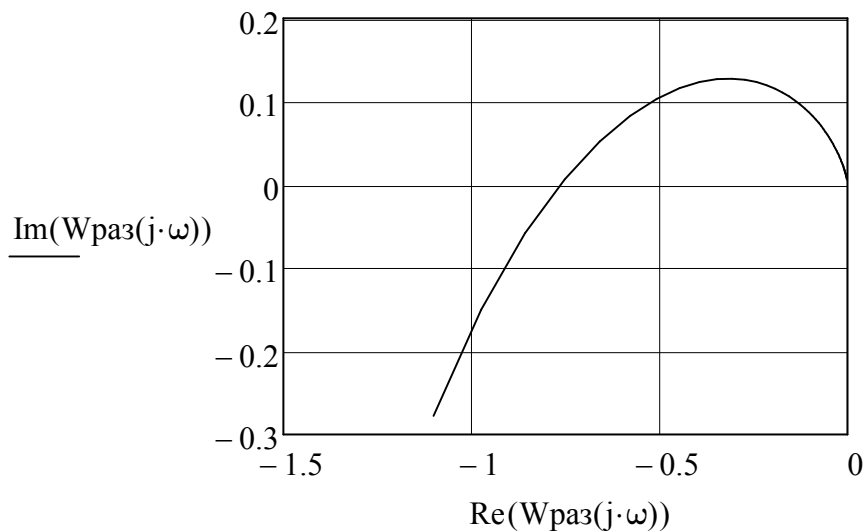
$$\omega := 0,1 \dots 20$$



Проверка устойчивости САР по критерию Найквиста

ЗАДАЁМ ДИАПАЗОН ИЗМЕНЕНИЯ КРУГОВОЙ ЧАСТОТЫ ω
И СТРОИМ НА КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ ГРАФИК
АМПЛИТУДНО-ФАЗОВОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАЗОМКНУТОЙ
СИСТЕМЫ $W_{раз}(j\omega)$

$$\omega := 15 \dots 100$$



С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕЖИМА ТРАССИРОВКИ ОПРЕДЕЛЯЕМ
РАССТОЯНИЕ S ОТ НАЧАЛА КООРДИНАТ ДО ТОЧКИ
ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ГРАФИКА $W_{раз}(j\omega)$ С ВЕЩЕСТВЕННОЙ ОСЬЮ

$$S := 0.767$$

УЧИТЫВАЯ, ЧТО ОРДИНАТЫ ПОСТРОЕННОГО ГРАФИКА ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫ
ВЕЛИЧИНЕ КОЭФФИЦИЕНТА УСИЛЕНИЯ K , А КРИТИЧЕСКОЕ РАССТОЯНИЕ ОТ
НАЧАЛА КООРДИНАТ ДО УКАЗАННОЙ ТОЧКИ РАВНО 1, НАХОДИМ
ПРЕДЕЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА УСИЛЕНИЯ $K_{пр}$ РАЗОМКНУТОЙ
СИСТЕМЫ ИЗ УСЛОВИЯ ЕЁ УСТОЙЧИВОСТИ

$$K_{пр} := \frac{K}{S}$$

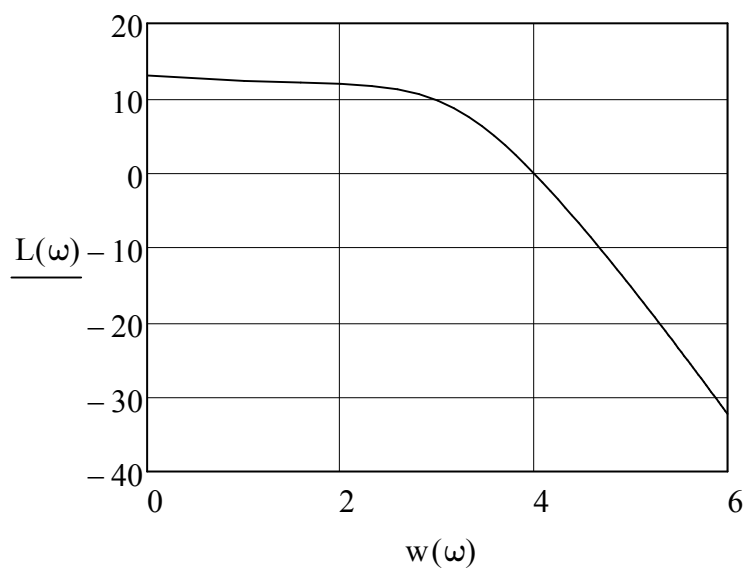
$$K_{пр} = 5.215$$

Проверка устойчивости САР по логарифмическим частотным характеристикам системы в разомкнутом состоянии

ЗАДАЁМ ДИАПАЗОН ИЗМЕНЕНИЯ КРУГОВОЙ ЧАСТОТЫ ω И СТРОИМ
ГРАФИК ЛАЧХ $L(\omega)$ РАЗОМКНУТОЙ СИСТЕМЫ

$$\omega := 1 \dots 64 \quad \underline{w}(\omega) := 3.32 \cdot \log(\omega)$$

$$\underline{L}(\omega) := 20 \cdot \log(|W_{\text{раз}}(j \cdot \omega)|)$$



С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕЖИМА ТРАССИРОВКИ ОПРЕДЕЛЯЕМ ЧАСТОТУ
ЧАСТОТУ СРЕЗА В ОКТАВАХ И РАД/СЕК, ПРИ КОТОРОЙ ГРАФИК ЛАЧХ
ПЕРЕСЕКАЕТ Ось ЧАСТОТ

$$\omega_{\text{ср}} := 3.99 \quad \omega_{\text{ср}} := 2^{\omega_{\text{ср}}}$$

ИЗ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ЛОГАРИФИЧЕСКОЙ ФАЗОЧАСТОТНОЙ
ХАРАКТЕРИСТИКИ РАЗОМКНУТОЙ СИСТЕМЫ ОПРЕДЕЛЯЕМ
ВЕЛИЧИНУ УГЛА СДВИГА (В ГРАДУСАХ) НА ЧАСТОТЕ СРЕЗА

$$\phi(\omega_{\text{ср}}) := \arg(W_{\text{раз}}(j \cdot \omega_{\text{ср}})) \cdot \frac{180}{\pi} \quad \phi(\omega_{\text{ср}}) = -170.686$$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7. ВЫДЕЛЕНИЕ ОБЛАСТЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ В ПЛОСКОСТИ ОДНОГО КОМПЛЕКСНОГО ПАРАМЕТРА

ВВЕДИТЕ ЧИСЛЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ САР СОГЛАСНО
ПРЕДЛОЖЕННОМУ ВАРИАНТУ

$$T_g := 0.05$$

$$T_a := 0.08$$

$$T_m := 0.15$$

$$K_1 := 4$$

$$K := K_1$$

КОЭФФИЦИЕНТЫ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ $D(p)=0$

$$a_4 := T_g \cdot T_a \cdot T_m \quad a_3 := T_m \cdot (T_g + T_a) \quad a_2 := T_g + T_m$$

$$a_1 := 1 + K \quad a_0(\alpha) := K \cdot \alpha$$

РАЗРЕШАЕМ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНО
ИНТЕРЕСУЮЩЕГО ПАРАМЕТРА α

$$\alpha(p) := -\frac{a_4 \cdot p^4 + a_3 \cdot p^3 + a_2 \cdot p^2 + a_1 \cdot p}{K}$$

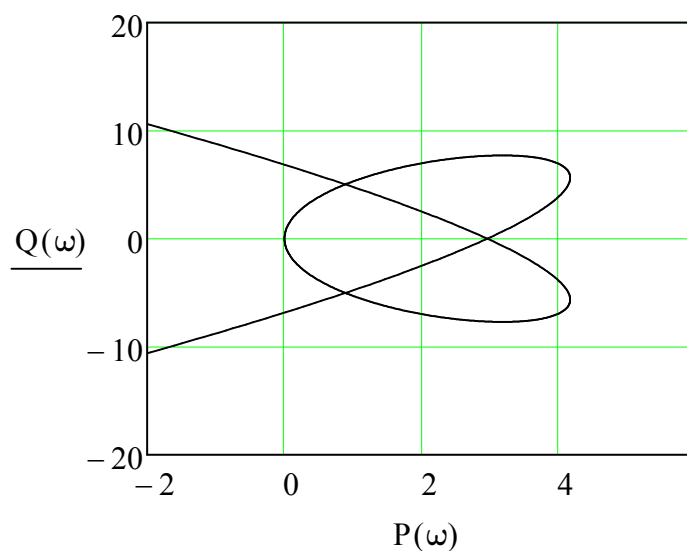
ПОСТРОЕНИЕ КРИВОЙ D-РАЗБИЕНИЯ

$$j := \sqrt{-1}$$

$$Q(\omega) := \text{Im}(\alpha(j \cdot \omega))$$

$$P(\omega) := \text{Re}(\alpha(j \cdot \omega))$$

$$\omega := -20, -19.95 \dots 20$$



Кривая D-разбиения в плоскости параметра α

ПРОВЕРЬТЕ УСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМЫ ПО КОРНЯМ
ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ПРИ КОНКРЕТНЫХ ВЕЩЕСТВЕННЫХ
ЗНАЧЕНИЯХ ПАРАМЕТРА α ИЗ РАЗЛИЧНЫХ ОБЛАСТЕЙ, КАК ЭТО
СДЕЛАНО НИЖЕ. ОПРЕДЕЛИТЕ ОБЛАСТЬ УСТОЙЧИВОСТИ.

$$\alpha := -1 \quad v := (a_0(\alpha) \ a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4)^T$$

$$\text{polyroots}(v) = \begin{pmatrix} -30.712 \\ -1.281 + 16.696i \\ -1.281 - 16.696i \\ 0.774 \end{pmatrix}$$

$$\alpha := 2 \quad v := (a_0(\alpha) \ a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4)^T$$

$$\text{polyroots}(v) = \begin{pmatrix} -30.129 \\ -1.697 \\ -0.337 + 16.144i \\ -0.337 - 16.144i \end{pmatrix}$$

$$\alpha := 4 \quad v := (a_0(\alpha) \ a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4)^T$$

$$\text{polyroots}(v) = \begin{pmatrix} -29.705 \\ -3.548 \\ 0.377 - 15.901i \\ 0.377 + 15.901i \end{pmatrix}$$

С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕЖИМА ТРАССИРОВКИ ОПРЕДЕЛИТЕ
И ЗАФИКСИРУЙТЕ ДОПУСТИМЫЕ, ПО УСЛОВИЯМ УСТОЙЧИВОСТИ
СИСТЕМЫ, ПРЕДЕЛЫ ИЗМЕНЕНИЯ ПАРАМЕТРА α